Revista Investigación Educativa - Vol. 5 - n.º 9 - 1987 (P.79-85)

LA PRUEBA DE LEVENE PARA LA HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS EN EL BMDP

por
Rafael Bisquerra

En muchos análisis estadísticos se requiere la comprobación de la hipótesis de homoscedasticidad. Diversas pruebas son de uso común para este caso: la F de Snedecor cuando se contrastan sólo dos grupos; el test de Hartley y el test de Cochran cuando habiendo más de dos grupos el número de individuos en todos ellos es el mismo, es decir para el modelo equilibrado de análisis de la varianza; el test de Bartlett está considerado como uno de los mejores contrastes de varianzas (Tejedor, 1984), sin embargo el cálculo laborioso que requiere ha hecho que hasta ahora no se usara con la profusión que cabría esperar. Además, el test de Bartlett es muy sensible al no cumplimiento de la suposición de normalidad de las distribuciones origen (Box, 1953; Miller, 1968): en distribuciones no normales puede presentar resultados varias veces superiores a su nivel de significación real.

Levene (1960) propuso un estadístico para comprobar la homogeneidad de varianzas en grupos de igual tamaño. Este test fue posteriormente generalizado al caso de muestras con tamaño desigual por Draper y Hunter (1969). Esta prueba está incorporada al paquete estadístico BMDP, de gran utilidad en la investigación educativa, y por eso consideramos útil y necesario exponer brevemente sus bases teóricas y la interpretación de los resultados que con ella se pueden obtener.

El test de Levene se obtiene a partir de un ANOVA (análisis de la varianza) unidireccional, donde cada observación ha sido substituida por su desviación absoluta respecto a la media. La descripción de este estadístico es como sigue.

Vamos a exponer la prueba de Levene mediante un ejemplo práctico. Supongamos que disponemos de cuatro grupos (A, B, C y D), cada uno de ellos con cinco individuos (la prueba funcionaría igual con el tamaño diferente en todos los grupos). Las puntuaciones en la variable dependiente vamos a suponer que son:

TABLA n.º 1

A	*B*	*C*	*D*
8	5	9	6
9	6	8	4
7	4	7	5
9	5	7	4
8	5	9	5

A partir de los datos obtenidos se siguen los pasos siguientes:

1. Calcular la diferencia entre cada valor y la media de su grupo:

$$D_{ij} = x_{ij} - X_i$$

Estos datos aparecen en la columna (2) de la tabla 2.

2. Calcular la media de las diferencias de cada grupo:

$$D_i = \frac{\Sigma D_{ij}}{n_i}$$

3. Calcular la media total de las diferencias:

$$D_t = \frac{\Sigma \Sigma D_{ij}}{N}$$

Siendo N la suma de todos los individuos: $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_i$
En el ejemplo:

$$D_t = 0'62$$

4. Calcular la suma de cuadrados intragrupo (SC_{intra}):

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (D_{ij} - D_j)^2$$

En el ejemplo este cálculo ofrece el resultado de 3'504. Para realizar este cálculo se han seguido una serie de pasos en la *tabla 2:* 1) hallar la diferencia entre cada D_i y la media de las diferencias de su grupo (D_j); este cálculo aparece en la columna 3 de la tabla 2. 2) Se suman los resultados de cada grupo y luego el total.

5. Calcular la suma de cuadrados intergrupos (SC_{inter}):

$$\Sigma\, n_i\, (D_i - D_t)^2$$

En el ejemplo el resultado de este cálculo es 0'408. En la *tabla 3* se siguen una serie de pasos intermedios para llegar a este resultado: 1) Se calcula para cada grupo la diferencia entre la media grupal de diferencias y la media total de diferencias: $D_i - D_t$. 2) Se eleva la diferencia anterior al cuadrado, cuyos datos aparecen en la columna 2: $(D_i - D_t)^2$. 3) El resultado anterior para cada grupo se multiplica por el número de individuos del grupo: $n_i\, (D_i - D_t)^2$; los resultados de este paso están en la columna 3. 3) Finalmente se suma el resultado de todos los grupos.

6. Calcular los grados de libertad:

Intergrupos: $K - 1$

Intragrupos: $\sum_{i=1}^{K} (n_i - 1)$

En el ejemplo:

$Gl_{inter} = 4 - 1 = 3$
$Gl_{intra} = (5 - 1 + (5 - 1) + (5 - 1) + (5 - 1) = 16$

TABLA n.º 2

Grupo A

(1) X_i	(2) D_i	(3) $D_i — D_j$
8	0'2	0'1936
9	0'8	0'0256
7	1'2	0'3136
9	0'8	0'0256
8	0'2	0'1936
X = 8'2	D = 0'64	0'7520

Grupo B

5	0'0	0'1600
6	1'0	0'3600
4	1'0	0'3600
5	0'0	0'1600
5	0'0	0'1600
X = 5	D = 0'40	1'2000

Grupo C

9	1'0	0'6400
8	0'0	0'6400
7	1'0	0'6400
7	1'0	0'6400
9	1'0	0'0444
X = 8	D = 0'80	0'8000

Grupo D

6	1'2	0'3136
4	0'8	0'0256
5	0'2	0'1936
4	0'8	0'0256
5	0'2	0'1936
X = 4'8	D = 0'64	0'7520

D_t = 0'62

SC_{intra} = 0'752 + 1'2 + 0'8 + 0'752 = 3'504

TABLA n.º 3

Grupo	$(D_i - D_t)^2$	$n_i (D_i - D_t)^2$
A	0'0004	0'002
B	0'0484	0'242
C	0'0324	0'162
D	0'0004	0'002
	0'0816	0'408

7. Calcular la media cuadrática intergrupos:

$$MC_{inter} = \frac{SC_{inter}}{Gl_{inter}}$$

En el ejemplo: $MC_{inter} = \frac{0'408}{3} = 0'136 \cong 0'14$

8. Calcular la media cuadrática intragrupos:

$$MC_{intra} = \frac{SC_{intra}}{GL_{intra}}$$

En el ejemplo: $MC_{intra} = \frac{3'504}{16} = 0'219 \cong 0'22$

9. Calcular la

$$F = \frac{MC_{inter}}{MC_{intra}}$$

En el ejemplo: $F = \frac{0'136}{0'219} = 0'621 \cong 0'62$

Obsérvese cómo los datos obtenidos en los pasos 6-9 son los que aparecen en el resumen que ofrece el «output» del BMDP. Se puede observar también como en el «output» aparece el grado de significación, que en este caso es de p = 0'6116 y por tanto nada se opone en aceptar la hipótesis nula. Es decir, nada se opone en aceptar la hipótesis de homoscedasticidad. Este «output» corresponde exactamente al BMDP7D y aparece siempre que se ejecuta este programa.

Brown y Forsythe (1974) realizaron un estudio comparativo entre cinco pruebas de homoscedasticidad: 1) F de Snedecor; 2) Test de Bartlett; 3) Prueba de Levene; 4) la prueba de Layard (1973) basada en χ^2; 5) la prueba de Miller (1968). Los resultados señalan una mayor robustez en la prueba de Levene. Esta mayor robustez queda más de relieve cuando se utilizan medidas robustas de tendencia central; en este caso se utilizó la «trimmed mean». Este trabajo parece ser que fue elemento decisivo para la incorporación de la prueba de Levene en el paquete BMDP.

RESUMEN

En el paquete BMDP se incluye la prueba de Levene para comprobar la homogeneidad de varianzas. Esta prueba no suele aparecer en los manuales clásicos de Estadística Aplicada. Debido al uso que actualmente se hace del paquete BMDP en investigación educativa, consideramos de interés ofrecer información sobre la prueba de Levene con objeto de facilitar la interpretación de los resultados. Esta prueba es una derivación del análisis de la varianza: el estadístico de contraste es la F de Fisher. Brown y Forsythe (1974) aportan datos que demuestran la robustez de esta prueba por encima de otras como la de Bartlett, F. Layard y Miller.

ABSTRACT

The BMDP Statistical Package introduces the Levene test of homogeneity of variances. This test is not easy to find in the classical handbooks of Statistics. The frequent use of BMDP in educational research recommends the diffusion of some information about this test to facilitate the interpretation of results. The Levene test is a derivation of the classical one-way analysis of variance and the contrasting statistic is the Fisher's F. Brown and Forsythe (1974) have available data on the robustness of this test.

BIBLIOGAFÍA

BOX, G. E. P. (1953) «Non-Normatlity and Tests on Variances», *Biometrika*, 40, n.º 1 y 2, 318-335.

BROWN, M. B. y FORSYTHE, A. B. (1974) «Robust Test for the Equality of Variances», *Journal of the American Statistical Association.* Vol. 69, n.º 346 (junio, 1974), pp. 364-367.

DIXON, W. J. et al. (1983) *BMDP Statistical Software.* University of California Press, Los Ángeles.

DRAPER, N. R. y HUNTER, W. G. (1969) «Transformations: Some Examples Revisited», *Technometrics*, 11 n.º 1, pp. 23-40.

LAYARD, M. W. J. (1973), «Robust Large-Sample Tests for Homogeneity of Variances», *Journal of the American Statistical Association*, 68, n.º 341 (marzo, 1973), pp. 195-198.

LEVENE, H. (1960), «Robust Tests for Equality of Variances» en I. Olkin, ed., *Contributions to Probability and Statistics*, Palo Alto, Ca., Stanford University Press, pp. 278-292.

MILLER, R. G. (1968), «Jackknifing Variances», *Annals of Mathematical Statistics*, 39, n.º 2, pp. 567-582.

TEJEDOR, F. J. (1984), *Análisis de la varianza aplicado a la investigación en pedagogía y psicología*, Anaya, Madrid.

RAFAEL BISQUERRA ALZINA
Departamento de Pedagogía Experimental,
Terapéutica y Orientación de la
Universidad de Barcelona