Revista Investigación Educativa - Vol. 7 - n.º 13 (P. 165 -182)

UNA TÉCNICA ALTERNATIVA PARA EL ANÁLISIS DE LA PRODUCTIVIDAD DE LOS CENTROS UNIVERSITARIOS

por
María José Fernández Díaz
José Luis Gaviria Soto

INTRODUCCIÓN

La evaluación de centros educativos exige la consideración de múltiples variables, tanto de características de la institución y de sus alumnos como de los diversos productos de la misma. Los estudios de las relaciones de estas variables se han apoyado fundamentalmente en el uso de simples "ratios", análisis de regresión y otras técnicas, incluidas las multivariadas. Sin embargo, la mayoría de ellas presenta la dificultad de considerar un gran número de variables "input" y "output" simultáneamente o exigen requisitos que no siempre se cumplen. Además, estas técnicas adolecen de ciertos defectos que impiden un óptimo aprovechamiento de la información. La necesidad de un gran número de unidades de análisis es una de ellas. Lamentablemente en los estudios acerca de la productividad de las instituciones, el número de unidades de análisis suele ser reducido, aunque la información acerca de cada una puede ser abundante. Por otra parte, en los estudios de excelencia, importa, a veces, resaltar más las características de las instituciones destacadas que los valores medios. La alternativa que se propone en esta exposición, y que tiene en consideración estas circunstancias, es el *análisis del politopo convexo.*

OBJETIVOS Y CARACTERÍSTICAS DEL ANÁLISIS DE POLITOPO CONVEXO

Esta técnica proporciona un medio de analizar un fenómeno multivariado donde se consideran simultáneamente "inputs" y "outputs" de un determinado número de casos individuales (instituciones, facultades, departamentos, etc.) sin prescindir de la posibilidad de realizar comparaciones entre las distintas unidades o casos individuales.

La mayor parte de las técnicas de datos existentes trabajan sobre un número de casos elevado y los procedimientos estadísticos adoptados se centran bien en describir o representar características del grupo o conjunto más que de sus miembros individuales, o bien en generalizar propiedades a partir de los resultados del grupo a toda la población. En investigación educativa muchos análisis de datos son estadísticos y multivariados, centrando su atención en características que son típicas de un gran grupo de individuos dentro de la muestra. Los casos extremos no son deseables si se pueden excluir porque, algunas veces, pueden violar los presupuestos del modelo. Para Lindsay y Bailey (1980) el uso de estas técnicas corre dos riesgos: (1) énfasis en la significatividad estadística a expensas de material significativo, (2) la transformación de los datos para ajustar el modelo y como resultado reducción del poder explicativo en términos de la situación que está siendo cuantificada.

El análisis del politopo convexo presenta, en este sentido, características muy diferentes de los clásicos tipos de análisis de datos multivariados, ya que su atención se centra precisamente en los casos atípicos más que en los elementos típicos. Es decir, se mantiene la individualidad de los casos en el análisis, e incluso se intenta la comparación entre los elementos del conjunto, en lugar de tomar propiedades o valores representativos del conjunto.

Otra característica que define esta técnica es que no se requiere ninguna especificación de la naturaleza de las relaciones entre las variables, por lo que no se puede realizar ningún análisis de la situación actual en relación a una situación esperada o predicha.

Su carácter es fundamentalmente exploratorio, por tanto, no se puede utilizar para probar hipótesis. Este hecho se deriva de la no inclusión de teoría del error en el procedimiento.

La unidad de análisis puede ser muy variada, desde instituciones, departamentos, individuos, grupos, etc... En todos los casos, cada elemento del conjunto tiene un valor en cada una de las variables consideradas. No es preciso identificar si es elemento "input" o "output" y, puesto que no se especifican las relaciones entre ellos, el objetivo del estudio será identificar aquellos casos que presentan consideraciones más atípicas. Estudios posteriores pueden analizar las causas o fuentes de esta situación.

Las ventajas de esta técnica se pueden resumir en las siguientes: (1) Puede considerar múltiples "inputs" y "outputs", (2) Permite el estudio de producción conjunta, (3) No exige relaciones lineales entre "input" y "output" (4) se centra en casos individuales más que en datos representativos del conjunto.

Su aplicación en el campo de la planificación y administración es indiscutible ya que permite comparar instituciones, departamentos u otras unidades de interés. Igualmente puede ser de utilidad en otros muchos campos, como puede deducirse de sus características.

La aplicación de esta técnica se basa en la conceptualización de politopo convexo para estudiar inputs y outputs que realizó inicialmente Farrell en 1957 y posteriormente Farrel y Fieldhouse (1962). Farrell propuso representar los múltiples inputs y outputs de un proceso de producción conjunta en un espacio multidimensional en el que cada input y output estaba representado por una dimensión separada. Por su parte, Boles (1966, 1970, 1971) operacionalizó una formulación de programación lineal desde la aproximación convexa de Farrell. Carlson (1972, 1975, 1976) extendió y aplicó este método para examinar producción y coste conductual en instituciones de educación superior para determinar la relativa eficiencia de la operación e indentificar las instituciones que ejecutan en la frontera de la operación eficiente. Sin embargo, su programación se limitó a una parte de la construcción del politopo. Gray (1979) desarrolló una altenativa construyendo el politopo entero a través de un algoritmo de cálculo para englosar un conjunto de observaciones dibujadas en un espacio multidimensional input-output. Esta aproximación la aplicó en un estudio de más de 150 departamentos de química que otorgaban el Ph. D. en Estados Unidos, usando cinco variables: número de profesores, número de grados que se otorgaron a no graduados, número de grados que se concedieron a graduados, número de publicaciones del profesorado y presupuesto de investigación. Los análisis demostraron grandes diferencias entre los departamentos más y menos eficientes. La construcción de la configuración entera del politopo permite estudiar cualquier parte con el nivel de detalle que se desee. Lindsay y Bailey (1980) extendieron la aplicación de Gray pero se diferencian de ésta en la técnica de cálculo, el número de dimensiones y la interpretación de la distancia desde los puntos interiores al exterior del politopo. Esta última aplicación de la técnica se tomará en la exposición para ilustrar sus características y posibilidades.

NOCIONES BÁSICAS

El análisis del politopo convexo es una técnica cuyos conceptos básicos están relacionados con la programación lineal, o mejor con la programación matemática. Algunos conceptos elementales y definiciones ayudarán a entender mejor el procedimiento a seguir.

En primer lugar, por *programa matemático* se entiende el conjunto de acciones que llevan a encontrar los valores de un vector $x \in R^n$ que maximizan o minimizan una función de este vector, llamada función objetivo, dentro de los límites establecidos por ciertas restricciones del conjunto vector. Esas restricciones reciben el nombre de *conjunto factible*. Desde un cierto punto de vista el problema se reduce a localizar máximos o mínimos de una función condicionados a un rango de valores de x.

Los programas matemáticos suelen dividirse en dos categorías (Balbas y Gil (1987)):

(1) Programas diferenciables. En ellos tanto la función objetivo como las que

definen las restricciones son continuas, derivables y tienen derivada segunda.

(2) Programas convexos. La función objetivo es convexa o cóncava y el conjunto factible es convexo.

Un tipo especial de programas matemáticos son los programas lineales, que pueden ser de las dos clases anteriores. En ellos tanto la función objetivo como las restricciones son lineales.

La propiedad de la convexidad puede expresarse en su expresión más simple como un segmento [x, y]

$$x, y \in R^n \; [x, y] = \{tx + (1 - t)\, y \in R^n \,/\, 0 \leq t \leq 1\}$$

Es decir, dados dos puntos en R^n, x e y, todos los puntos del segmento x e y pueden expresarse como una combinación lineal de los extremos del segmento. Los coeficientes de x e y, t y 1-t, deben sumar 1 (t + (1-t) = 1) para que la combinación lineal esté incluida dentro del segmento.

En general, un subconjunto $A \subset R^n$ es convexo cuando incluye a todo segmento cerrado que une dos puntos cualesquiera de A. Esta definición equivale a decir que x e y son una base de un conjunto, y todos los puntos del conjunto formado por los puntos de segmento pueden expresarse como una combinación lineal de los vectores de la base, con la propiedad de que la suma de sus coeficientes, $\sum a_1 = 1$. Esta última propiedad es la que hace que los puntos que pertenecen a ese conjunto no "desborden" los límites impuestos por x e y.

Cuando el conjunto es distinto de un segmento, los elementos que lo definen ya no son una base del conjunto, y entonces se habla de los "vértices" del conjunto.

Siendo $A \subset R^n$ un conjunto convexo, un punto de A, x, es un vértice o punto extremo de A si no es posible expresarlo como configuración convexa de otros puntos de A distintos de X. Obsérvese la diferencia con una base. En una combinación lineal convexa, la suma de los coeficientes debe ser 1. Sin embargo, se podría expresar como una combinación lineal no convexa de otros puntos del conjunto, es decir, una combinación en la que los coeficientes sumaran un valor distinto de 1.

Otros conceptos útiles son el de curvas de nivel, hiperplano y politopo.

Una *curva de nivel* es el conjunto de puntos para los que la función objetivo tiene el mismo valor. El gradiente de un punto es el vector que indica la dirección en R^n en que se pasa a una curva de nivel de valor superior.

Hiperplano es la generalización a n dimensiones del concepto de punto en una dimensión, recta en dos dimensiones, y plano en tres dimensiones. En tres dimensiones, por ejemplo, un plano cualquiera define dos semiespacios cerrados, a un lado y a otro del plano. Un hiperplano en n dimensiones define dos semiespacios cerrados.

La intersección de un número finito de semiespacios cerrados de R^n se denomina politopo.

Un politopo es convexo si, siendo P_1, P_2, P_3,..., P_n los vértices del mismo, cualquier punto obtenido por la expresión

$$P = a_1P_1 + a_2P_2 + \ldots + a_nP_n$$

pertenece al politopo para cualquier conjunto de valores de a_i que cumpla la condición $\sum a_i = 1$.

Los límites de un politopo convexo son sus *facetas*. Las facetas están limitadas por los vértices del politopo.

El análisis del politopo convexo consiste en hallar el conjunto de coeficientes a_1, a_2,..., a_k que, dado un conjunto de puntos P_1, P_2,..., P_n, satisfacen

$$P = a_1P_1 + a_2P_2 + \ \ldots + a_kP_n \text{ y } a_i \geq 0 \text{ y } \sum_{i=1}^{n} a_i = 1 \ (1)$$

donde P_1, P_2,..., P_n son los n puntos que definen los vértices del politopo convexo. La diferencia con programación matemática, reside en que en aquélla se comienza con un conjunto de restricciones que dan lugar a unas ecuaciones de frontera, y con esos límites se trata de optimizar la función objetivo, es decir, se trata de obtener un mínimo o un máximo de esa función dentro de los límites establecidos por el politopo convexo. En esta variedad, sin embargo, se tiene una serie de puntos que representan las combinaciones de valores que se dan en la realidad, y por lo tanto los valores posibles en que pueden combinarse las variables. A partir de esos puntos se obtienen los límites del conjunto factible, identificando los elementos extremos que forman los vértices del politopo. Las ecuaciones de los hiperplanos que unen los puntos extremos, cumplen una función similar a las restricciones de la programación matemática.

En esta técnica, la comparación entre los puntos se lleva a cabo estudiando el gradiente de cada punto, es decir, el vector que indica en qué dirección debe mantenerse cada punto para alcanzar una curva de nivel de condiciones mejores que aquélla en la que se encuentra. También se comparan las magnitudes de los movimientos necesarios para llevar a cabo la optimización.

1. Determinación del politopo

El método para descubrir el politopo convexo de A pasa por localizar los vértices del mismo. Supongamos que tenemos un conjunto de puntos definidos en k dimensiones. Para simplificar la exposición, suponemos que k = 2, y luego generalizamos para cualquier número de dimensiones. Elegimos cualquier politopo convexo de forma arbitraria. Si estamos en dos dimensiones un politopo convexo apropiado estará definido por 3 vértices (fig. 1). En general, en k dimensiones estará definido por k + 1 puntos. A continuación vamos comprobando si todos los puntos restantes están comprendidos dentro del politopo definido por P_1, P_2 y P_3. Eso se cumplirá cuando exista un conjunto de valores de a_1 tales que satisfagan la condición de combinación convexa planteada en (1). En caso contrario, el nuevo punto pasa a ser un vértice. Por ejemplo, en la fig. 2, P_4 ha pasado a ser vértice del politopo y el segmento P_2P_3 ha sido descartado. Se repite la operación hasta que se cumple que si hay n vértices, cualquier combinación convexa de los mismos está comprendida en el politopo definido por ellos. Es decir, $a_1P_1+a_2P_2+ \ldots +a_nP_n \, \varepsilon \, A$ donde $\sum a_1 = 1$ siendo A el politopo cuyos vértices son $P_1, P_2, \ldots, P_n$. Por ejemplo, en fig. 3 tenemos un politopo no convexo. En la fig. 4 se han hecho las transformaciones necesarias para que se den las condiciones de convexidad.

El análisis de los datos, debe ser independiente de las unidades de medida, ya que el cambio de la unidad de una variable puede afectar, por ejemplo, el volumen o el área comprendida dentro del politopo. Una práctica habitual, por tanto, consiste en tipificar las variables antes de comenzar el análisis.

2. **Interpretación del politopo**

No todas las dimensiones sobre las que se define el politopo tienen la misma función. Unas son variables de input que se deben minimizar, y otras son variables de output que se deben maximizar. Cada faceta que limita el politopo representa una combinación de las variables que puede ser óptima, pésima, o intermedia. Por ejemplo, en la fig. 5: Si X son entradas e Y son salidas, las facetas a y b representan situaciones pésimas, mientras que c y d representan situaciones óptimas. A las facetas del politopo pueden asignárseles valores que definan su grado de deseabilidad. Por ejemplo, si damos un peso (arbitrario) de +2 a las salidas, y un peso de -1 a las entradas, se puede calcular para cada faceta la media ponderada de los puntos que componen esa faceta. Valores más bajos indican menos deseabilidad, y más altos, mayor deseabilidad.

Los puntos del interior del politopo, son puntos que representan situaciones no ideales. Una medida de su situación puede ser su distancia a la superficie del politopo. Esto nos da una magnitud de los cambios que deben llevarse a cabo para alcanzar situaciones óptimas. Los cambios, los movimientos, pueden tener lugar sobre una o sobre varias dimensiones. Eso depende de las condiciones externas. Las facetas del politopo nos indican los límites de lo posible. Por ejemplo, tenemos el punto 1 que está caracterizado por unas entradas de x_1 y unas salidas de y_1. Esto no es una situación óptima. Si queremos aumentar las salidas hasta un punto cercano a y_2, la faceta c nos indica que no es posible llevar a cabo ese cambio si simultáneamente no se aumentan las entradas al menos hasta x_2. Uno punto como P_4 indica una situación no ideal en la que es posible alcanzar status más deseables bien por una disminución de entradas manteniendo las salidas, bien aumentando salidas

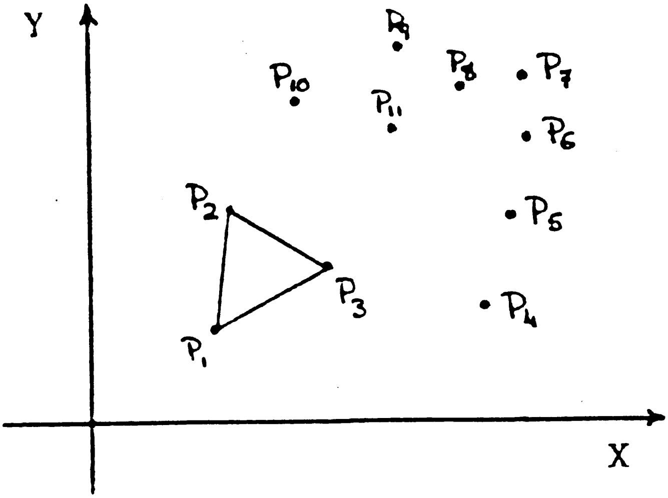

Figura 1. Situación inicial

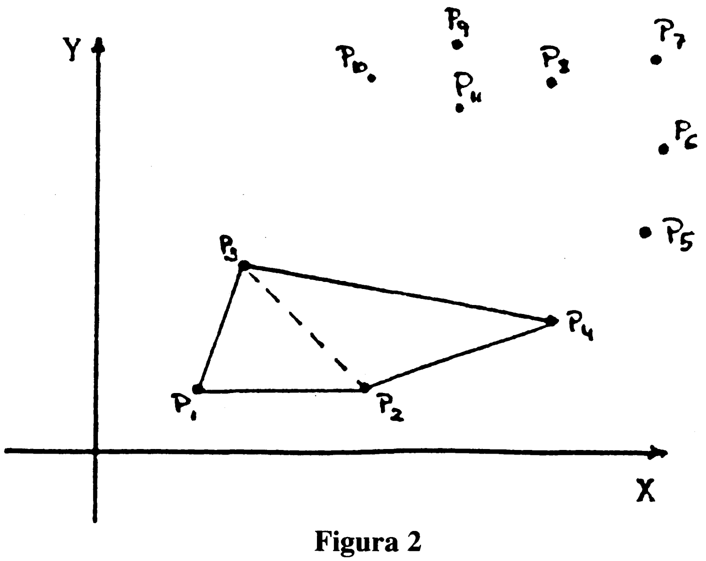

Figura 2

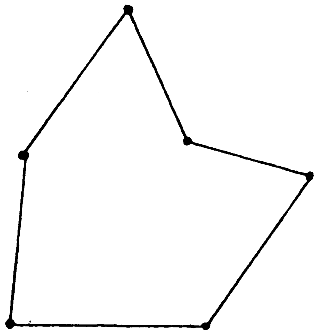

Figura 3

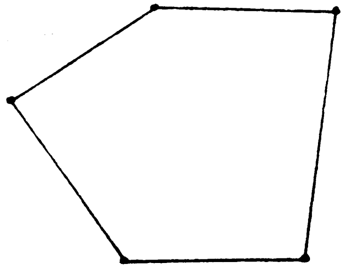

Figura 4

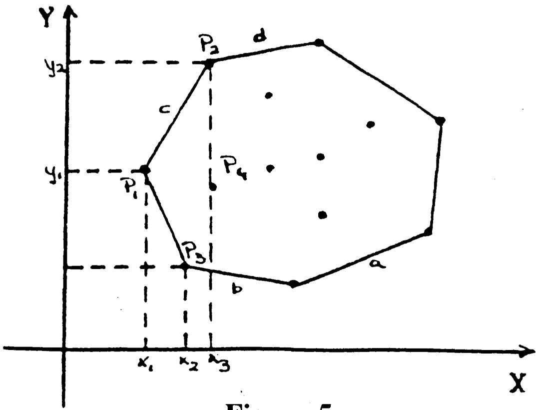

Figura 5

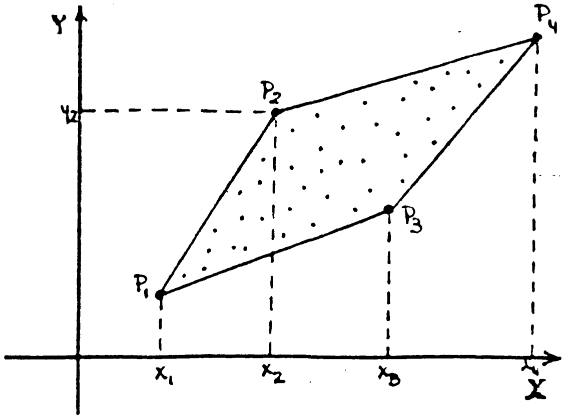

Figura 6

manteniendo entradas (hacia P_2), o bien por una combinación de los dos movimientos acercándose a la faceta c.

Esta técnica también puede servir para describir la relación entre las variables de entrada y de salida de una forma parsimoniosa. Por ejemplo, en la fig. 6 vemos una configuración muy ilustrativa. Sean como antes X e Y las variables de entrada y de salida, respectivamente. Los puntos P_1, P_2, P_3 y P_4 son los vértices del politopo convexo obtenido de analizar los puntos sobre ese plano. Las facetas que lo delimitan nos dan información valiosa respecto a la naturaleza de las relaciones entre X e Y y de los límites de las posibles variaciones. Por ejemplo, la faceta P_1P_2 nos indica los máximos valores alcanzables en Y cuando se aumentan los valores de X dentro del intervalo x_1 - x_2. Asimismo vemos que alcanzados ciertos valores de Y, y_2 en este caso, el aumento de X entre x_2 y x_3 no producirá aumentos en Y en la misma medida que el intervalo anterior. Asimismo vemos por el segmento P_1P_3, que si X aumenta en el intervalo x_1 - x_3 como mínimo se obtendrán los incrementos en Y indicados por el segmento P_1P_3.

APLICACIÓN DE LA TÉCNICA

Para ilustrar las posibilidades de esta técnica, presentamos su aplicación a un estudio realizado por Lindsay y Bailey (1980) sobre quince universidades australianas. Puesto que el objetivo del trabajo se limitó a facilitar la comprensión de la técnica, únicamente se tuvieron en cuenta tres dimensiones. Este caso sería el más simple, ya que existe la posibilidad de considerar múltiples inputs y outputs.

La aplicación de esta técnica exige la homogeneidad de las instituciones objeto de estudio en cuanto a fines y representación adecuada y equitativa de inputs y outputs de cada una de las instituciones a fin de que puedan ser comparables. En el ejemplo, este supuesto se cumple por las propias características del sistema universitario australiano. Así pues, las quince universidades son estatales y, por tanto, esencialmente iguales en fines, estructura de grados, de personal, salarios, fuentes de financiación, formas de gobierno, etc. Las diferencias en tamaño, antigüedad, etc., no son relevantes para nuestros fines.

Para demostrar las posibilidades de análisis de producción conjunta se requería tomar, al menos, dos outputs. En este caso, uno de ellos estaba relacionado con enseñanza y el otro con investigación. Así pues, el modelo elegido considera una dimensión input junto a los dos outputs mencionados. Las dimensiones y variables asociadas se definieron tal como sigue:

1. *Dimensión input*: Se seleccionó el "staff" total (TS) ya que representa una parte importante de los recursos de una institución. Se definió como el número de personal académico y no académico expresado en unidades equivalentes a dedicación a tiempo completo.
2. *Las dimensiones output* fueron dos:

2.1. *Enseñanza*: Esta medida se derivó del número de titulaciones que se completaron en un año, ponderado en función del tiempo de estudio implicado. No se tuvo en cuenta el aprendizaje de los estudiantes que no lograron completar la calificación. A la variable se le denominó "titulación ponderada de años completados" (WQYC). Se estableció una ponderación de cada titulación por el número mínimo de años de estudio implicados, a fin de obtener una mejor medida de la cantidad de aprendizaje que implica una calificación. En este sentido, se diferenciaron dos categorías: (a) años completos de grado superior (masters y doctorados); (b) otros (bachelors y diplomas de postgraduación).

2.2. *Investigación*: Se tomó como medida los gastos de investigación (RE) como indicador del total de la actividad de investigación. Se parte del supuesto de que aquéllos están directamente relacionados con el producto de investigación.

Aunque la calidad de estas medidas puede ser discutible y efectivamente se hubieran podido utilizar más y mejores medidas, dejamos a un lado estos problemas ya que no son el objetivo de la presentación del ejemplo. En la tabla 1 se presentan las quince instituciones con los datos obtenidos de estas dimensiones. Como cabría esperar dada la homogeneidad de las instituciones, las medidas están altamente correlacionadas. Así el input TS tiene una correlación de .92 con RE y 0.98 con WQYC. Las dos medidas del output tienen una correlación de .88.

Tabla 1. Datos de las universidades

INSTITUCIÓN ID	STAFF TOTAL TS	GASTO EN INVESTIGACIÓN RE	TITULACIÓN PONDERADA DE AÑOS COMPLETADOS WQYC
A	3.817	6.585	12.672
B	3.611	3.980	13.054
C	1.308	1.555	3.838
D	651	370	2.600
E	1.229	663	5.440
F	379	165	804
G	3.680	5.912	10.947
H	3.039	2.949	9.764
I	1.233	606	4.791
J	3.527	3.135	10.967
K	504	524	1.176
L	2.196	3.075	6.307
M	718	979	2.309
N	2.137	3.043	5.824
P	800	887	2.051

Tabla 2. Facetas y puntos que componen el politopo convexo.

NÚMERO DE REFERENCIA DE LA FACETA	INSTITUCIONES QUE DELIMITAN LA FACETA	ECUACIONES DE LA FACETA Coeficientes para cada dimensión			Constante	CÓDIGO DE LA DIRECCIÓN DE LA DIMENSIÓN			PUNTUACIÓN GLOBAL DE LA DIRECCIÓN DIMENSIONAL[2] (%)
		TS	RE	WQYC	K	TS	RE	WQYC	
1	A B E	.961	-.113	-.252	26.184	+[1]	+	+	100.0
2	D E F	.204	.969	-.141	-12.344	+	-	+	66.7
3	E F I	-.102	.991	-.088	-5.419	-	-	+	33.3
4	A G J	-.997	.080	.008	317.999	-	-	-	.0
5	A B J	-.997	.055	.058	271.080	-	-	-	.0
6	B E J	-.104	.923	-.370	152.675	-	-	+	33.3
7	E I J	-.647	.759	-.071	67.602	-	-	+	33.3
8	F I J	-.877	.461	.137	14.620	-	-	-	.0
9	A G K	.528	-.804	.272	-16.444	+	+	-	66.7
10	D E M	.966	-.191	-.177	-9.824	+	+	+	100.0
11	A E M	.963	-.204	-.178	-8.151	+	+	+	100.0
12	D F M	.781	-.617	.100	-18.811	+	+	+	100.0
13	F K M	.977	-.169	-.129	-23.899	+	+	+	100.0
14	A K M	.964	-.252	-.081	-25.881	+	+	-	66.7
15	F J N	-.964	.055	.260	38.116	-	-	-	.0
16	G J N	-.957	.138	.256	13.338	-	-	-	.0
17	F K N	-.937	-.034	.348	8.127	-	+	-	33.3
18	G K N	-.287	-.796	.532	-6.419	-	+	-	33.3

Notas:
1. + = extremo de la dimensión en la dirección deseada.
   - = extremo de la dimensión en la dirección opuesta.
2. Las dimensiones están ponderadas por igual.

El politopo convexo que incluye el conjunto de los datos de la tabla 1 está limitado o definido por las 18 facetas detalladas en la tabla 2. Las instituciones que delimitan las facetas son once tal como vemos en la segunda columna de la tabla. Representan el 73% del total y están en el exterior del politopo convexo.

Puesto que la aplicación implica tres dimensiones, las facetas son planos definidos por tres puntos y las ecuaciones de las mismas son de la forma: $a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 + k = 0$.

Las columnas finales de la tabla 2 nos indican hasta qué punto cada faceta es extrema en la dirección deseada, es decir, hasta qué punto el movimiento desde el interior a la faceta representa una reducción en el input y un incremento en los outputs. Las facetas que están en la dirección deseada en todas las dimensiones, esto es, con un código de +++ y una puntuación de la dirección de la dimensión del 100% se conocen como facetas óptimas del politopo convexo. En la tabla 2 se puede ver que las facetas 1 y 10-13 son facetas óptimas. Una información similar para las 11 instituciones del exterior aparece en la tabla 3. Es necesario señalar que aunque la construcción del politopo convexo no depende de la naturaleza de las dimensiones, todas las interpretaciones del politopo se hacen sobre la base de la determinación exógena del significado de las dimensiones.

Tabla 3. Información sobre las instituciones en el politopo convexo

INSTITUCIÓN	FACETAS A LAS QUE PERTENECE LA INSTITUCIÓN							PUNTUACIÓN DE EFICACIA (Suma de los pesos de las facetas miembro) (%)
A	1	4	5	9	11	14		55.6
B	1	5	6					44.4
D	2	10	12					88.9
E	1	2	3	6	7	10	11	66.7
F	2	3	8	12	13	15	17	47.6
G	4	9	16	18				25.0
I	3	7	8					22.2
J	4	5	6	7	8	15	16	9.5
K	9	13	14	17	18			60.0
M	10	11	12	13	14			93.3
N	15	16	17	18				16.7

Los datos de la tabla 3 incluyen información de la tabla 2. De cada institución se señalan las facetas de las que forma parte.

Respecto a la interpretación de los resultados es preciso destacar la amplitud de posibilidades que ofrece el uso de esta técnica. Así, no sólo nos permite el estudio actual de cada una de las instituciones en función de su ubicación respecto al resto de las instituciones o de las facetas sino que también es posible modificar sus valores dimensionales para una optimización de su posición. La validez práctica del politopo convexo para cubrir estos fines depende principalmente de tres factores:

1. Que las dimensiones elegidas hayan sido adecuadas, comprehensivas y equitativas.
2. De las posibilidades de comparación de las instituciones, en cuanto estén implicadas en el mismo proceso.
3. Del nivel de control de la gestión de las instituciones que posibilite la modificación de los valores dimensionales.

Aunque en teoría esta técnica asume que una institución se puede desplazar a cualquier otra ubicación a través de las variaciones introducidas en sus inputs para producir los outputs deseados, actualmente su uso está muy restringido a aquellas comparaciones y variaciones con sus efectos consiguientes en la localización institucional dentro del politopo, lo que resulta de menor validez práctica que lo que se pudiera lograr. Es decir, el análisis de eficacia institucional utilizando esta aproximación se dirige principalmente a considerar la localización de una institución en relación a instituciones y facetas cercanas, o en relación a los efectos de variación en un momento determinado, o a través de mínimas combinaciones, de las dimensiones que contienen variables discrecionales, esto es, aquéllas que son responsabilidad en la toma de decisiones dentro de la gestión institucional.

La información que nos ofrece el análisis nos permite identificar subconjuntos de instituciones de varios niveles de eficacia. Estos subconjuntos pueden ser insertados posteriormente para identificar los factores que determinan la composición de los subconjuntos y que, en consecuencia, están asociados con los distintos niveles de eficacia. Así, según la información que nos proporcionan las tablas 1 a 3 podemos dividir a las instituciones en los siguientes grupos:

1. Subconjunto de instituciones localizadas en el exterior del politopo y cuya puntuación de eficacia es superior a un nivel seleccionado. Por ejemplo, si se seleccionara el valor del 50%, las instituciones serían: A, D, E, K, M.
2. Subconjunto de instituciones localizadas en el exterior del politopo y cuya puntuación de eficacia está por debajo del nivel seleccionado: B, F, G, I, J, N.
3. Subconjunto de instituciones dentro del politopo y en consecuencia con niveles no óptimos de eficacia: C, H, L, P.

El análisis de la composición de los subconjuntos identificados por el análisis del politopo convexo nos proporciona una base empírica para investigar la naturaleza de las relaciones entre inputs y outputs y para identificar los factores que influyen en el proceso de conexión (tamaño, características de la comunidad estudiantil, etc.).

También este análisis puede proporcionar información para la administración. Así otra división de las instituciones:

1. Subconjunto de instituciones pertenecientes o correspondientes a una faceta óptima: A, B, D, E, F, K, M.

2. Subconjunto de otras instituciones: C, G, H, I, J, L, N, P.

Respecto a las instituciones que pertenecen al primer subconjunto, los resultados de la tabla 2 nos muestran según el politopo convexo observado que no es posible mejorar la eficacia de la institución para el nivel de input. Por otra parte se presentan las instituciones no óptimas, puesto que se pueden obtener mejores niveles de output para ese nivel de input, o los productos existentes podrían obtenerse con menores niveles de input. Cada una de estas instituciones no-óptimas se pueden comparar con las instituciones que delimitan facetas óptimas y también con las instituciones hipotéticas situadas en puntos determinados sobre facetas óptimas. A partir de estas comparaciones estimadas se puede hacer del output e input objetivos que se presentan como posibles.

Este tipo de análisis nos proporciona una evaluación de la eficacia de una institución en relación a sus compañeras y con valores objetivos basados en los resultados logrados por las otras instituciones. Si el análisis se realiza en sucesivos períodos de tiempo se puede estudiar el progreso de una institución en la mejora de su eficacia.

Para determinar el análisis se puede realizar un desplazamiento hacia el exterior de las instituciones. A estas medidas se les denomina medidas de desplazamiento simple. En esencia, la medida más simple de este tipo permite variar cada valor dimensional de un punto, mientras que los otros valores dimensionales permanecen constantes. Si la medida de desplazamiento simple (SDM) se aplica al conjunto de las instituciones, los puntos exteriores identificados por SDM se interpretan como instituciones hipotéticas idénticas para todos los valores dimensionales excepto una que corresponde a la institución particular. Para la dimensión que permanece las instituciones hipotéticas representan los extremos de valores posibles. La tabla 4 nos muestra la medida de desplazamiento simple para cada institución. En esta tabla se puede ver que en relación a la institución C dos instituciones extremas son posibles con valores idénticos de TS y WQYC a los de C y con valores RE en el extremo inferior menos del 34% y en el extremo superior 26% por encima del valor RE de la institución C. Las instituciones localizadas en el exterior representan uno de los valores extremos o los dos en el caso donde hay sólo un valor posible. Las instituciones A y B son ejemplos de esto en relación a cada una de las dimensiones.

Se pueden tomar medidas más complejas de la distancia de instituciones no óptimas, desde facetas objetivos que se pueden obtener haciendo variar más de un valor dimensional en una sola vez. Desde el punto de vista práctico el objetivo es entonces identificar un conjunto de cambios mínimos en valores dimensionales que serían necesarios para situar nuevamente la institución sobre la faceta objetivo que representa un nivel de eficiencia óptimo. Cada dimensión puede ser ponderada según la dificultad en lograr un cambio en esa dimensión y luego el conjunto de cambios puede ser minimizado por algún procedimiento, tal como determinar la combinación de cambios que proprociona el mismo cambio en inputs para el mayor cambio en outputs. Así en la tabla 5 se muestran tres ejemplos de esa medida, donde se producen ciertos desplazamientos hacia una faceta óptima. Estos tipos de medida de distancia pueden proporcionar una información especialmente útil como pauta para diseñar una estrategia de gestión futura que optimice la situación de la institución. Ésta no se compara directamente con ninguna de las instituciones existentes en el exterior sino con una institución hipotética que asume la función objetivo, y cuyo resultado se ha obtenido como síntesis de las instituciones existentes en el exterior. La síntesis se realiza de forma que la institución hipotética objetivo presenta gran similitud con la que se está investigando, tiene valores idénticos en todas las dimensiones, excepto en una, en la que es superior.

Tabla 4. Medida de desplazamiento simple para cada institución

INSTITUCIÓN	DESPLAZAMIENTOS (% del valor existente) PARA TRASLADAR AL EXTERIOR *La faceta implicada aparece entre paréntesis* DIMENSIÓN					
	TS		RE		WQYC	
	+	-	+	-	+	-
A	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0
C	6 (15)	14 (11)	26 (9)	34 (8)	26 (11)	8 (15)
D	18 (8)	0	0	0	0	29 (8)
E	0	0	0	0	0	16 (8)
F	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	14 (1)	0
H	5 (15)	14 (1)	73 (9)	12 (7)	9 (6)	5 (15)
I	0	11 (10)	106 (11)	0	0	0
J	0	16 (1)	86 (9)	0	0	0
K	0	0	0	35 (15)	0	0
L	3 (16)	14 (11)	9 (18)	17 (15)	26 (11)	4 (16)
M	25 (15)	0	0	63 (8)	0	0
N	0	9 (9)	0	0	31 (11)	0
P	2 (17)	15 (14)	13 (18)	13 (15)	39 (10)	2 (19)

Como vemos, esta técnica permite realizar una función de diagnóstico institucional, separando las instituciones óptimas de aquéllas que no lo son. Asimismo, permite comparar éstas últimas con aquéllas o con instituciones hipotéticas. Resulta de gran utilidad práctica como guía de acción para acciones operativas posteriores dirigidas a la mejora de la institución tendiendo a alcanzar los valores de los modelos institucionales. Por otra parte, la identificación de subconjuntos de instituciones con alguna característica común y diferenciada a su vez de otro subconjunto, nos proporciona una base empírica para profundizar en la mejor comprensión de la naturaleza de las relaciones entre inputs y outputs, identificando los factores asociados con niveles altos y bajos de ejecución. La técnica puede ser utilizada igualmente en otros campos y con unidades de análisis diferentes, tales como departamentos, programas, profesorado, etc... Las posibilidades de estudio simultáneo de múltiples inputs y outputs constituye, a nuestro juicio, una de las aportaciones de mayor interés de esta técnica.

Tabla 5. Medidas de cambio mínimo para tres instituciones no óptimas

INSTIT.	FACETA	MEDIDA	DESPLAZAMIENTOS (% del valor existente) PARA TRASLADARSE HACIA LA FACETA ÓPTIMA Dimensión TS	RE	WQYC
C	11	Minimizar el mayor desplazamiento	-10.5	-8.0	10.5
		Desplazamiento simple RE, WQYC constante	-14.2	0	0
		Desplazamiento simple TS, WQYC constante	0	Impos.	0
		Desplazamiento simple TS, RE constante	0	0	26.2
H	9	Minimizar el mayor desplazamiento	-25.8	26.4	-25.7
		Desplazamiento simple RE, WQYC constante	Impos.	0	0
		Desplazamiento simple TS, WQYC constante	0	-72.6	0
		Desplazamiento simple TS, RE constante	0	0	Impos.
L	11	Minimizar el mayor desplazamiento	-8.1	8.1	5.6
		Desplazamiento simple RE, WQYC constante	13.5	0	0
		Desplazamiento simple TS, WQYC constante	0	Impos.	0
		Desplazamiento simple TS, RE constante	0	0	25.5

Aunque a lo largo de la exposición hemos señalado las ventajas y aportaciones de la técnica en relación con otras existentes, es evidente que también plantea algunas dificultades y limitaciones. Para nosotros, la problemática de identificación y medida de inputs y outputs sigue siendo una de las limitaciones más importantes de cualquier sistema de evaluación institucional, que afecta, sin duda, a los resultados del análisis independientemente de la técnica que se aplique. Lindsay (1982) refiriéndose concretamente a esta técnica señala como principales problemas los siguientes: (1) el esfuerzo de cálculo exigido, especialmente para las formulaciones de programación lineal, si bien este problema se va superando conforme se incrementa la capacidad de cálculo; (2) conforme incrementa el número de inputs y de outputs, se debe incrementar el número de instituciones objeto de análisis, de forma que dicho número debe ser sustancialmente mayor que el número de inputs y outputs si pretendemos obtener información útil; (3) las observaciones vértices de las que depende fundamentalmente el análisis son observaciones atípicas o extremas y resulta difícil determinar si tal atipicidad se debe a operaciones más eficientes o a errores de medida.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALBAS, A. y GIL, J. A.; 1987: *Programación matemática.* Ed. A. C. Madrid.

BOLES, J. N.; 1966: "Efficiency squared-efficient compensation of efficiency indexes". En *Proceedings Thirty-ninth Annual Meeting.* Western Farm Economics Association.

— 1970: *The measurement of productive efficiency: The Farrell approach.* Berkeley. Calif.: University of California, Giannini Foundation of Agricultural Economics.

— 1971: *The 1.130 Farrell efficiency system-multiple products, multiple factors.* Berkeley, Calif.: University of California, Giannini Fountation of Agricultural Economics.

CARLSON, D.; 1972: *The Production and Cost Behaviour of Higher Education Institutions.* Ford Foundation Program for Research in Univesity Administration, Berkeley, California.

— 1975: "Examining efficient joint production processes". En Walhans, R. A. (Ed.). *New Directions for Institutional Research,* San Francisco, Jossey-Bass.

— 1976: *Calculating Frontier Multi-Product, Multi-Factor Production and Cost Relationships. A Computerized Algorithm.* University of California. Department of Agricultural Economics.

FARRELL, M. J.; 1957: "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society.* Series A, Part. 3, 253-290.

FARRELL, M. J. & FIELDHOUSE, M.; 1962: "Estimating efficient production functions under increasing returns to scale". *Journal of the Royal Statistical Society,* Series A, Part. 2, 252-267.

GRAY, R. G.; 1979: *A convex-hull approach to the analysis of social productivity.* Bouldes, Colorado National Center for Higher Education Management Systems.

LINDSAY, A. W.; 1982: "Institutional Performance in Higher Education; The Efficiency Dimensión". *Review of Educational Research*, 52, 2: 175-199.

LINDSAY, A. W. y BAILEY, M.; 1980: "A convex polytope technique for analysing the performance of universities". *Socio-Economic Planning Sciences,* 14, 1: 33-44.