

ALGORITMOS Y ESTRATEGIAS EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO BÁSICO

por

Leonor Buendía Eisman

Antonio Fernández Cano

Luis Rico Romero

Universidad de Granada

0. TERMINOLOGÍA Y ENMARQUE TEÓRICO

En su párrafo 240 el Informe Cockcroft dice: “en la enseñanza de las Matemáticas cabe distinguir, actualmente, tres elementos: hechos y destrezas, por un lado, estructuras conceptuales, por otro, y estrategias generales y apreciación, finalmente” (1).

Las destrezas comprenden, entre otros, el empleo de hechos numéricos y los procedimientos estándar de cálculo aritmético. Los algoritmos escolares son en este sentido destrezas, ya que abarcan “todo tipo de procedimientos establecidos que quepa desarrollar mediante una rutina”. El término algoritmo tiene un significado importante en la enseñanza de la Matemática...

1. ALGORITMOS

Se entiende, en la actualidad, por algoritmo “una serie finita de reglas a aplicar en un orden determinado a un número finito de datos para llegar con certeza (es decir, sin indeterminación ni ambigüedades), en un número finito de etapas, a cierto resultado, y esto, independientemente de los datos” (2). Este sistema de órdenes, que determinan el encadenamiento de operaciones elementales que permiten obtener, a partir de datos iniciales, el resultado que se busca, “debe poseer las siguientes propiedades:

I. Nitidez; debido a esta propiedad la realización de un algoritmo es un proceso mecánico.

II. Eficacia; conduce a los resultados deseados mediante un número finito de pasos, suficientemente simples.

III. Universalidad; se requiere que cada algoritmo sea aplicable a todos los problemas de una cierta clase” (3).

Un algoritmo, pues, no resuelve solamente un único problema sino toda una clase que no difieren más que por los datos, pero que están relacionados por las mismas leyes. Esto es lo que permite denominar igualmente como algoritmos a las reglas para calcular los resultados numéricos de las operaciones —sencillas o complejas—, a las normas de juego, a muchas acciones cotidianas que realizamos mecánicamente, al proceso de búsqueda de un camino en un laberinto, y, en general, cualquier proceso determinista definido por un conjunto de inputs tal que para todo elemento de entrada le corresponda uno y sólo un elemento de salida.

El procedimiento que dirige la elaboración de un algoritmo es describir un proceso de modo tal que después puedan ser imitados o gobernados por una máquina. Es decir, debido a su nitidez, eficacia y universalidad, un algoritmo permite trazar mecánicamente los problemas de los que se ocupa.

2. ESTRATEGIAS

En el otro extremo aparecen las estrategias generales que “son los procedimientos que guían la elección de la destreza que debe emplearse o de los conocimientos a que se debe recurrir en cada etapa de la resolución de un problema o del desarrollo de una investigación” (4). Las estrategias permiten clarificar y definir un problema y elaborar un plan de acción para emprender una resolución. Su puesta en marcha y desarrollo no pueden estar prescritos de antemano, ya que si no se trataría de un algoritmo.

Desde el punto de vista práctico hay métodos, procedimientos y actitudes que ayudan a resolver problemas y esto se realiza respetando ciertas etapas, actuando según una determinada cadencia y ayudándose de algunas técnicas, cuyo empleo y puesta en práctica supone el desarrollo de una estrategia.

3. PROCEDIMIENTOS Y PROCESOS

El procedimiento algorítmico supone la puesta en marcha de un proceso mecánico que sólo finaliza con el logro de la solución; la estrategia es un proceso más general en donde cada uno debe complementar la información, definir y delimitar con precisión el objetivo a alcanzar, seleccionar, combinar y poner a prueba diversos recursos y procedimientos antes de alcanzar una reestructuración de la información inicial que comprenda no sólo uno o varios datos nuevos, sino una nueva organización de los datos primitivos, que permite insertar esa nueva información de modo coherente con las cuestiones planteadas.

La estrategia nos es un proceso establecido; por ello mismo resulta más difícil no sólo su transmisión, sino también conocer y controlar su adquisición.

Dentro de las estrategias más usuales se encuentran todos aquellos procedimientos,

muchos de ellos de índole personal, que solemos poner en práctica al realizar cálculo no aprendidos mecánicamente, ya se trate de cálculos mentales, o bien de una utilización no convencional de los hechos básicos de las operaciones para hacer un cálculo más complicado.

4. DIFERENCIAS ENTRE ALGORITMO ARITMÉTICO Y CÁLCULO MENTAL

Stuart Plunkett (5) establece las diferencias más relevantes entre algoritmo y estrategia, identificando estrategia con cálculo mental y algoritmo con algoritmo estándar escrito. Así pues, según su naturaleza, tales diferencias son:

ALGORITMO	ESTRATEGIA
- Escrito/Impreso	- Mental
- Permanente	- Efímera
- Estandarizado/Uniforme	- Variable/Ideosincrática
- Abreviado	- Flexible
- Automático/Mecánico	- Constructiva
- Simbólico	- Icónica
- General	- Personal
- Analítico	- Holística
- Socialmente eficiente	- Personalmente eficiente
- Difícil de internalizar	- Autointernalizada
- Alienta la pasividad	- Activa
- Tradicional	- Moderna
- De bajo uso	- De alto uso
- Sistematizo	- Asistemática
- Didactizados	- Aún sin didactizar
- De respuesta exacta	- No necesariamente de respuesta exacta
- Escasos	- Abundantes*

* Jones encontró 16 modos diferentes de averiguar $ab - cd$, de los cuales sólo 3 eran algorítmicos (6).

Con demasiada frecuencia se ha intentado identificar la enseñanza de los algoritmos con el aprendizaje rutinario, para de este modo contraponerlo a la enseñanza comprensiva (mathematical understanding), que se identificaría con el aprendizaje de estrategias. Creemos que la dicotomía rutina/comprensión nos es transferible a algoritmo/estrategia, aunque a veces esa identificación haya sido real en algunas escuelas.

5. ALGORITMOS Y ESTRATEGIAS EN LA ENSEÑANZA

Durante mucho tiempo los manuales de Matemáticas Aplicadas, Aritméticas y

Algebras han trabajado en la búsqueda de nuevos algoritmos, técnicamente más rápidos y seguros, hasta el punto de conseguir un sistema coordinado de reglas y procedimientos para las cuatro operaciones básicas. En este proceso, el Sistema Escolar ha desempeñado un papel importante transmitiendo esos algoritmos, ayudando a su adquisición y dominio iniciales, controlando su ejecución, delimitando los diferentes niveles de destrezas conseguidos y señalando deficiencias prácticas que debieran corregirse mediante nuevos planteamientos técnicos.

La importancia creciente y utilidad práctica de la Aritmética en nuestra sociedad determinaron que la enseñanza de los algoritmos de las operaciones llegaran a adquirir una fuerza desmesurada. Calcular llegó a interpretarse como sinónimo de cálculo rápido y seguro sobre operaciones con números elevados.

El dominio automático de los algoritmos llegó a ser uno de los objetivos prioritarios del aprendizaje. Pero hoy en día sabemos que el dominio automático de los algoritmos no es el único objetivo del aprendizaje de la Aritmética. Como hemos dicho antes, el conocimiento matemático consta de hechos, destrezas, estructuras conceptuales y estrategias. Trabajar aisladamente de los hechos y las destrezas es incompatible con una comprensión de lo aprendido. Por ello, el interés de enseñar hechos y destrezas radica, en primer lugar, en el tipo de conexiones que se quieren establecer; si estos procesos simbólicos se relacionan con las transformaciones conceptuales correspondientes, es decir, si el significado de la manipulación de símbolos se entiende en términos de lo que sucede a los conceptos simbolizados, las destrezas quedan integradas con sentido dentro de un estructura conceptual. De ahí la superioridad del aprendizaje significativo sobre el rutinario, lo cual refuerza y dota de sentido al trabajo con los algoritmos.

Investigaciones recientes nos dicen que “la efectividad de los ejercicios rutinarios, con retroalimentación, para mejorar la velocidad y precisión a corto plazo, es evidente; también lo es su ineffectividad para obtener comprensión a largo plazo y técnicas (algoritmos) más significativos. También se comprueba como efecto específico del aprendizaje significativo su validez para la retención y transferencia a nuevas tareas, especialmente las más difíciles; también afecta favorablemente a las actitudes. Otros trabajos muestran que los métodos significativos seguidos de ejercicios, producen mejores resultados que cada uno de ellos independientemente” (4).

Según la terminología de Skemp, los algoritmos son un tipo de pensamiento instrumental y las estrategias responden mejor al pensamiento relacional. Tanto el instrumental como el relacional son tipos de pensamiento, y por ello necesitamos de comprensión; su mecanización y uso rutinario pueden ser una consecuencia de un dominio efectivo, nunca la vía de acceso a los mismos.

6. ALGORITMOS Y ESTRATEGIAS EN LA REALIDAD SOCIAL

Si durante algún tiempo la presión social puso un énfasis excesivo en la mecanización de los algoritmos, la revolución tecnológica de nuestro siglo ha dado un vuelco

total en este panorama: máquinas cada vez más sencillas y asequibles realizan, en tiempos mínimos y con seguridad total, operaciones que a un especialista muy bien entrenado le suponen un tiempo y un esfuerzo considerables, y siempre con un margen posible de error por pequeño que este sea.

Nuestra industria, nuestra banca y nuestro comercio hace tiempo que decidieron cual era la solución más eficaz y menos costosa: la automatización en todas aquellas ocasiones que hubiera que realizar algún cálculo de cierta complejidad, o una gran cantidad de cálculos sencillos. Cuando subimos a un autobús, echamos gasolina, hacemos una compra o sacamos dinero de nuestra cuenta, la máquina de calcular o el ordenador, que realiza estas funciones, están presentes.

La presión social pudo obligar a un aprendizaje rutinario de los algoritmos y por tanto a un mal uso de la potencia de este tipo de pensamiento. El control eficaz que hacen las máquinas hoy día de la validez y precisión de los resultados de las operaciones están quitando argumentos a los defensores del “mecanismo sin fallos” y permitiendo recuperar el cálculo mental como método básico de operar. Esta estrategia es importante en la Educación Primaria, trabajando en la Aritmética de un sólo dígito, el valor de posición de las cifras (valor relativo) y la operatoria de las potencias de 10 (hechos matemáticos básicos); orientando la metodología didáctica al efecto: grupos pequeños dirigidos por el profesor que evitará los fracasos continuos.

Normalmente, una persona puesta en el dilema de calcular reacciona del siguiente modo:

— Si el cálculo es sencillo lo resuelve exactamente, mediante estrategias personales.

— Si el cálculo es complicado (varias operaciones, números largos) lo resuelve mediante estrategias de aproximación; y si necesita seguridad/exactitud, acude a los algoritmos de papel y lápiz, a calculadoras, ordenadores, regla de cálculo..., y en caso límite consulta a un experto.

En definitiva, la praxis del cálculo queda hoy día reducida a estrategias de cálculo y a la aplicación de algoritmos con apoyo logístico de corte tecnológico (primordialmente, calculadora electrónica). Esta salida podría superar el dilema actual entre significatividad y precisión, dos variables que, como afirma Neshet, nadie ha demostrado con éxito que sean excluyentes (7). “Algunas investigaciones han puesto de manifiesto que muchos niños a los que se les enseña los procedimientos estándar de cálculo, los descartan total o parcialmente, en favor de un método propio y ad hoc, basado en su comprensión del sistema numérico” (4).

7. EJEMPLIFICACIÓN

Tomemos un ejemplo típico de cálculo: $_ + ab = cd$, siendo los tres números intervinientes naturales menores que 100 y de la familia de las decenas. ($_ + 18 = 53$; $_ + 32 = 71$;...). Se trata de un cálculo prealgebraico del tipo $x + n = m$, x : incógnita y m , n : parámetros conocidos.

Shuard lo incluye como un nuevo tópico recomendable e implícito para en las Matemáticas Primarias (8), pese a su notable dificultad ya que no se trata de la “clásica cuenta”. Quadling, Downing y Sharpe (9) señalan que “la evidencia de los exámenes APU (*) sugiere que es la expresión simbólica del Algebra tradicional, antes que las regularidades básicas del pensamiento algebraico, lo que presenta mayores obstáculos al progreso del niño”. De aquí, que obtemos por omitir x y dar una presentación habitual como suma incompleta; intentando focalizar la atención en el transito número-proceso y en la relación interprocesos adición-substracción.

Este ejemplo concreto, $___ + ab = cd$, también podríamos tipificarlo, desde un punto de vista más cognotivista, como uso de destrezas de conteo en doble sentido en sumas y restas. Fuson, Richards y Briars lo sitúan en un estadio de “cadena bidireccional y remate del proceso de adquisición y elaboración de la secuencia verbal de número”(10). Steffe, Richards y von Glasersfeld (11) informan de la dificultad del proceso en casos aditivos al no poder acometer los dos usos básicos de la secuencia numérica bidireccional: el conteo en doble sentido y el conteo reversible. Desde un punto de vista etnomatemático, los trabajos de Saxe (12), con niños de la tribu Oksapmin de Nueva Guinea (una cultura con un sistema notacional basado en elementos corporales tanto para cantidades contínuas, como discretas y relaciones cuantitativas), informan del amplio abanico de estrategias usado para resolver problemas en los que este proceso esté presente. Piaget y Szminska (13) adscriben el proceso a la génesis de la composición aditiva de clases, o sea, la inclusión de clases parciales en una total. Se trataría de calcular el complementario de A conocido el referencial B, $C_A^B + A = B$; o en expresión gestática escurdiñar la relación “partes-todo”.

Piaget sitúa entre los 7 y 8 años el dominio de esta operación merced a la reversibilidad psicológica en la que dadas dos colecciones A y B, siendo $A < B$, pueden verificarse las operaciones directa e inversa: $A + A' = B$ y $A' = B - A$.

El proceso ha tenido un amplio tratamiento a nivel de problemas aritméticos de expresión verbal (PAEV). Carpenter y Moser lo insertan dentro de las categorías semánticas de cambio, combinación, comparación e igualación en situaciones de unión y separación. (14).

8. ESTUDIO DEL CASO

8.1. En una investigación en curso, efectuándose en un municipio granadino de 10.000 habitantes, economía agropecuaria, con una muestra interclasista de 56 alumnos de 3.º de E.G.B. (8-9 años), subdividida en tres grupos-clase, se presentaba el siguiente ítem, incluido dentro de una prueba objetiva de elección única referida a destrezas de cálculo:

* APU: Asesment of Performance Unit on Mathematical Performance: cuatro informes británicos sobre evaluación de la enseñanza de las Mats. (1980, 81, 82 y 85).

El número que falta en $___ + 7 = 50$ es:

- a. 57 b.43 c.507 d. Ninguno

Los resultados no pudieron ser más descorazonadores:

Grupo	N.º alumnos	Aciertos (+)	Errores(-)	En blanco (0)
A	13	6	5	2
B	26	15	10	1
C	17	9	7	1
Total:	56	30	22	4
%	100	54	39	7

La explicación de tales índices habría que buscarla en la propia presentación del ítem: dos números, el signo de sumar, pues ¡ésta toca de sumar! Incorrecta aplicación mecánica del algoritmo muy trillado. Además, la mayoría de los casos correctos los resolvían con una suma también: $43 + 7$. Fenómeno que se repetía en un ítem paralelo de resta:

El minuendo de la resta: $___ - 12 = 36$ es:

- a. Ninguno b.24 c. 48 d. 38

Con índice de aciertos del 22% pese a ser un caso fácil de restar sin llevarse.

Evidentemente, ambos ítems admiten respuesta algorítmica. Los adolescentes que se inician en el Álgebra ejecutan $x \pm n = m$ trasponiendo términos $x = \pm n$ o sumando el simétrico, por citar dos de los algoritmos clásicos al efecto. Pero obsérvese que la indagación es limitada. Al fin y al cabo, la cuestión queda en un tanteo de ensayo y error sobre las variantes-respuestas dadas que implicitan la aplicación de algoritmos ya aprendidos e hilando fino, tras verificar los algoritmos aplicados en la hoja de la prueba, podríamos decir que existe un reduccionismo centrado en la suma.

8.2. Se opta por complementar la indagación con una investigación de corte cualitativo. Llegados aquí se hace necesario precisar que cuantitatividad y cualitatividad no son términos excluyentes como propugnaba Stenhouse (15) sino que más bien con el análisis cualitativo tratamos de bucear en aspectos que escapan de la cuantificación o que la harían errónea o prematura. (16).

De la muestra, 56 alumnos, se trabaja con el grupo-clase C.

Observemos la pluralidad de estrategias puestas de manifiesto contando con la ayuda de una calculadora electrónica elemental. La situación de recogida de datos varió. Se trataba de una sesión normal de clase (en una machadiana tarde de otoño). La orden fue: “Aquí tenéis esto puesto en la pizarra, tomad las calculadoras y hacedlo como podáis y queráis”.

1.º Caso: Enrique (8.9) para efectuar $\underline{\quad} + 36 = 83$:

— “ $7 + 36 = 43$ ”, mentalmente averigua la cifra de las unidades.

— “de 43 a 83 van 40”, resta mentalmente.

— “ $7 + 40 = 47$, recopila.

— “el número desconocido es 47”. Suma, comprobando, con la calculadora.

2.º Caso: Lucía (8.3) para efectuar $\underline{\quad} + 45 = 71$:

— Cuenta de 45 a 71 de uno en uno con ayuda de sus dedos.

— Recopila los dedos contados: “2 veces mis dos manos y seis dedos más son 26”.

— Comprueba con la calculadora: $\underline{26} + 45 = 71$.

3.º Caso: Rocío (7.11) para efectuar $\underline{\quad} + 15 = 38$:

— Al sumando dado le adiciona 10, $\underline{10} + 15 = 25$, con ayuda de los dedos.

— Suma otros 10, con los dedos, $\underline{10} + \underline{10} + 15 = 35$. No acumula los diez anteriores sino que los vuelve a repetir.

— Completa con los dedos hasta llegar a 38, “faltan 3”.

— Recopila “ $10 + 10 + 3 = 23$ ”

— Comprueba con la calculadora: $\underline{23} + 15 = 38$

4.º Caso: Jerónimo (8.6) para resolver $\underline{\quad} + 34 = 53$ basa su estrategia en tanteos de aproximación con apoyo de la calculadora:

— Marca 30. Opera $\underline{30} + 34 = 64$. Se excede, “era mayor”.

— Marca 29. Se pasa, “era mayor”.

— Marca 19. Da un sustancial salto de aproximación, interiorizado que había que rebajar en 10 el número anterior marcado.

— Comprueba con la calculadora: $\underline{19} + 34 = 53$.

Obsérvese que aunque el apoyo básico sea la calculadora lo simultanea con los procesos mentales de operar con potencias de 10 e idea de orden.

5.º Caso: Pepe (8.4) para efectuar $\underline{\quad} + 24 = 51$:

— Marca en la pantalla de la calculadora varios números arbitrarios, 9, 9, 8, 7, predominan los dígitos altos, 9.

— Con los dedos va sumando: “ $24 + 9 = 33$, $33 + 9 = 42$ ”, sigue sumando con los dedos: “ $42 + 8 = 50$ ”.

— Retoca el 7 inicial: “no es un 7, es un 1”. Lo comprueba sumando con los dedos.

— Recopila: “ $9 + 9 + 8 + 1 = 27$ ” y comprueba con la calculadora: $\underline{27} + 24 = 51$.

Insólita estrategia: la calculadora la utiliza como jalonador recordatorio y no sólo como máquina de calcular hasta el final.

Y es que uno de los problemas que surgen con el uso de la calculadora en el aprendizaje de la Aritmética, es que implica hacer un uso frecuente de la memoria numérica (no confundir con la memoria de la máquina) personal ya que el borrarse el miembro exhibido en la pantalla por marcar la función/operación, se necesita recordarlo al recibir el resultado.

Resumiendo: salvo los casos 1.º y 5.º, bastante atípicos; la mayoría de los alumnos combinan 2.º, 3.º y 4.º, con predominio del 4.º.

9. INFERENCIAS CURRICULARES

De esta gama de estrategias podrían extraerse contenidos básicos a impartir en este mismo nivel o en anteriores; a saber:

- Cálculo mental centrado en:
 - Sumas incompletas de dígitos de resultado en la segunda decena: $a + b = c$, $c \leq 20$.
 - Conteo en intervalos de 10.
 - Cums y productos con sumando/factor 10: $a = n \times 10$.
 - Redondeo de números con especificación de la diferencia: 47 redondeado es 50 con diferencia 3.
 - Sumas: decenas + unidades.
 - Restas: decenas - unidades.
 - Ordenación de números según tamaños (números de cifras intervinientes) y valor de posición de las mismas (valor relativo).

Igualmente podemos deducir la importancia de ciertas destrezas que merecieran contemplarse con intencionalidad; a saber:

- Uso de unidades corporales, básicamente los dedos, como unidades de conteo; técnica etnomatemática, ésta, que merece la pena conservar y reforzar en los escolares de Ciclo Inicial. Interesantes trabajos al respecto son “Are you a Thumb-Starter?” (17) o el Mapa de Prácticas de Conteo con Dedos, de la Open University británica (18). Esta destreza tan tangible y útil ha tenido escaso predicamento didáctico por tradicional. Aserto cierto, pues, ya, alrededor del 710, Beda el Venerable incluía en su “Indiculus” un tratado sobre conteo y cálculo con dedos.
- El manejo y uso de la calculadora electrónica como recurso didáctico, ya que no se evidencia la presencia de conflictos entre estrategias de cálculo y la máquina. La falacia del aprendizaje de “caja negra” es manifiesta: no existe tal sino enseñanzas en “caja negra” originadas por situaciones matemáticas de “caja negra”.

También esta prospección nos plantea interrogantes:

- ¿Por qué en el control cuantitativo los niños no pusieron en marcha estas estrategias?
- ¿Cómo podría articularse el empleo de la memoria de la máquina (M+, M-, RM y CM) como auxiliar de la memoria numérica del niño?
- ¿Qué papel parecen jugar los factores tiempo: edad-madurez, de ejecución, de reflexión, de evaluación?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) COCKCROFT, W. H. (1982): "Mathematics Counts. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in School". Traducción al castellano: "Las Matemáticas sí cuentan". Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid, 1986.
- (2) BOUVIER, A. y GEORGE, M. (1984): "Diccionario de Matemáticas". Akal Editor. Madrid.
- (3) KAINNITSKI, N. y MIRONOV, G. (1976): "Programation et Langages Symboliques". Editorial MTR. Moscú.
- (4) BELL, A. W.; COSTELLO, J. y KUCHEMAN, D. (1983): "Research on Learning and Teaching. A Review of Research in Mathematical Education. Part A". NFER-Nelson. Windsor.
- (5) PLUNKETT, S. (1986): "Decomposition and all that Rot". Contenido en "Calculators in the Primary School", reading from Mathematics in Schools and Mathematics Teaching. The Association of Teachers of Mathematics y The Mathematical Association.
- (6) JONES, D. A.: "An investigation of the difference between boys and girls during the formative years in the methods used to solve mathematical problems". *Mathematics in School*, 4/3. 1975.
- (7) NESHER, P.: "Are Mathematical Understanding and Algorithmic Performance Related?". Contenido en For the Learning of Mathematics, 6, 3. FLM Publishing Association, Montreal, Quebec, 1986.
- (8) SHUARD, H. (1986): "Primary Mathematics Today and Tomorrow". SCDC Publications, Longman. York.
- (9) QUADLING, D. A. DOWNING, D. y SHARPE, J. H. (1985): "New Perspectives on the Mathematics Curriculum: an independent appraisal of the outcomes of the APU mathematics testing 1978-82". Cambridge Institute of Education.
- (10) FUSON, K. C.; RICHARDS, J. y BRIARS, D. J. (1982): "The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence". Capítulo II de "Children's Logical and Mathematical Cognition", por BRAINERD, Ch. (editor). Springer-Verlag, Nueva York.
- (11) STEFFE, L.; RICHARDS, J. y VON GLASERFELD, E. (1981): "Children's Counting types: Philosophy, theory and case studies". Monografía presentada a la Interdisciplinary Conference on counting Types. Athens, Georgia.

- (12) SAX, E.G.B. (1982): "Culture and the Development of Numerical Cognition: Studies among the Oksapmin of Papua New Guinea". Capítulo V, o. p. cit. (10).
- (13) PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1967): "Génesis del número en el niño". Editorial Guadalupe, Biblioteca Pedagógica. Buenos Aires.
- (14) CARPENTER, T. y MOSER, J. (1983): "The Acquisition of Addition and Substraction Concepts". Capítulo II de "Acquisition Mathematics Concepts and Processes". Academic Press, Inc. Orlando, Florida.
- (15) STENHOUSE, L. (1987): "La investigación como base de la enseñanza". Ediciones Morata, S.A. Madrid. O véase: "Curriculum Research and Development in Action". (1980). Heinemann Eduactional.
- (16) BLISS, J.; MONK, M. y OGBORN, J. (1983): "Qualitative Data Analysis for Educational Research". Reedición 2.^a/1987. Groom Helm, Nueva York.
- (17) prIME PROJECT: "prIME Newsletter, 3". Homerton College, Cambridge (GB). Primavera, 1987.
- (18) THE OPEN UNIVERSITY: "Map of finger counting practices". Curso AM 289. Milton Keynes.