

# **EFFECTO DE LA PERMEABILIDAD HIDRÁULICA Y DE LA DIFUSIVIDAD TÉRMICA SOBRE LA CONFIGURACIÓN DE TEMPERATURAS Y FUNCIÓN DE CORRIENTE EN UN RESERVORIO GEOTÉRMICO BIDIMENSIONAL DE UN MEDIO POROSO ISÓTROPICO CON UN POZO DE EXTRACCIÓN**

**SEPEDE, Gennaro<sup>1</sup>; GÓMEZ-LOPERA, Salvador A.<sup>1</sup>,**

gs25@upct.alu.es

<sup>(1)</sup> Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT), Dep. de Física Aplicada,

ETSIA, Campus Alfonso XIII, 30203, Cartagena (Spain)

Teléfono: + 34 968325599

## **RESUMEN**

En este trabajo se estudia numéricamente el efecto de la permeabilidad hidráulica y la difusividad térmica sobre la configuración de temperaturas y función de corriente en un reservorio geotérmico bidimensional de un medio poroso isótropo donde hay un pozo de extracción instalado. Se han resuelto las ecuaciones diferenciales acopladas de energía y momento del sistema geotérmico de interés para diferentes valores de la difusividad térmica y tres valores de la permeabilidad hidráulica ( $5 \times 10^{-13}$ ,  $1 \times 10^{-13}$ ,  $1 \times 10^{-12}$  m<sup>2</sup>). Los patrones de temperatura y función de corriente encontrados muestran que la variación de estos parámetros o características físicas modifican sustancialmente la respuesta del dominio y que el sistema alcanza el tiempo de estabilización entre 199 y 1870 años, dependiendo del caso estudiado, información que en los casos reales permite una correcta y completa explotación del recurso renovable.

**Palabras clave:** Geotermia, Campo de temperatura, Función de corriente.

## 1. Introducción

La solución numérica de problemas geotérmicos en los que las características termo-hidráulicas, como la permeabilidad hidráulica y la difusividad térmica, juegan un papel relevante sobre los patrones del campo de temperatura y de función de corriente. En este trabajo se estudia un reservorio geotérmico bidimensional en el que hay un pozo de extracción situado a la izquierda del dominio y sobre la vertical del foco térmico. El dominio, de altura 1000 metros y anchura 5000 metros, se implementa a través un mallado regular 20 celdas en la horizontal y 51 en la vertical. Las paredes laterales se ha considerado que son adiabáticas con respecto a la temperatura y que la componente vertical de la velocidad del fluido en las paredes del reservorio es cero. El modelo numérico se ha solucionado a través del conocido Método de Simulación por Redes Eléctricas [1] MESIR, planteando el problema en términos de una red eléctrica (generada con ayuda del programa FAHET [2]) cuya descripción matemática equivale a las ecuaciones en derivadas parciales de la energía y momento del sistema geotérmico sin más que asociar el voltaje a la temperatura y la intensidad a la función de corriente en cada nodo de la red. El estudio determinará de qué modo varían con el tiempo los patrones de la temperatura y la función de corriente en el dominio y cuánto tiempo tarda el sistema en alcanzar el estado estacionario.

## 2. Modelo físico

El problema físico consiste en la resolución de las expresiones de Darcy del flujo de velocidad horizontal y vertical (1), la ecuación de conservación de la masa (2) (I. Alhama, M. Cánovas y F. Alhama, 2014), y la ecuación de conservación de la energía en términos de la variable temperatura (3) (I. Alhama, M. Cánovas y F. Alhama, 2015; Z. Lou, *et al.* 2015),

$$u = -\frac{K_x}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad v = -\frac{K_z}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial z} + g\rho \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\left( \rho_f c_{p,f} \right) \frac{\partial T}{\partial t} + \left( \rho_f c_{p,f} \right) u \frac{\partial T}{\partial x} + \left( \rho_f c_{p,f} \right) v \frac{\partial T}{\partial z} = k_{m,x} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_{m,z} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (3)$$

donde  $K$  es la conductividad hidráulica ( $\text{m s}^{-1}$ ),  $P$  la presión ( $\text{N m}^{-2}$ ),  $\rho$  es la densidad del fluido ( $\text{kg m}^{-3}$ ),  $g$  la aceleración de gravedad ( $\text{m s}^{-2}$ ),  $\mu$  la viscosidad del fluido ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ),  $c_{p,f}$  el calor específico ( $\text{J kg}^{-1} \text{°C}^{-1}$ ),  $k$  la conductividad térmica ( $\text{W m}^{-1} \text{°C}^{-1}$ ), y  $f$  y  $s$  se refieren a la fase o matriz de fluido y la sólida, respectivamente, siendo la conductividad térmica media  $k_m = [\phi k_f \phi + (1-\phi)k_s]$ , donde  $\phi$  es la porosidad. Utilizando la aproximación de Boussinesq, hipótesis ampliamente utilizada en este campo, (Holzbecher, 1998) la variación de densidad del agua viene dada por

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = -\rho_0\beta\Delta T \quad (4)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica ( $\text{°C}^{-1}$ ) y el subíndice 0 se refiere al valor de la densidad para la temperatura de referencia  $T_0$ . La ecuación del momento derivada de (1), (2) y (4) será (5)

$$\left( \frac{K_z}{K_x} \right) \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\left( \frac{K_z g \rho \beta}{\mu} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

La difusividad térmica viene dada por  $\alpha = k_m \rho_m^{-1} c_{p,m}^{-1}$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ).

El problema será solucionado en términos de la función de corriente según se expresa en la ecuación (6) (I. Alhama, M. Cánovas y F. Alhama, 2014),

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (6)$$

Una explicación más detallada sobre las ecuaciones que rigen la física del problema se puede consultar la documentación del programa de cálculo FAST-C (Holzbecher, 1998) y el capítulo 10 de Benjan (1987) y para los valores numéricos utilizados véase *figura 1*.

### 3 Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones iniciales (7) y (8) para la temperatura y la función de corriente en el dominio  $\Omega$  son:

$$T|(x,y,t)|_{t=t_0} = T_0(x,y,t_0) \quad (x,y) \in \Omega \quad (7)$$

$$\Psi|(x,y,t)|_{t=t_0} = \Psi_0(x,y,t_0) \quad (x,y) \in \Omega \quad (8)$$

mientras que las condiciones de frontera (9.a, 9.b, 10.a y 10.b) han sido implementadas como:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} = \text{const.} \quad T(x,y,t) \in \Gamma_1 \wedge \Gamma_3 \quad (9.a) \right| \left. T_{\Gamma_B} = \text{const.} \quad T(x,y,t) \in \Gamma_2 \quad (9.b) \right.$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} = \text{const.} \quad \Psi(x,y,t) \in \Gamma_1 \quad (10.a) \right| \left. \Psi_{\Gamma_C} = \text{const.} \quad \Psi(x,y,t) \in \Gamma_2 \wedge \Gamma_3 \quad (10.b) \right.$$

El término  $\partial T/\partial n$  representa el valor de la derivada de la temperatura en la dirección normal  $n$  a las frontera en las paredes verticales  $\Gamma_1$  y del las paredes del pozo  $\Gamma_3$ .  $T_{\Gamma_B}$  es el valor de la temperatura en la base del dominio y en la parte superior. El término  $\partial \Psi/\partial n$  representa el valor de la derivada de la función de corriente en la dirección normal  $n$  en las paredes verticales  $\Gamma_1$  y  $\Psi_{\Gamma_C}$  el valor de la función de corriente en la base del dominio y en la parte superior del pozo ( $\Gamma_4$ ).

### 4.1 Configuraciones y Casos de estudio

Se han planteado tres configuraciones (C) en las que la permeabilidad hidráulica  $K$  ( $K_x = K_y$ ) varía desde un valor  $5 \times 10^{-12} \text{ m}^2$  (medio permeable) hasta  $5 \times 10^{-13} \text{ m}^2$  (medio semipermeable) y para cada permeabilidad hidráulica ( $C_i$ ) se asociarán diferentes valores de difusividad térmica (casos  $D_j$ ). Las configuraciones y los casos estudiados se reflejan en la *tabla 1*.

Permeabilidad hidráulica (Configuración)				
Configuraciones	1	2	3	
	$K_2$ [m <sup>2</sup> ] $1 \times 10^{-12}$	$K_3$ [m <sup>2</sup> ] $5 \times 10^{-13}$	$K_4$ [m <sup>2</sup> ] $1 \times 10^{-13}$	
Difusividad térmica (Caso)				
$D_1$	$9.5 \times 10^{-5}$	$9.5 \times 10^{-5}$	$9.5 \times 10^{-5}$	
$D_2$	$7.5 \times 10^{-5}$	$7.5 \times 10^{-5}$	$7.5 \times 10^{-5}$	
$D_3$	-	$5 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	
$D_4$	-	-	$9.5 \times 10^{-6}$	
$D_5$	-	-	$5.6 \times 10^{-6}$	

## 5 Sistema implementado

Se ha supuesto flujo de calor igual a cero en el sentido horizontal en las paredes laterales, valores adimensionales de la temperatura en la parte de arriba (igual a 1) y abajo (valor igual a 0 en la parte derecha hasta  $L/6$ ) con temperatura del foco térmico igual a 1. La función de corriente ( $\Psi$ ) en la parte superior izquierda del reservorio será igual a  $5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $4 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  en la parte baja del pozo (incluido la pared izquierda),  $3 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  a la derecha del pozo (incluido la pared derecha del pozo) y en la parte baja del reservorio se ha tomado un valor de  $\Psi$  igual a cero. El pozo de extracción, de profundidad  $H/2$ , tiene paredes adiabáticas con respecto a la temperatura. En la *figura 1* se presenta el reservorio con todas sus características y los puntos donde se ha representado gráficamente la evolución temporal de  $T$  y  $\Psi$ . Las principales características geométricas y físicas del sistema se presentan en la *tabla 2*.

Tabla 2: Propiedades Geométricas y Físicas del dominio geotérmico

Geométricas			Físicas		
$H$	5000	m	Calor específico del fluido $c_w$	4800	$\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$H_f$	1000	m	Viscosidad dinámica $\mu$	0.0002	$\text{Kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$L_0=L_f$	1000	m	$g$	9.81	$\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$
$H_p$	500	m	Cambio de densidad del fluido ( $\gamma$ )	2	

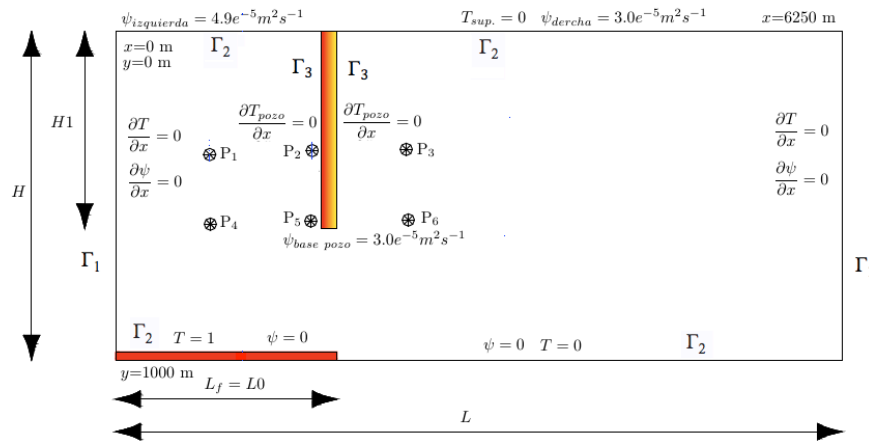


Figura 1: Características geométricas y condiciones de frontera en el dominio geotérmico y los puntos ( $P_k$ ) donde se ha representado gráficamente la evolución temporal de  $T$  y  $\Psi$

## 5. Resultados

En las *tablas 1, 2 y 3* se presentan los resultados relativos al tiempo que tarda el sistema en alcanzar el estado estacionario  $t_{est}$  para  $T$  y  $\Psi$  en los puntos de control  $P_k$ :

$$P_1(x_1=500 \text{ m}, y_1=250 \text{ m}) \quad P_2(x_2=1000 \text{ m}, y_2=250 \text{ m}) \quad P_3(x_3=1500 \text{ m}, y_3=250 \text{ m}) \\ P_4(x_4=500 \text{ m}, y_4=250 \text{ m}) \quad P_5(x_5=1000 \text{ m}, y_5=250 \text{ m}) \quad P_6(x_6=1500 \text{ m}, y_6=250 \text{ m})$$

Tabla 1: Tiempo de la solución estacionaria. Configuración  $C_1$  ( $K_1$ )

		P1	P2	P3	P4	P5	P6
$D_1$	$t_{est}$ (años) $T$	231	191	180	185	206	217
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	264	245	262	243	221	260
$D_2$	$t_{est}$ (años) $T$	198	160	223	215	168	218
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	271	170	150	290	239	160

Tablas 2: Tiempo de la solución estacionaria. Configuración  $C_2$  ( $K_2$ )

Punto		P1	P2	P3	P4	P5	P6
$D_1$	$t_{est}$ (años) $T$	272	250	256	301	260	269
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	317	263	266	291	279	317
$D_3$	$t_{est}$ (años) $T$	301	582	348	412	475	396
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	491	332	396	396	348	459

Tablas 3: Tiempo de la solución estacionaria. Configuración  $C_3$  ( $K_3$ )

	Punto	P1	P2	P3	P4	P5	P6
$D_1$	$t_{est}$ (años) $T$	285	301	332	507	412	269
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	221	142	237	253	253	285
$D_5$	$t_{est}$ (años) $T$	1093	1664	1870	1204	1791	1870
	$t_{est}$ (años) $\Psi$	998	745	887	887	887	1078

Para la configuración  $C_1$  se alcanza el estado estacionario antes para la función de corriente, a excepción de  $P_3$  y  $P_5$  situados a la derecha del pozo. Como era de esperar, para el valor mayor de la permeabilidad hidráulica, el menor valor de  $t_{est}$  (285 años) se da en  $C_1\_D_1$  para el punto  $P_1$ , y el mayor para la combinación con la difusividad menor,  $C_3\_D_5$  (1870 años). En las Figuras 2, 3 y 4 se representa la respuesta de todas las celdas de control para el caso  $D_2$  y las tres configuraciones.

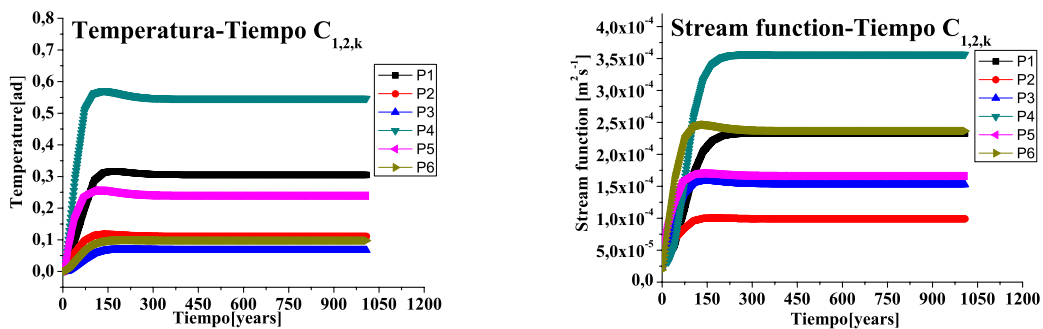


Figura 2: Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_1\_D_2\_P_k$

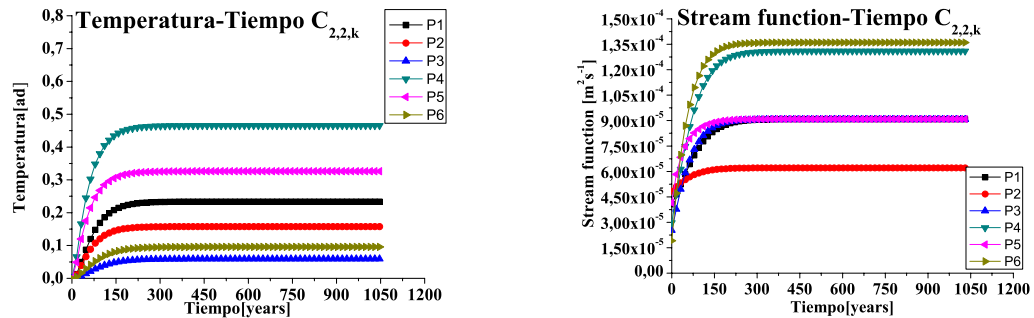


Figura 3: Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_2\_D_2\_P_k$

Los resultados muestran que para valores de permeabilidad hidráulica mayores ( $C_1$ ) la temperatura alcanza antes el estacionario ( $t_{est} = 206$  años para  $P_4$ ) y con valores de temperatura más elevados que en las otras configuraciones  $T_{max}(C_1) = 0.6$  [adim.],  $T_{max}(C_2) = 0.47$  [adim.] y  $T_{max}(C_3) = 0.45$  [adim.]. Por otro lado, en la Figura 2, todas las curvas (tanto para  $T$  como para  $\Psi$ ) alcanzan un valor máximo que luego disminuye ligeramente hasta llegar al plateau o valor constante que representa el estado estacionario, con mayor intensidad para los puntos que se encuentran en la izquierda del reservorio.

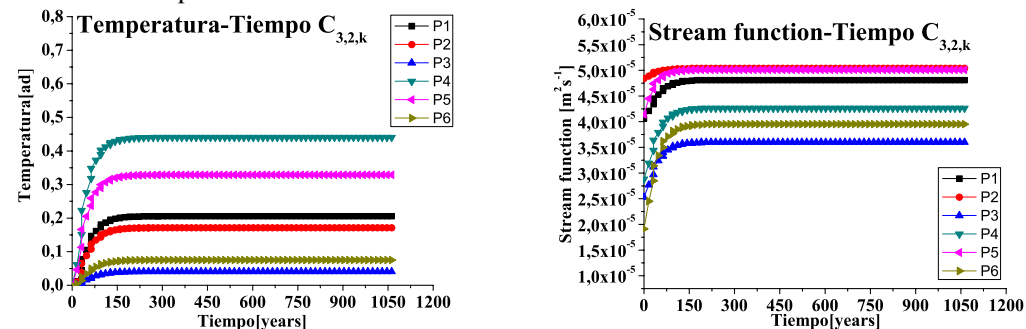


Figura 4: Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_3\_D_2\_P_k$

En las *figuras 5, 6 y 7* se muestran los resultados de análisis en el punto  $P_5$ , el punto de extracción del fluido. El sistema no alcanza el estado estacionario al mismo tiempo para  $T$  y  $\Psi$  y la diferencia es tanto mayor cuanto más baja es la permeabilidad hidráulica.

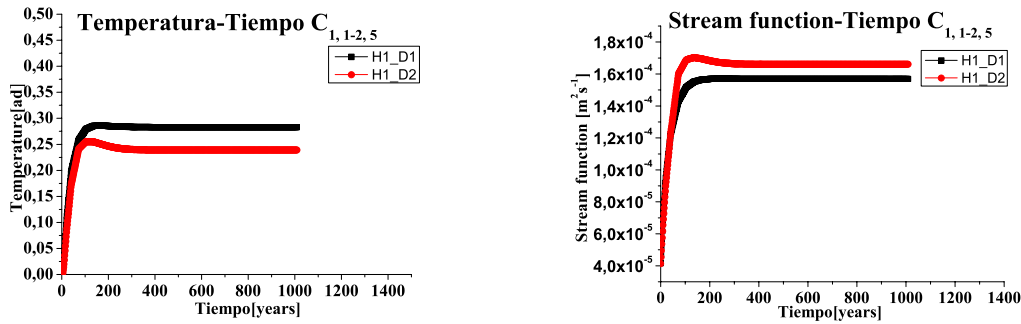


Figura 5: Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_{1\_D_{1-2}}P_5$

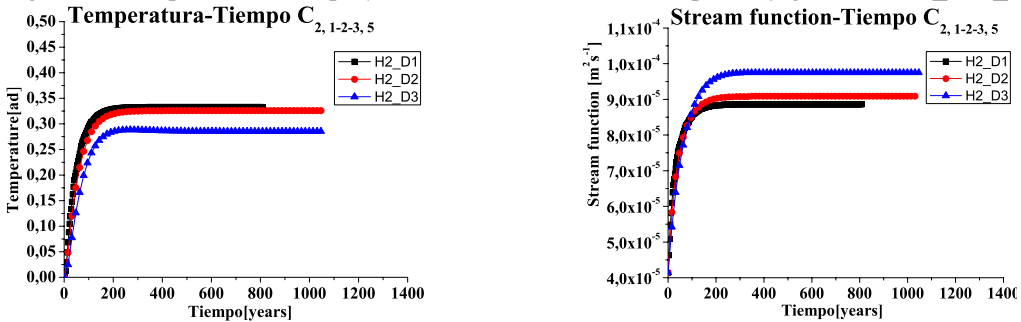


Figura :6 Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_{2\_D_{1-2-3}}P_5$

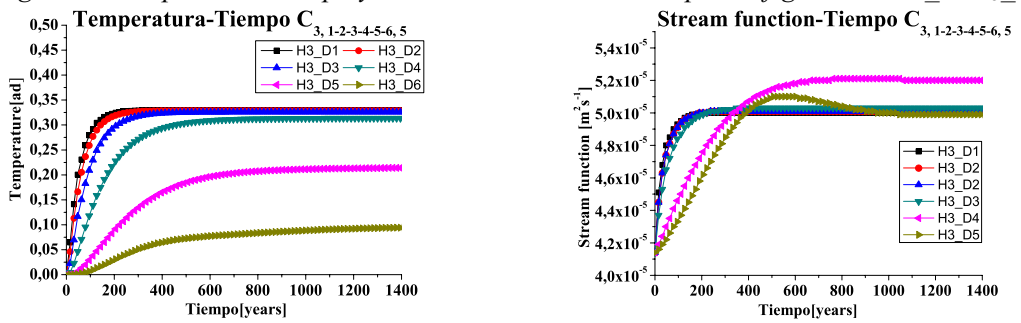


Figura 7: Temperatura tiempo y Función de corriente tiempo configuración  $C_{3\_D_{1-2-3-4-5}}P_5$

En las *figuras 8, 9 y 10* se representan los campos de temperatura y de función de corriente para las tres configuraciones en un instante en el que la solución del sistema en el punto de extracción del fluido alcanza el estado estacionario tanto para  $T$  como para  $\Psi$ . Para la  $C_{1\_D_2}$  292 años, para  $C_{2\_D_2}$  301 años y para  $C_{3\_D_2}$  317 años.

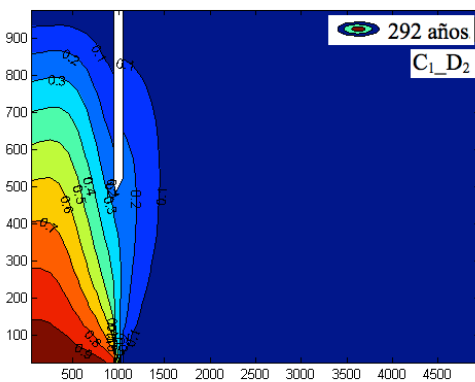


Figura 8.a: Combinación  $C_{1\_D_2}$  isolínea de temperatura

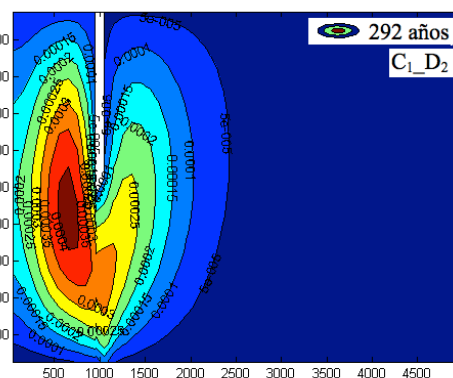


Figura 8.b: Combinación  $C_{1\_D_2}$  isolínea de corriente

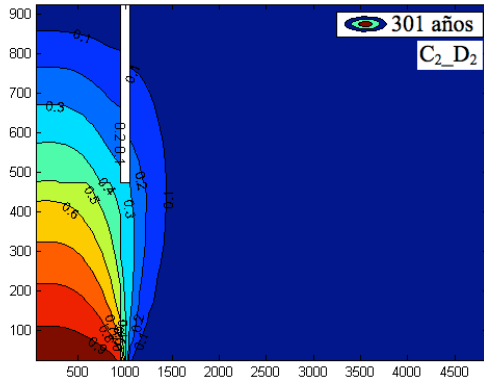


Figura 9.a: Combinación  $C_2\_D_2$  isólinea de temperatura

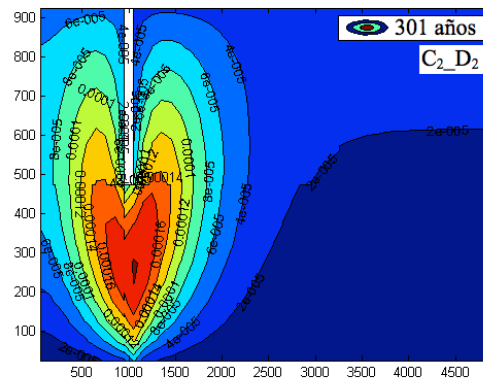


Figura 9.b: Combinación  $C_2\_D_2$  isólinea de corriente

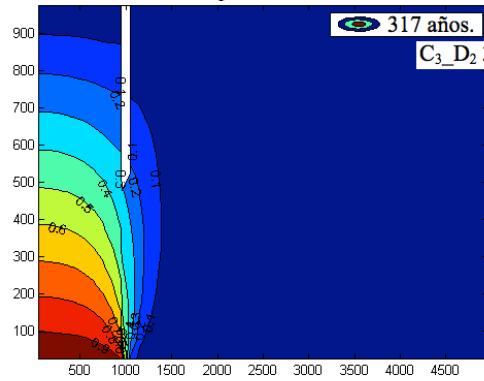


Figura 10.a: Combinación  $C_3\_D_2$  isólinea de temperatura

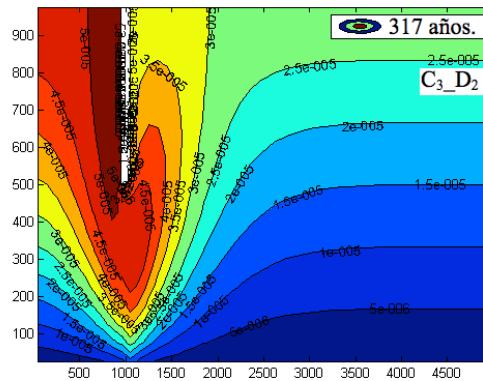


Figura 10.b: Combinación  $C_3\_D_2$  isólinea de corriente

En la figura 11 se muestran las gráficas de la difusividad térmica ( $D_1$  a  $D_5$ ) frente al tiempo que tarda en alcanzar el estado estacionario la temperatura del sistema en los puntos o celdas  $P_2$  y  $P_5$  para la configuración  $C_3$  (menor permeabilidad hidráulica). Se ha incluido el ajuste a los datos con una ley exponencial decreciente, que da una primera aproximación de cómo aumenta el tiempo del estacionario para la temperatura conforme disminuye la difusividad térmica para un valor dado de la permeabilidad hidráulica.

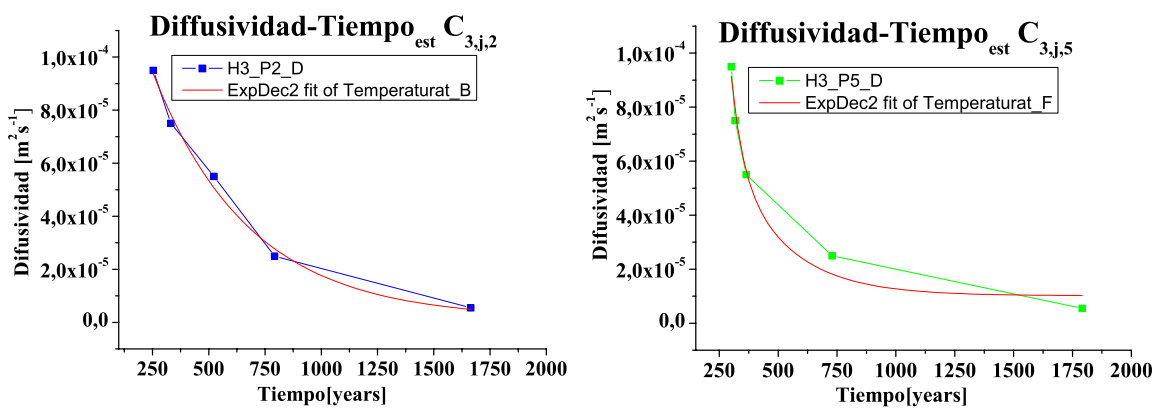


Figura 11: Difusividad térmica frente al tiempo que tarda en alcanzar el estado estacionario la temperatura para las configuraciones  $C_3\_D_j\_P_2$  (izquierda) y  $C_3\_D_j\_P_5$  (derecha)

<i>Tabla 4: Datos ajuste, Configuración <math>C_3\_D_j\_P_2</math> (izquierda) y <math>C_3\_D_j\_P_5</math> (derecha)</i>	
Datos ajuste: Temp_C3j,5	Data: Temp_B C3j,2
Model: ExpDec2	Model: ExpDec2
Equation: $y = A1 \cdot \exp(-x/t1) + A2 \cdot \exp(-x/t2) + y0$	Equation: $y = A1 \cdot \exp(-x/t1) + A2 \cdot \exp(-x/t2) + y0$
Weighting:	Weighting:
y No weighting	y No weighting

Chi <sup>2</sup> /DoF	= --
R <sup>2</sup>	= 0.98102
y0	0.00001 --
A1	0.00018 --
t1	235.04735 --
A2	0.01866 --
t2	47.19403 --

Chi <sup>2</sup> /DoF	= --
R <sup>2</sup>	= 0.99265
y0	1.4497E-6 --
A1	0.00008 1.8348E-142
t1	429.95751 --
A2	0.00008 1.8348E-142
t2	429.9579 --

## 5. Conclusiones

Se ha estudiado el efecto de los valores de la permeabilidad hidráulica y la difusividad térmica sobre los campos de temperatura y de función de corriente en un reservorio geotérmico bidimensional de un medio poroso isótropo con un pozo de extracción. Se ha demostrado numéricamente que para la combinación con permeabilidad mayor y difusividad menor el sistema, en los puntos de control, alcanza el estado estacionario antes para la temperatura que para la función de corriente, mientras que para permeabilidades menores es la función de corriente la que alcanza antes el estado estacionario. La diferencia se acentúa más en sistemas de baja permeabilidad hidráulica. Además, para un valor dado de la permeabilidad hidráulica ( $1 \times 10^{-13} \text{m}^2$ ), la gráfica de la difusividad térmica frente al tiempo que la temperatura tarda en alcanzar el estado estacionario sigue bastante bien una ley exponencial decreciente.

## 6. Agradecimientos

Los autores agradecemos a la Fundación Alessandro Volta y EDISON Italia y al grupo de I+D "Nanopartículas y Dispersiones" (UPCT) la financiación de este trabajo. También agradecemos al profesor Francisco Alhama, director del grupo de I+D "Simulación por Redes" (UPCT), por sus comentarios y facilitarnos el programa FAHET.

## 7. Referencias

- [1] GONZÁLEZ-FERNÁNDEZ, C.F. *Applications of the network simulation method to transport processes*, in *Network Simulation Method*. Ed. J. Horno, 2002, Research Signpost, Trivandrum, India.
- [2] ALHAMA, I., CÁNOVAS, M., & ALHAMA, F. *Simulation of fluid flow and heat transport coupled processes using Fahet software*. *Journal of porous media*, (2015) 18(5), 537-546.
- [3] ALHAMA, I., CÁNOVAS, M., & ALHAMA, F. *One the on the nondimensionalization process in complex problems: Application to natural convection in anisotropic porous media*, 2014, *Mathematical problems in engineering*, 13.
- [4] LOU Z., WANG Y., ZHOU. S., & WU X.. *Simulation and prediction of conditions for effective development of shallow geothermal energy*, *Applied thermal engineering*, 2015, 91, 370-376.
- [5] BEJAN, A. *Convective heat transfer in a porous media*. En: KAKAC, S., SHAH, R. K., & AUNG, W. Eds. 1987, *Handbook of single-phase convective heat transfer*. Wiley, New York.
- [6] HOLZBECHER, E. *Modelling Density-driven Flow in Porous Media*. Springer, 1998, Berlín.
- [7] PEUSNER, L. *The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications*. Entropy, 1987, Lincoln, Massachusetts.
- [8] PSPICE, versión 6.0: Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California.
- [9] ZHIQIU G. 2, XINGANG F., LINGEN, B., *An Analytical Solution to one-dimensional thermal conduction-convection in soil*, *Soil Science*, 2003, Volume 168 - Issue 2 - pp 99-107