

# ***Entender una epidemia***

## ***El coronavirus en España, situación y escenarios***

**Antonio Guirao Piñera**

Departamento de Física, Universidad de Murcia

Email: [aguirao@um.es](mailto:aguirao@um.es) Twitter: @Ant\_Guirao



Antonio Guirao Piñera, 2020

Este trabajo está sujeto a la licencia *Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional License*: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

---

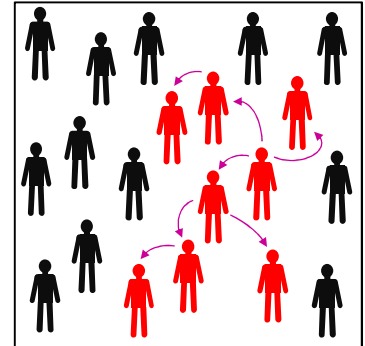
## **Índice**

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. La evolución de la epidemia de coronavirus en España. Entendiendo las curvas</b>	<b>3</b>
▪ Casos detectados en España	
▪ Posibles escenarios en España. Simulación	
▪ El “pico” de la curva. Magnitud de la epidemia incluso cuando esté controlada	
▪ Posible escenario en España según la tendencia de China	
▪ ¿Curvas picudas o curvas aplastadas?	
<b>3. Crecimientos exponenciales. Epidemias</b>	<b>8</b>
▪ Crecimiento lineal y exponencial	
▪ Fase exponencial de una epidemia. Tasa de crecimiento	
▪ El crecimiento no puede ser indefinidamente exponencial. Capacidad del sistema	
<b>4. “Motor” y “combustible” de la epidemia. El número reproductivo</b>	<b>11</b>
▪ El contagio: una cuestión probabilística. Infectividad y exposición a un virus	
▪ El “combustible” y el “motor” de la expansión de la epidemia	
▪ Tasas de contagio y de retirada	
▪ El número reproductivo	
<b>5. Un método manual para entender una epidemia y el número reproductivo</b>	<b>14</b>
<b>6. Modelo de propagación SIR: Susceptibles–Infecciosos–Removidos</b>	<b>16</b>
<b>7. Actuaciones para el control de una epidemia</b>	<b>17</b>
▪ Medidas de control sobre una base científica	
▪ Inmunidad colectiva o “inmunidad de rebaño”	
▪ Simulación gráfica del crecimiento de una epidemia con distintas estrategias de control	
▪ Simulación gráfica de cómo se frena una epidemia al bajar el número reproductivo	
<b>8. Problemas, incertidumbres y evidencias para el control de una epidemia</b>	<b>21</b>
▪ La información llega en diferido. La “punta del iceberg”	
▪ ¿Cuándo y con qué intensidad llega el pico? Sólo podemos estimarlo	
▪ ¿Cuándo actuar?	
▪ ¿Con qué estrategia?	

## 1. Introducción

La epidemia del nuevo virus SARS-CoV-2, que produce la enfermedad llamada Covid-19, ha traído a nuestro día a día un nuevo repertorio de conceptos y términos científico-técnicos: pico, “aplastar la curva”, número reproductivo, crecimiento exponencial o logarítmico, casos, infectados, inmunidad, vacunas, medidas de contención, masa crítica de población, confinamiento, etc.

El objetivo de este artículo es **presentar de forma divulgativa algunas nociones sobre los mecanismos de propagación y contención de una epidemia**. En particular, nos acercamos a la situación de la epidemia de coronavirus en España, a partir de los **datos reales** y de algunas **simulaciones** que nos ayudarán a entender, sobre una base científica, las verdaderas dimensiones de un fenómeno epidémico y cuáles son los factores responsables de su desarrollo y cómo controlarlos.



**Se facilitan varios recursos a modo de breve manual.** Se incluyen explicaciones gráficas, figuras y esquemas. Se explica el crecimiento exponencial y las variables del mecanismo de expansión, y una discusión sobre las estrategias y las limitaciones ante una epidemia. Se presentan varios niveles de dificultad para que cualquier lector pueda aproximarse al fenómeno: desde algún juego naíf, sin ecuaciones, para simular manualmente una epidemia, hasta simulaciones matemáticas con modelos epidemiológicos sencillos.

Una epidemia es un **fenómeno de avalancha**, que se autoamplifica pudiendo llegar a dimensiones exageradas. Entender esto ayudará a entender de forma realista los límites dentro de los cuales una epidemia, como la del coronavirus en España o en el mundo, puede desarrollarse. Hay muchos fenómenos similares, por ejemplo: la propagación de un incendio voraz por el bosque, el aumento exagerado de una población de palomas en una ciudad, o los beneficios de una empresa multinacional. Estos crecimientos son de tipo exponencial, al menos en sus inicios y mientras haya recursos (en una epidemia los recursos son las personas sanas susceptibles de enfermar). Esto no significa que no podamos controlar dicho crecimiento. Pero hay que entender sus mecanismos para poder hacerlo de forma efectiva.

El crecimiento de una epidemia es **una cuestión de ganancias y pérdidas**. Si las pérdidas superan a las ganancias, la epidemia se extingue. Otra analogía: si la velocidad de un nadador es mayor que la del río remontará el río, si no será arrastrado. Queremos que el ritmo de contagio de un virus consista en “un paso adelante y dos atrás” y no al revés. El avance de una epidemia depende de la capacidad infectiva del virus, pero también del número de contactos interpersonales que favorecen el contagio. También depende del número de personas ya enfermas que se mantienen en la población contagiando a otras. Por ello, si aislamos de la población a los enfermos a un ritmo mayor que el ritmo con que estos enfermos contagian a otras personas, la epidemia se extingue. Por ello es tan importante actuar con **medidas de confinamiento combinadas con rastreo y test** de detección precoz de enfermos. El ya famoso “**número reproductivo**” es el cociente de estas pérdidas y ganancias. Si aumentamos las pérdidas y disminuimos las ganancias, podemos “**arruinar**” a la epidemia (con número reproductivo menor que la unidad).

Un gran **problema** frente a una epidemia es que la estudiamos con datos en diferido. A partir de los datos confirmados hemos de reconstruir el pasado y hacer una proyección futura. Nunca sabemos el número real de enfermos que hay en la población en un cierto instante, porque durante varios días son infecciosos activos (que contagian a otros) pero aún no han presentado síntomas que les lleve al aislamiento, o bien porque son asintomáticos, o porque están incubando el virus. Por ello, los casos de enfermos confirmados podrían ser sólo la “**punta del iceberg**”, en determinadas circunstancias. La epidemia siempre va por delante y hemos de perseguirla.

Los **modelos** nos permiten realizar **estimaciones**, nunca predicciones, de posibles escenarios. Para ello es muy útil el conocimiento de cómo se ha comportado la epidemia en **otros países** donde ha brotado antes. Las distintas estrategias de otros países también ayudarán al diseño de **medidas de control más eficaces**. Lógicamente, las medidas que cada país adopta también tienen en cuenta su idiosincrasia de acuerdo a las consecuencias sociales derivadas de dichas medidas.

**Todo el conocimiento posible de cómo se comporta una epidemia ayudará a los científicos a buscar soluciones, a los políticos a tomar decisiones, y a los ciudadanos a estar más tranquilos.**

## 2. La evolución de la epidemia de coronavirus en España. Entendiendo las curvas

Poco a poco nos estamos acostumbrando a ver curvas con los casos de personas enfermas y la expansión del virus. Es importante saber **a qué se refiere exactamente cada curva**. Aunque parezca trivial, para ello debemos leer siempre lo que dicen los ejes de la gráfica. No es lo mismo que nos presenten el número total de personas detectadas que han contraído la enfermedad, el número de nuevos contagios (casos diarios, también llamado **incidencia**), las personas recuperadas, o el número de personas infectadas que se estima que hay (pero que se detectarán días después).

### ▪ Casos detectados en España

Por ejemplo, en la **figura 1** se muestra el **número total de casos** de Covid-19 detectados en España durante el mes de marzo. Estos son casos acumulados, es decir, la suma de todos los nuevos casos diarios detectados o notificados. Por eso, esta curva **nunca disminuye**, es decir, no tendrá un pico. Lo que sí le ocurrirá tarde o temprano a esta curva (de casos totales) es que **se estabilizará**, cuando se frene la epidemia, y dejará de crecer para alcanzar un valor constante (que será el número total de personas que habrán enfermado en todo el período).

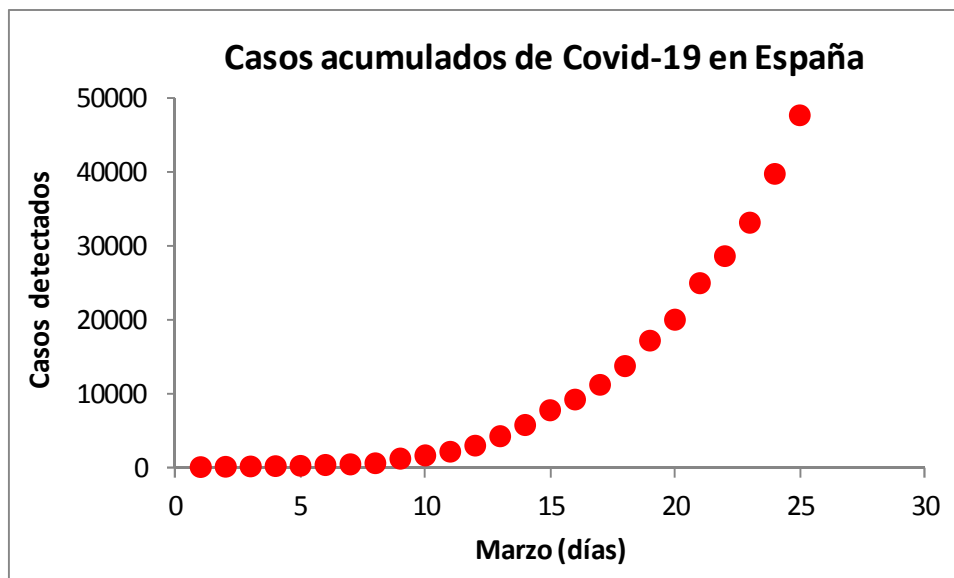
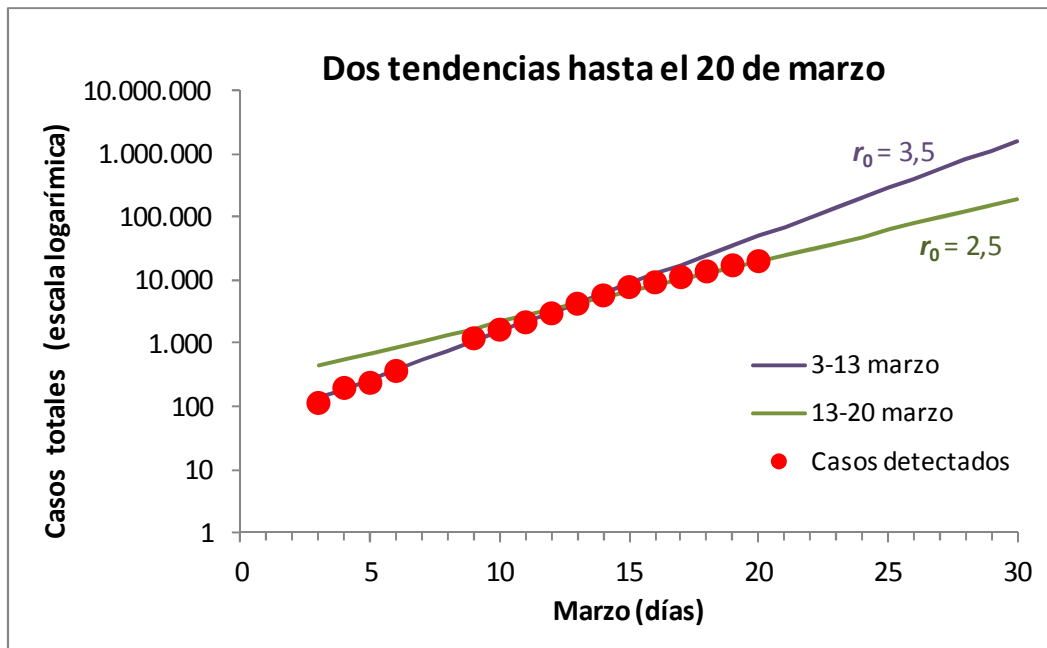


Figura 1. Casos totales detectados en España durante el mes de marzo.

La grafica de la **figura 2** muestra el eje Y (el vertical) en **escala logarítmica**. Al hacerlo de esa manera el número de casos sigue más o menos una recta, porque cada salto del eje Y es un factor 10 mayor que el anterior. En realidad, el número de casos sigue un crecimiento exponencial (véase después el apartado de crecimientos exponenciales), por eso la escala logarítmica **ayuda a ver los números pequeños frente a los grandes**. Se muestran también dos ajustes numéricos según las tendencias de crecimiento en dos semanas distintas; hacia el 12 marzo los casis se duplicaban cada 2 días, hacia el 20 de marzo se duplicaban cada 3 días.



**Figura 2.** Casos totales detectados y ajuste mediante un modelo SIR en dos semanas distintas, con números reproductivos de 3,5 (tendencia del 3 al 13 de marzo) y 2,5 (del 13 al 20 de marzo).

### ▪ Posibles escenarios en España. Simulación

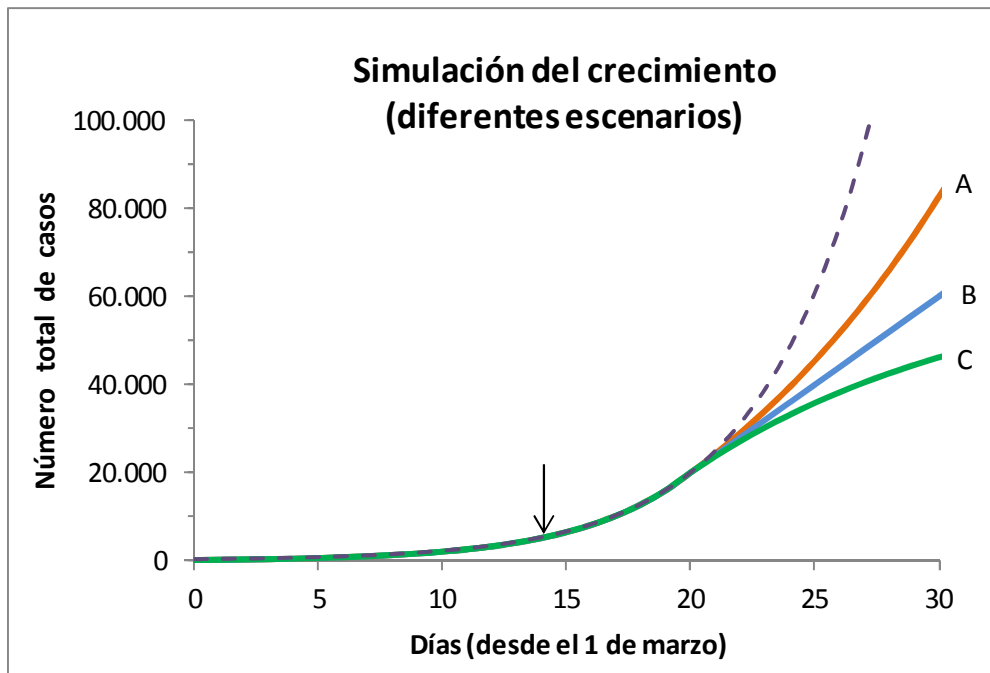
Tras las medidas de confinamiento adoptadas con la declaración del estado de alarma en España el 14 de marzo, se espera que descienda la tasa de contagio al disminuir la probabilidad de que una persona enferma interactúe con una sana. ¿Qué posibles escenarios cabe esperar? El **número reproductivo** del Covid-19 en España tomó valores entre 2,5 y 3,5 (ver figura 2) hasta el 20 de marzo, fecha a partir de la cual cabría empezar a notar los efectos del confinamiento. Este número reproductivo indica el número medio de personas que son contagiadas en total por cada persona enferma. Como se explicará en el apartado 4, si el número reproductivo es menor que 1 la epidemia empieza a **extinguirse**; si su valor es 1 la enfermedad se hace **endémica** (se mantiene un número constante de enfermos); si es mayor que 1, la epidemia **sigue creciendo**.

A priori desconocemos en qué factor se reducirán los contagios debido a las medidas de confinamiento. Existen modelos estadísticos muy sofisticados que tienen en cuenta la movilidad de la población. Sin embargo, estos modelos requieren del conocimiento de muchos más parámetros que también hay que estimar. Podemos contemplar una horquilla razonable a partir de una estimación muy naïf que puede darnos cuenta del rango esperado para el número reproductivo:

- **Escenario A:** 1/3 de la población en aislamiento total, 1/3 reduce el contacto interpersonal al 25%, y 1/3 sólo lo reduce al 50%.
- **Escenario B:** 1/3 en aislamiento total, 1/3 se aísla al 20%, y 1/3 se aísla al 30%.
- **Escenario C:** 1/3 en aislamiento total, 1/3 se aísla al 10%, y 1/3 se aísla al 15%.

Los números reproductivos en estos tres escenarios serían 1,5 (escenario A, el más desfavorable), 1 (escenario B) y 0,5 (escenario C, el más favorable).

En la **figura 3**, la curva discontinua es el crecimiento de la epidemia según la tendencia real hasta el 20 de marzo sin considerar las medidas de confinamiento (número reproductivo de 2,5). Las curvas de color corresponden a los escenarios A, B y C según un modelo SIR (ver más adelante). A fecha de 24 de marzo, la tendencia de los nuevos datos reportados parece seguir la curva azul del escenario A, con número reproductivo todavía mayor que 1, lo que significa que la epidemia no estaría controlada todavía (ver el apartado 7 para la discusión sobre el número de afectados reales y número de casos detectados) y aún quedaría un tiempo (a priori indeterminado, ver apartado 7) para lograr el “pico” de nuevos casos y la estabilidad de los casos acumulados.

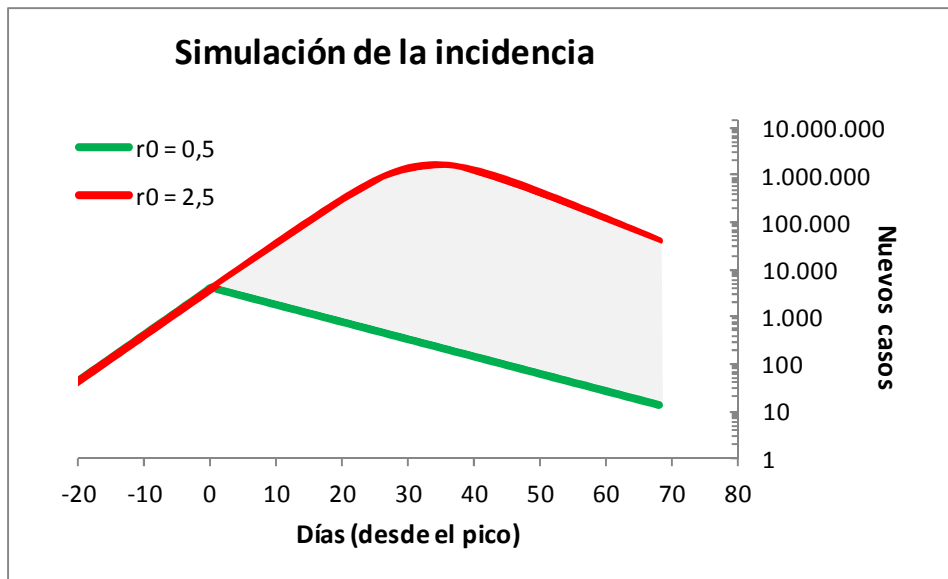


**Figura 3.** Evolución de los casos detectados de coronavirus en España durante marzo. Hasta el 20 de marzo son valores reales. A partir del 20 de marzo se muestran los resultados de una simulación en tres posibles escenarios tras la intervención del estado de alarma del día 14 (indicado con la flecha). La curva discontinua es el crecimiento según la tendencia sin tomar medidas.

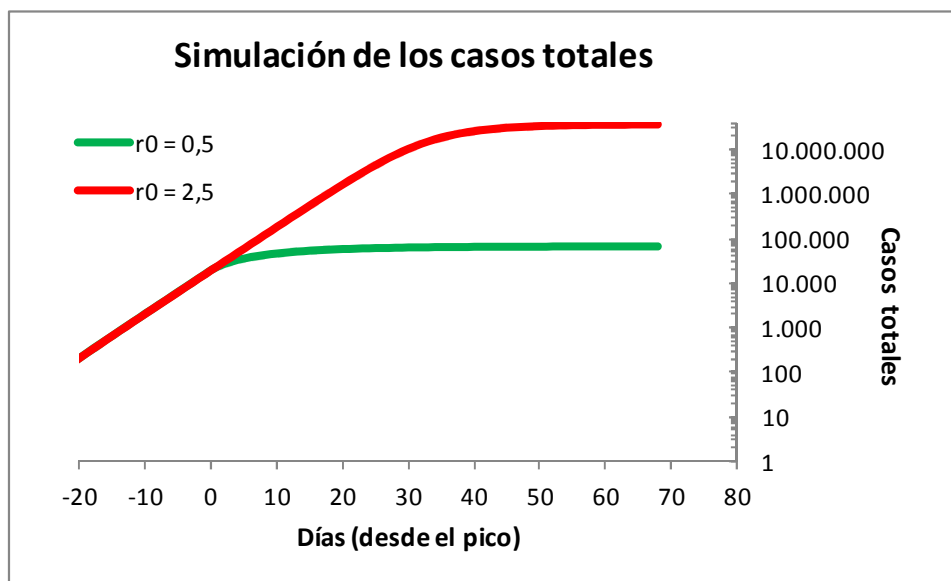
#### ▪ El “pico” de la curva. Magnitud de la epidemia incluso cuando esté controlada

Supongamos el **mejor de los escenarios (escenario A)** con un pico hacia el 25 de marzo y un número reproductivo de 0,5 (lo que significa que se necesitarían dos enfermos para tener un nuevo caso de contagio). De esta manera, la transmisión de la epidemia no se sostiene y se extingue. Es entonces cuando aparece un **pico en la curva de nuevos casos** (cuidado: el pico es en la curva de nuevos casos, no en la de casos totales, la cual sigue creciendo). A partir de dicho pico, el número de nuevos casos empieza a descender poco a poco hasta que desaparecen los contagios por completo.

Esto sería muy buena noticia. La zona gris en la **figura 4** representa el número (enorme) de personas que no enfermarían si la curva es la verde en lugar de la roja. Sin embargo, **incluso en este escenario deseable, la magnitud de la epidemia es enorme**. Aunque el número de casos sea decreciente, no significa que cesen de inmediato, sino que el decrecimiento se prolonga durante algún tiempo. Y durante dicho tiempo seguirán acumulándose casos en la curva de casos totales detectados, como se comprueba en la **figura 5**. Incluso bastantes días después del pico el número total de enfermos seguiría creciendo hasta finalmente estabilizarse.



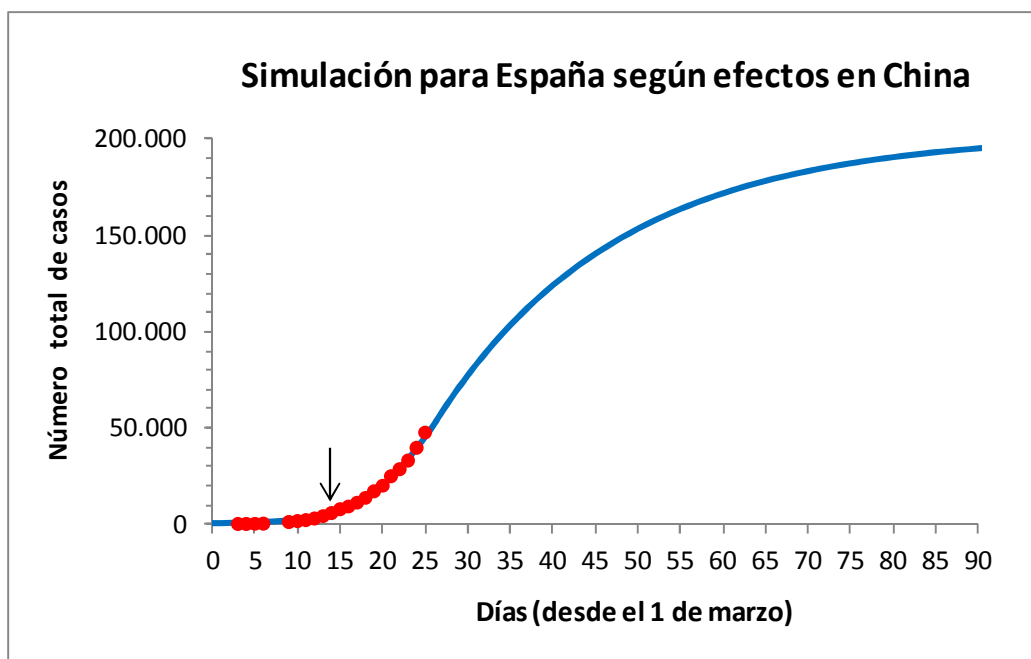
**Figura 4.** Curva (en rojo) de nuevos casos según la tendencia inicial de la epidemia en España (con número reproductivo de 2,5). Y curva (en verde) de nuevos casos para un número reproductivo de 0,5 donde se aprecia el pico. La escala del eje Y es logarítmica para poder apreciar todos los valores. El área de la zona gris sombreada es el número de individuos que quedan sin enfermar al pasar de la curva roja a la verde.



**Figura 5.** Simulación del número de casos detectados de coronavirus en España para la tendencia inicial antes del confinamiento (curva roja) y en un escenario deseable (con número reproductivo menor que 1, curva verde) en que se alcanza un pico en la incidencia y la estabilidad de los casos totales.

#### ▪ Posible escenario en España según la tendencia de China

Entre el 20 y el 24 de marzo, el número reproductivo en España bajó a aproximadamente 1,5 (escenario A). De continuar así, el pico tardaría todavía semanas en llegar y el número de afectados alcanzaría cifras dantescas. Una hipótesis razonable es que los efectos del confinamiento todavía no se han manifestado del todo (ver discusión sobre el desfase en el apartado 8). Si suponemos que las medidas de confinamiento finalmente tienen el mismo efecto que en **China**, el número reproductivo estaría en torno a **0,75** (i.e., una situación intermedia entre el escenario B y C).



**Figura 6.** Simulación de cuál podría ser la evolución del Covid-19 en España según datos reales hasta 25 de marzo (puntos rojos) y suponiendo como hipótesis unos efectos del confinamiento similares a los de China.

Hay que tomar estas simulaciones **con mucha precaución** (no son predicciones), pero es bastante **probable que el número total de personas afectadas por el coronavirus en España no baje de 200.000**. Aunque, sin el confinamiento de la población, la enfermedad podría haber afectado a más de 10 millones de personas.

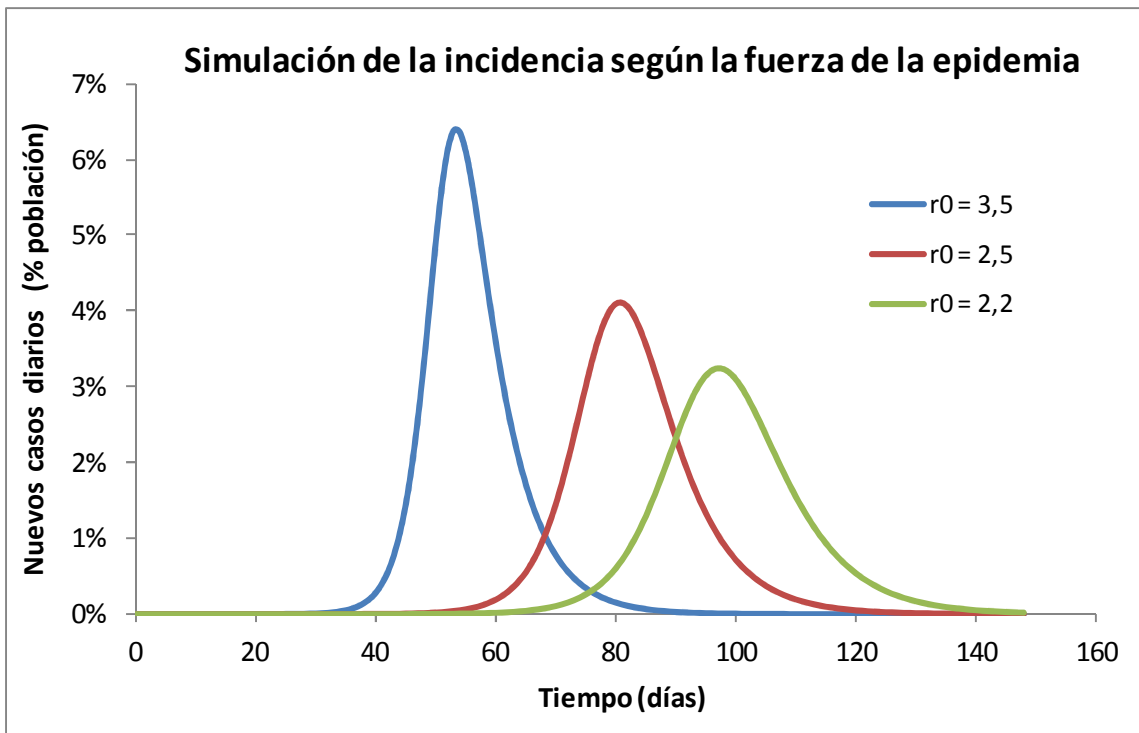
### ▪ ¿Curvas picudas o curvas aplastadas?

La **figura 7** muestra los nuevos casos diarios a partir de una simulación numérica, con un modelo SIR, para tres grados distintos de intensidad de la epidemia, sin adopción de medidas de contención. Estas curvas de nuevos casos son distintas a las de casos totales. En ellas sí observamos el “pico”, es decir, un valor máximo a partir del cual los nuevos casos van disminuyendo progresivamente. Pero unas curvas son más estilizadas y otras más bajas y anchas.

En la curva azul con mayor número reproductivo (3,5), el **pico es más abrupto** (hasta un 7% de la población en nuevos casos) y se alcanza antes. La carga de la epidemia llega pronto y de golpe, muy concentrada, con más **voracidad**. Por ello, en esta situación hay mucho **menos tiempo para gestionar la crisis y adoptar medidas**, porque todo va más rápido.

Las otras curvas presentan una forma más aplastada. Sin embargo, **que el pico sea menor no significa necesariamente que la epidemia afecte a menos casos**. De hecho, en los ejemplos de la figura 7 el número total de personas afectadas es el mismo al final de sus correspondientes periodos epidémicos. El área de las tres curvas (que equivale al número total de casos) es similar.

Siempre interesa que la curva sea lo más aplastada posible. Pero cuando una enfermedad no tiene mortalidad (por ejemplo, un resfriado), no hace falta adoptar medidas especiales. Aunque el número de enfermos sea el mismo, los enfermos van llegando poco a poco y el sistema sanitario no colapsa. Sin embargo, **cuando hay una cierta tasa de letalidad (como ocurre con el coronavirus) no basta con que la curva sea de por sí aplastada, sino que hay que tomar medidas para “aplastarla”**.

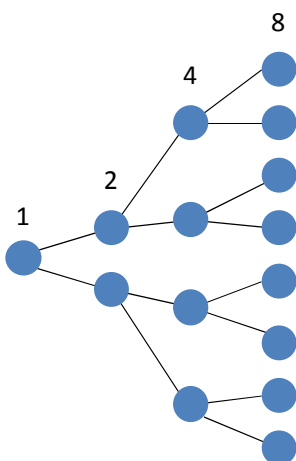


**Figura 7.** Simulación de los nuevos casos diarios de Covid-19 en España (sin medidas de confinamiento). Se ha utilizado un modelo SIR con diferentes números reproductivos dentro del rango de tendencia hasta el 20 de marzo.

### 3. Crecimientos exponenciales. Epidemias

#### ▪ Crecimiento lineal y exponencial

Una magnitud puede crecer de dos maneras: linealmente y exponencialmente. En un crecimiento lineal se suma algo en cada paso, mientras que en un crecimiento exponencial la magnitud se multiplica por algo en cada paso. Por ejemplo, si guardo en la hucha 100 € cada mes mis ahorros crecerán de forma lineal y al cabo de un año tendré 1200 €. Sin embargo, si una empresa, partiendo de 1 €, obtiene un beneficio mensual del 100%, sus ganancias al final de cada mes serán de 2 €, 4 €, 8 €... y



4096 € al final del año, es decir habrán crecido exponencialmente. En lenguaje matemático se dice que el crecimiento lineal sigue una progresión aritmética (sumar) y que el exponencial sigue una progresión geométrica (multiplicar). El tipo de crecimiento que se produce en las epidemias como la del coronavirus es de tipo exponencial.

#### En la naturaleza y en la sociedad...

... encontramos muchos fenómenos donde las magnitudes crecen con el tiempo de forma exponencial.

En biología son exponenciales: el crecimiento del número de bacterias en un cultivo, la infección por un virus en una población no inmunizada, la división celular a partir del embrión o el crecimiento de un tumor.

En física: las reacciones nucleares en cadena y la amplificación de la luz en un láser.

En ciencias sociales, ejemplos clásicos son: el aumento de la población humana y el crecimiento económico de un país.



## ▪ Fase exponencial de una epidemia. Tasa de crecimiento

Supongamos que cada persona infectada por un patógeno contagia a otra persona cada día. Entonces, la progresión diaria de infectados sería: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64... Cada día se duplicaría el número de personas infectadas (porque cada una contagia a otra). Éste es un claro ejemplo de progresión geométrica o crecimiento exponencial (ver recuadro de ecuaciones). Partiendo de una sola persona enferma (llamada **paciente 0**), el día número  $t$  habrá  $2^t$  contagiados. Si en España hay 47 millones de personas, a ese ritmo en 25 días estaríamos todos enfermos, y en poco más de un mes el planeta entero. En realidad, no ocurre exactamente así por lo que veremos más adelante.

Se llama **tasa de crecimiento** al número de nuevos casos que genera cada individuo por unidad de tiempo. La vamos a nombrar con la letra  $\alpha$ . En el ejemplo que hemos puesto, la tasa es  $\alpha=1$  nuevos casos al día (por cada persona infectada). Es una tasa per cápita; por tanto, el número total de nuevos casos diarios es igual al número de casos existentes multiplicado por la tasa (si el 3<sup>er</sup> día hay 4 casos, el 4<sup>o</sup> día habrá  $4 \cdot \alpha = 4 \cdot 1 = 4$  nuevos casos, es decir, 8 en total).

La tasa de crecimiento determina la velocidad y la intensidad con que crece una magnitud. Una **tasa de crecimiento positivo indica que la población crece**, mientras que una tasa de crecimiento negativo significa que la población decrece. En el ejemplo anterior, el número de infectados se duplica cada día. Pero si, por ejemplo, la tasa fuera  $\alpha=0,4$  casos/día, la población se duplicaría cada aproximadamente 2 días, que es lo que pasó con la epidemia de coronavirus en España durante la semana del 3 al 13 de marzo.

La tasa de crecimiento se calcula con esta fórmula:

$$\alpha = \frac{\text{Número} - \text{Número previo}}{\text{Número previo}}$$

Esta definición se aplica a cualquier crecimiento exponencial, no sólo a las epidemias. Por ejemplo, si en España el crecimiento demográfico en 2020 es del 0,5% anual, la tasa per cápita es  $\alpha=0,005$  personas/año. Así, partiendo de 47 millones de personas, en 2021 habría  $(1+0,005) \cdot 47 \text{ M} = 47,235 \text{ M}$  (235 mil personas más).

Si en vez de empezar con un sólo individuo, hubiera inicialmente  $n_0$  individuos, la ecuación del crecimiento es la misma, pero toda la curva se desplaza en el tiempo. Esto es muy importante a la hora de analizar correctamente el crecimiento de una epidemia, como veremos después.

### Ecuaciones del crecimiento exponencial

Consideremos que en el día  $t$  hay  $n(t)$  individuos. Si cada uno genera otros  $\alpha$  individuos diarios, los  $n(t)$  darán lugar a  $\alpha \cdot n(t)$  nuevos. Así, al día siguiente tendremos

$$n(t+1) = n(t) + \alpha \cdot n(t)$$

Y en general, si partimos de  $n_0$  individuos el día 0, el día  $t$  habrá

$$n(t) = n_0 \cdot (1 + \alpha)^t$$

Esto es una progresión geométrica de **razón**  $1 + \alpha$ . Y corresponde a un crecimiento exponencial, porque

$$e^{\lambda \cdot t} = (e^\lambda)^t = (1 + \alpha)^t \quad \text{si } \lambda = \ln(1 + \alpha)$$

La población **se duplica** cada  $\frac{\ln 2}{\ln(1 + \alpha)}$  días.

Cuando se utiliza el tiempo como una variable continua, la ecuación es

$$\frac{dn(t)}{dt} = \lambda \cdot n(t) \quad \rightarrow \quad n(t) = n_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

### Coronavirus en España. Tasa de crecimiento

El 12 de marzo en España habían contabilizados 2965 casos de coronavirus, y al día siguiente había 4231 casos. Utilizando la fórmula anterior, la tasa de crecimiento fue  $\alpha=0,4$  (nuevos casos al día por cada caso previo), lo que lleva a que los casos se doblan en aproximadamente 2 días.

El 20 de marzo, había 19980 casos y el 21 de marzo se subió a 24926 casos, luego la tasa pasó a ser menor:  $\alpha=0,25$ , lo que supone doblar cada 3,1 días.

Cuanto menor sea la tasa, menos intensa será la epidemia; idealmente la tasa debería pasar de positiva a negativa.

Pero, ¿de qué factores depende la tasa de crecimiento? Depende de factores a favor y factores en contra. Por ejemplo, en el crecimiento demográfico juegan a favor los nacimientos y la inmigración; y juegan en contra los fallecimientos y la emigración. En una epidemia de virus **juegan a favor** del crecimiento la capacidad de infección del virus y el contacto humano; y **juegan en contra** la vacunación, la detección precoz de personas afectadas con su consiguiente cuarentena y el confinamiento de la población.

Al inicio del apartado hemos puesto un ejemplo en que cada persona infectada contagia a otra persona cada día indefinidamente, es decir, hemos supuesto que todas las personas (tanto las previas y como las nuevas) siguen contribuyendo al crecimiento de la población ininterrumpidamente. En el caso de una epidemia de virus, **las personas que van enfermando se retiran del grupo de personas contagiosas** al ser detectadas y, entonces, ellas **ya no siguen contribuyendo al contagio** (estas personas son las que llamaremos **removidas** en el modelo que explicaremos después). Por ello, la tasa de crecimiento que hemos definido no coincide con lo que llamaremos *tasa de infección*, salvo que todos infectados se mantuvieran activos indefinidamente, cosa que no ocurre.

Este balance entre factores en contra y a favor, nos llevará a definir el **número reproductivo**, un parámetro importantísimo en el estudio de la dinámica de las epidemias.

▪ **El crecimiento no puede ser indefinidamente exponencial. Capacidad del sistema**

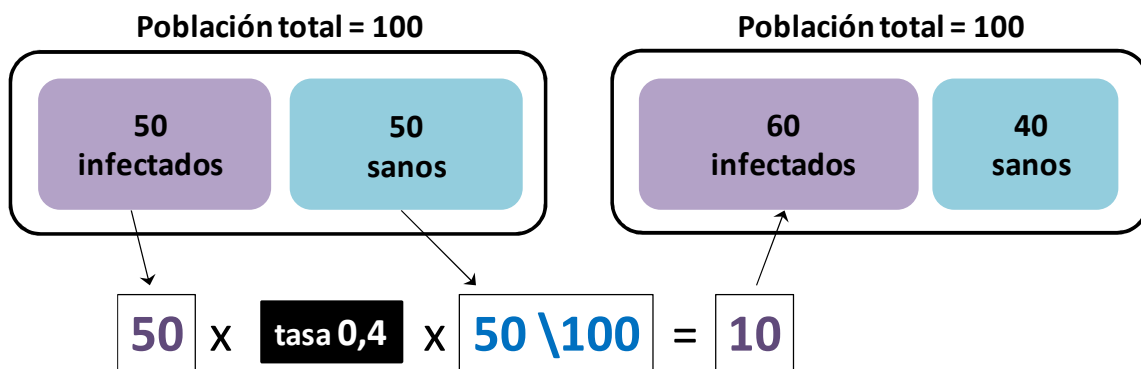
El crecimiento exponencial en el mundo real no puede ocurrir indefinidamente. Ello se debe a una simple cuestión de **agotamiento de recursos** (por ejemplo, las bacterias en una charca de agua dejan de multiplicarse cuando ya no hay bastantes nutrientes para todas).

El crecimiento exponencial puede prolongarse más o menos tiempo, pero siempre termina alcanzándose una situación de **equilibrio o estacionaria**, donde la magnitud ya no crece más y se mantiene constante, o incluso **puede decrecer**. En una epidemia esto ocurre cuando el número de personas que quedan sin enfermar es menor que el mínimo necesario para que los contagios sigan propagándose; a ese mínimo necesario se le llama **masa crítica**.

**Masa crítica**

En sociología, la masa crítica es la cantidad mínima de personas necesarias para que un fenómeno tenga lugar.

En física, la masa crítica es la cantidad mínima de material fisionable necesaria para que se mantenga una reacción nuclear en cadena.



**Figura 8.** Esquema que muestra cómo 50 infectados de una población de 100 personas contagian a  $50 \cdot 0,4 \cdot (50/100) = 10$  sanos, con una tasa de crecimiento de 0,4 casos/día (la del coronavirus hacia el 20 de marzo). Este modelo no incluye la retirada de infectados activos (ver modelo completo en figura 10).

El crecimiento en un sistema finito siempre lleva a esta situación de **saturación** el sistema. El número de nuevos individuos que van apareciendo no es proporcional a los individuos existentes, sino que es proporcional a dicho número multiplicado por la **capacidad del sistema**.

Llamamos **susceptibles** a las personas que quedan sin enfermar que no están vacunadas, o que son inmunes. En una epidemia la capacidad del sistema es el número  $S$  de personas susceptibles relativo a la población total  $N$ , es decir  $S/N$ . En el caso del coronavirus, como aún no existe una vacuna, la capacidad del sistema es simplemente el número relativo de personas que quedan por enfermar. Lógicamente, cuantas menos personas quedan sanas menos contagios habrá, por puro agotamiento o saturación del sistema.

Por tanto, el **crecimiento puramente exponencial sólo se da en la primera etapa** del crecimiento de una epidemia, después se va ralentizando por sí solo. La curva que describe el número total de personas afectadas es una función sigmoidea, como la que se muestra en la **figura 9**.

### Curva logística. Función sigmoide

El número de nuevos individuos es proporcional a

$$n(t) \cdot \left( \frac{n_{\max} - n(t)}{n_{\max}} \right)$$

donde  $n_{\max}$  es el máximo de individuos que podrían alcanzarse en un cierto ecosistema.

La **capacidad del sistema** es el factor

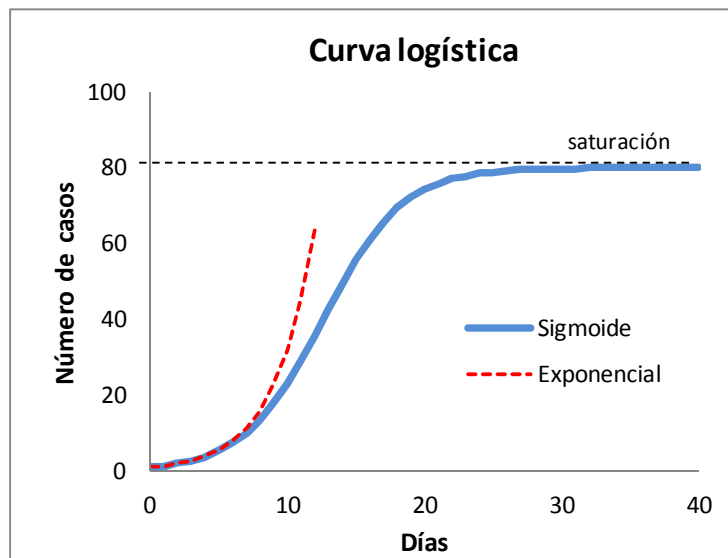
$$\frac{n_{\max} - n(t)}{n_{\max}}$$

La ecuación que gobierna el crecimiento es

$$\frac{dn(t)}{dt} = \lambda \cdot n(t) \cdot \left( 1 - \frac{n(t)}{n_{\max}} \right)$$

cuya solución, llamada **curva logística**, es

$$n(t) = \frac{n_0 \cdot n_{\max}}{n_0 + (n_{\max} - n_0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$



**Figura 9.** Curva logística para una población total de 100 individuos con 20 vacunados. La curva satura en 80 casos. Por comparación, se muestra también el comportamiento puramente exponencial.

## 4. “Motor” y “combustible” de la epidemia. El número reproductivo

### ▪ El contagio: una cuestión probabilística. Infectividad y exposición a un virus

El contagio por un virus es una cuestión de probabilidad. Esta probabilidad depende de las propias características del virus pero también del grado de exposición al virus. Se llama **infectividad** a la capacidad de un patógeno para provocar una infección. Si el virus es altamente contagioso pero todo el mundo está aislado, no habrá ningún contagio. Y al revés, aunque el virus tenga poca infectividad, el número de contagios (la incidencia) será grande si las personas mantienen muchos contactos con otras personas.

La infectividad de un virus es la que es, y no cambia a no ser que se aplique una vacuna efectiva, o que la población se vaya curando e inmunizando, o que determinadas condiciones ambientales (como pudiera ser la temperatura en algunos tipos de virus) debiliten a ese virus. Así que, dejando aparte estas posibilidades, lo que podemos cambiar seguro es nuestro **grado de exposición al virus**. Como los virus se transmiten por contactos directos con personas infectadas, o con contactos indirectos con superficies contaminadas, cuanto menor sea nuestra interacción con otras personas y cuantas más normas de higiene sigamos, menor será la probabilidad de contagio.

## ▪ El “combustible” y el “motor” de la expansión de la epidemia

Al explicar anteriormente el crecimiento exponencial y la capacidad del sistema, hemos visto que el número de **nuevos contagios es proporcional** (la constante de proporcionalidad es la tasa de crecimiento) a dos cantidades:

- 1) al número de infecciosos activos (personas contagiadas todavía no aisladas), y
- 2) al número relativo de personas restantes susceptibles de contagio (lo que hemos llamado *capacidad del sistema*).

Por ello, el sistema se autolimita, porque conforme quedan menos personas sanas, menos contagios se producen. Dicho de otra manera, una epidemia se “alimenta” de las personas que todavía quedan sanas y no aisladas o vacunadas.

En segundo lugar, la epidemia avanza impulsada por el número de infectados activos y la cantidad de contactos que realizan. Uno de los grandes problemas de estos crecimientos es que cuantos más contagiados hay, más contagios se producen, y así se amplifica el crecimiento, como una bola de nieve que crece al rodar por una cuesta.

**La cantidad de personas infectadas y la cantidad de los contactos que mantienen con otras personas, son como el motor de la epidemia. Las personas expuestas al virus son como su combustible.** De la misma manera, un incendio sigue avanzando mientras queda bosque por quemar y tanto más rápido avanza cuanto más frentes activos hay.

Por tanto, como se ampliará más adelante, para controlar una epidemia hay que intentar sacar personas infectadas del sistema y reducir las personas expuestas (i.e., limitar la potencia del motor y eliminar combustible).

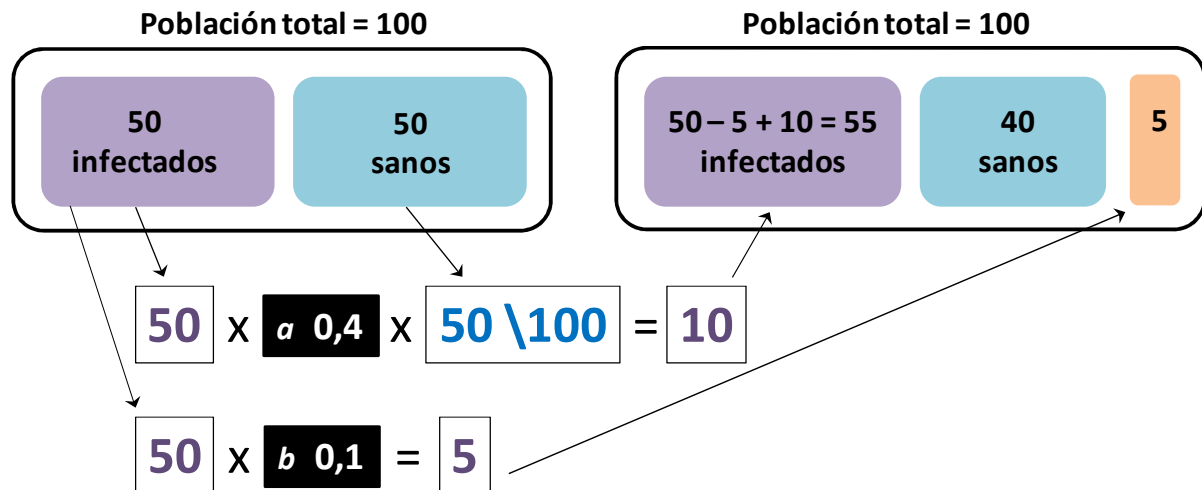
## ▪ Tasas de contagio y de retirada

**Tasa de infección, o tasa de contagio,  $a$ .** Es el número medio de individuos contagiados por otro individuo ya infectado, por unidad de tiempo, en una población totalmente susceptible. Cuanto mayor sea, más rápidamente crecerá la epidemia. Esta tasa depende de las características de la enfermedad (de la infectividad), pero también de número medio de contactos interpersonales y de las medidas higiénicas en una determinada población.

**Tasa efectiva de infección.** Si llamamos  $S$  al número de individuos susceptibles (los que todavía pueden contagiarse) y  $N$  es la población total, la tasa efectiva de infección es la tasa de infección multiplicada por la fracción de individuos susceptibles:  $a \cdot (S/N)$ . Da cuenta de que la probabilidad de contagiar se reduce al haber en el entorno menos individuos susceptibles de ser contagiados.

**Periodo infeccioso,  $\tau$ .** Es el tiempo, en promedio, durante el cual un individuo infectado puede contagiar a otros. Tras dicho periodo, este individuo deja de ser un infeccioso activo porque queda en cuarentena, porque se ha curado o porque ha fallecido. Si este periodo es muy largo la epidemia crecerá más fuerte, porque una misma persona seguirá transmitiendo la infección durante más tiempo.

**Tasa de retirada,  $b$ .** Es la inversa del periodo infeccioso:  $b = 1/\tau$ .



**Figura 10.** Esquema de cómo el grupo de infecciosos activos de una población se incrementa con la tasa de infección ( $a = 0.4$  personas/día en el ejemplo) y disminuye con la tasa de retirada ( $b = 0.1$  personas/día en el ejemplo). Inicialmente hay 50 infectados y 50 sanos. Al día siguiente habrá 55 infectados activos, 40 sanos y 5 enfermos retirados.

Supongamos, por ejemplo, una población de 100 personas de las cuales 50 están inicialmente infectadas, y que la tasa de infección es  $a = 0,4$  personas/día. Entonces, los 50 infectados transmitirán la enfermedad a  $0,4 \cdot 50 \cdot (50 / 100) = 10$  nuevos ese día. Por otro lado, supongamos que en promedio pasan 10 días desde que alguien se infecta hasta que presenta síntomas, va al médico y es aislado. Entonces, esta persona sólo puede contagiar a otras durante un periodo infeccioso  $\tau = 10$  días. Por tanto, la tasa de retirada del grupo de infecciosos al grupo de removidos es  $b = 1/10 = 0.1$  días<sup>-1</sup>. Así, de los 50 infecciosos ese día abandonarán el grupo  $0.1 \cdot 50 = 5$  individuos. Ver la **figura 10** con el esquema de la situación.

Como el grupo de personas infecciosas activas crece por un lado (con nuevos contagios) y decrece por otro lado (al detectar la enfermedad y retirar personas a la cuarentena), la **tasa de crecimiento** que estudiamos en apartados anteriores es igual a la tasa efectiva de infección,  $a \cdot (S/N)$ , menos la tasa de retirada:  $\alpha = a \cdot (S/N) - b$ . Si la tasa de retirada es mayor que la tasa de infección,  $\alpha$  será negativa y la epidemia se extinguirá.

Estas definiciones nos ayudan a entender la tasa de crecimiento como un **balance entre ganancias y pérdidas**. Ocurre algo similar con el efecto de los zorros sobre una población de conejos, cuyo crecimiento se verá frenado no sólo por la saturación de recursos (véase la curva logística explicada anteriormente) sino por la depredación de presas. O, por ejemplo, si por cada nuevo bebé nacido hay una persona fallecida, la población se mantiene constante; pero si hay más muertes que nacimientos la población decrecerá.

El hecho de que existan factores de crecimiento de una magnitud y factores de decrecimiento, implica que la magnitud puede empezar a decrecer a partir de un valor **máximo o pico**.

### ▪ El número reproductivo (o número de reproducción)

Se define el **número reproductivo básico**,  $r_0$ , como el

número medio de infecciones generadas por un único individuo infectado, durante el período infeccioso de dicho individuo, introducido en una población totalmente susceptible.

Matemáticamente es el cociente entre la tasa de infección y la tasa de retirada (o el producto de la tasa de infección por el período infeccioso):

$$r_0 = \frac{a}{b} = a \cdot \tau$$

Este parámetro establece un umbral a partir del cual no puede producirse la epidemia cuando aparecen los primeros enfermos.

- $r_0 > 1$  La infección se propaga (hay epidemia)
- $r_0 = 1$  El número de infectados activos se mantiene constante (enfermedad endémica)
- $r_0 < 1$  La infección se autolimita (no puede extenderse y decrece)

Por ejemplo, el sarampión es altamente contagioso y tiene un valor de  $r_0$  en torno a 15. En la viruela  $r_0$  vale aproximadamente 6 y 1,5 en la gripe. Para el **coronavirus**,  $r_0 \approx 2,5$ , aunque en algunos países ha alcanzado valores de 4 o más.

Cuando la epidemia ya ha avanzado y el número  $S$  de personas susceptibles es menor que el total  $N$ , o bien cuando hay un porcentaje de la población vacunada, se define el **número reproductivo efectivo**,  $r$ , como

$$r = \frac{S}{N} \cdot r_0 = 1 + \frac{\alpha}{b}$$

En definitiva, el número de reproducción nos dice **cuántas personas son contagiadas en total por una persona infectada**.

El número de contagiados por la infección disminuirá por sí mismo cuando  $r < 1$ , lo que ocurrirá tarde o temprano al ir disminuyendo el número  $S$  de potenciales contagiados. Justo cuando  $r = 1$  se produce el **pico de la epidemia**.

El número reproductivo **determina la intensidad de una epidemia**. Cuanto mayor es  $r_0$  más alto y estrecho es el pico de contagios, es decir, tanto más rápida y fuerte ocurre la epidemia afectado a **mucha gente en poco tiempo**.

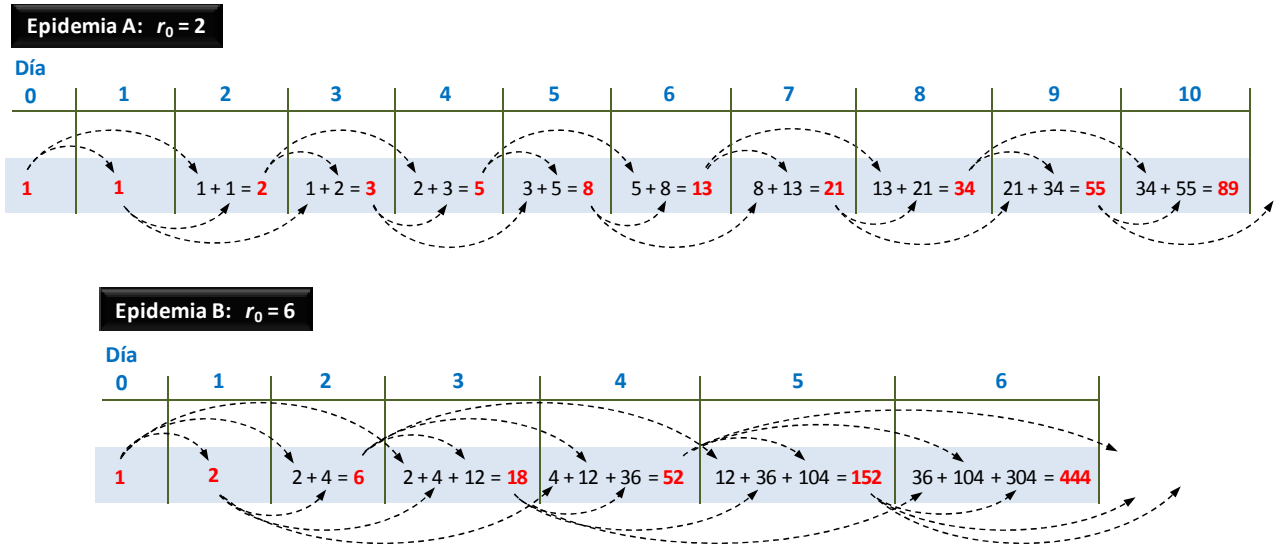
## 5. Un método manual para entender una epidemia y el número reproductivo

Supongamos, como ejemplo, que en una cierta epidemia:

- a) Cada infectado contagia en promedio a una persona cada día. Es decir, la tasa de infección o contagio es  $a = 1$ .
- b) Se tardan dos días en detectar a un infectado tras su contagio. Al ser detectado, el infectado queda aislado de la población. Ese es el periodo infeccioso ( $\tau = 2$  días).
- c) Estamos en los primeros días de la epidemia (fase exponencial), cuando las personas susceptibles de ser contagiadas son prácticamente la totalidad de la población (entonces,  $S \approx N$  y  $\alpha \approx a - b$ ).

Lo anterior significa que a partir del día en que una persona se infecta, ésta contagiará a 1 persona al día durante 2 días, es decir, un total de 2 personas en dos días consecutivos; el número reproductivo es, por tanto,  $r_0 = 2$ .

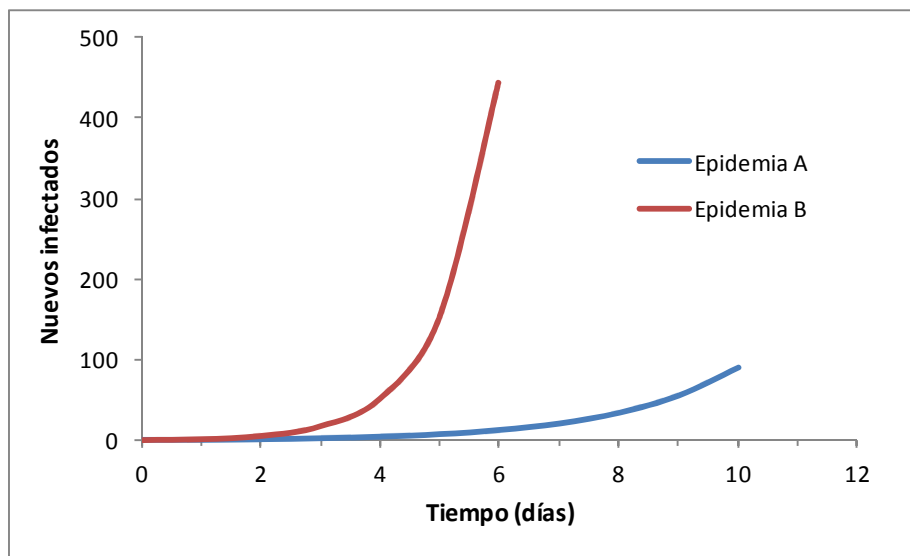
El siguiente esquema muestra la progresión de la incidencia (nuevos casos) de esta epidemia (epidemia A). Los contagios se muestran con las fechas. Los números en rojo son los nuevos contagios cada día. Partimos del día 0 con un solo infectado. Este paciente 0 contagia a una persona el día 1 y a otra persona el día 2, pero el día 3 ya no contagia a nadie porque se ha detectado su enfermedad y se le aísla. El que fue infectado el día 1 contagiará a una persona el día 2 y a otra persona el día 3. Por eso, el día 2 ya habrá dos nuevos infectados, los cuales contagiarán a otros dos el día 3 y dos más el día 4. Así, el día 3 ya hay tres nuevos infectados. Etc.



**Figura 11.** Epidemia A: número reproductivo básico  $r_0 = 2$  (tasa de infección  $a = 1$ , periodo infeccioso  $\tau = 2$  días). Epidemia B:  $r_0 = 6$  ( $a = 2$ ,  $\tau = 3$  días). Los números en rojo son los nuevos infectados cada día.

En la epidemia B, la tasa de contagio es de 2 y el periodo infeccioso de 3 días. Como era de esperar, esta epidemia es mucho más fuerte que la anterior. Tiene número reproductivo  $r_0 = 6$ , porque cada persona contagia en total a 6 personas.

La gráfica de la **figura 12** muestra el número de nuevos infectados, en función del tiempo, para los dos ejemplos (epidemia A y epidemia B).



**Figura 12.** Crecimiento exponencial en los primeros días de dos epidemias con números reproductivos de 2 (epidemia A) y 6 (epidemia B). Corresponden a los ejemplos de la figura 11.

## 6. Modelo de propagación SIR: Susceptibles–Infecciosos–Removidos

El modelo SIR es un modelo matemático relativamente sencillo, desarrollado por Kermack y McKendrick en la primera mitad del siglo pasado, que describe cómo se comporta una epidemia (su propagación y evolución, su posible control, etc.). Es un modelo muy útil que **pone de manifiesto aspectos muy importantes de la dinámica de las enfermedades de transmisión**, y es de gran ayuda para los epidemiólogos, los expertos en salud pública y los responsables de las políticas sanitarias.

La palabra SIR es un acrónimo formado por las siglas de las palabras Susceptibles, Infecciosos y Removidos. El modelo SIR divide a la población en tres subconjuntos o compartimentos:

La suma de individuos de los tres conjuntos, en cualquier instante, debe ser igual al número  **$N$  total de individuos** que tiene la población:

$$S + I + R = N$$

Por ejemplo, en tres momentos distintos de una epidemia en una población de 1 000 personas el número de individuos en cada grupo podría ser

$$\text{Día 0: } S = 999, I = 1, R = 0$$

$$\text{Día 5: } S = 970, I = 30, R = 0$$

$$\text{Día 8: } S = 750, I = 200, R = 50$$

Por tanto, la tasa de retirada del grupo de infecciosos al grupo de removidos es  $b = 1/2 = 0.5$  días<sup>-1</sup>.

- **Susceptibles, S.** Son los individuos que pueden contagiarse. Este grupo, al principio de una epidemia, suele ser el total de la población (a no ser que haya personas previamente vacunadas).
- **Infecciosos, I.** Son los individuos infectados que seguirán contagiando a otros mientras no se les detecte la enfermedad y se les aisle (de ahí la importancia de hacer muchas pruebas diagnósticas). Al pasar a este grupo dejan de estar en el grupo S de susceptibles.
- **Removidos, R.** Este grupo está formado por los enfermos detectados que pasan a aislamiento, los recuperados inmunizados y los fallecidos. Estos individuos pasan a este grupo provenientes del grupo I de infecciosos.

### Ecuaciones del modelo SIR

Consideramos  $S$ ,  $I$  y  $R$  el número de individuos de cada grupo sobre una población normalizada a 1.

Grupo R de removidos. Los individuos del grupo I pasan al grupo R con un ritmo de crecimiento proporcional a la tasa  $b$  de retirada y al número de infecciosos:

$$\frac{dR}{dt} = b \cdot I = \frac{1}{\tau} \cdot I$$

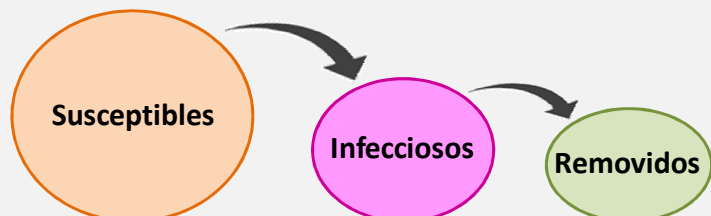
Grupo I de infecciosos. En este grupo hay ganancias y pérdidas: entran los nuevos casos de individuos infectados desde el grupo S de susceptibles, y salen los removidos que pasan al grupo R. Recordando que la cantidad de individuos susceptibles que se contagian por unidad de tiempo es  $a \cdot I \cdot S$ , la ecuación que describe el crecimiento de los infecciosos es

$$\frac{dI}{dt} = a \cdot I \cdot S - b \cdot I$$

Grupo S de susceptibles.

$$\frac{dS(t)}{dt} = -a \cdot I(t) \cdot S(t)$$

Modelo SIR para epidemias



Cuando  $\frac{dI}{dt} > 0$  hay epidemia (no paran de crecer los nuevos casos). La epidemia se extingue si  $\frac{dI}{dt} \leq 0$ ,

que implica un número reproductivo efectivo menor que 1:  $r = \frac{S}{N} \cdot \frac{a}{b} \leq 1$ .



## 7. Actuaciones para el control de una epidemia

### Medidas de control sobre una base científica

El número reproductivo da información acerca de la velocidad con que una enfermedad puede propagarse en una población determinada. Los epidemiólogos lo consideran uno de los parámetros decisivos para determinar si una epidemia puede ser controlada. Por eso es imprescindible conocer de qué factores depende, para así poder actuar de la manera más efectiva.

La expresión matemática del número reproductivo indica de forma precisa las consideraciones cualitativas que hemos estado haciendo previamente sobre el balance de los factores de ganancia y pérdida, o del “motor” y el “combustible” de la epidemia. A la vista del parámetro

$$r = \left(\frac{S}{N}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right)$$

concluimos que **podemos actuar sobre tres factores**, de la siguiente manera:

- 1) Logrando que la persona infectada esté menos tiempo activa, es decir, disminuyendo el período de infección  $\tau$  (**augmentando la tasa de retirada,  $b$** ). Esto puede lograrse con el aumento de las pruebas diagnósticas, lo que ayudará a la detección precoz de los infectados y a su inmediato aislamiento.
- 2) **Confinamiento, distanciamiento social e higiene**. Estas medidas reducirán la tasa de infección,  $a$ .
- 3) Reducción del número  $S$  de personas susceptibles, por ejemplo mediante la **vacunación** de la población (cuando exista una vacuna) o mediante el **aislamiento total de regiones** donde aún no ha entrado el virus.

El **control** de la epidemia se logra cuando el **número reproductivo efectivo disminuya por debajo de la unidad**:  $r < 1$ .

Lo ideal para lograrlo es la **combinación de las tres estrategias**.

#### Resumen de todas las tasas. Control de la epidemia

##### Tasa de infección, $a$

Si  $I$  es el número de infectados y  $S$  es el número de individuos susceptibles de contagiarse, el número total de individuos infectados por unidad de tiempo es:  $a \cdot I \cdot (S/N)$

##### Tasa de retirada, $b$

De un número  $I$  de infectados, se irán retirando de los infectados activos un número por unidad de tiempo:  $b \cdot I$

**Tasa efectiva de crecimiento:**  $\alpha = a \cdot \frac{S}{N} - b = b \cdot (r - 1)$

**Número reproductivo básico:**  $r_0 = \frac{a}{b} = a \cdot \tau$

**Número reproductivo efectivo:**  $r = \frac{S}{N} \cdot r_0 = \frac{S}{N} \cdot \frac{a}{b} = 1 + \frac{\alpha}{b}$

Para el **CONTROL** de la epidemia hay que conseguir que

$$\alpha < 0 \leftrightarrow r < 1$$

#### Actuaciones contra el coronavirus en distintos países

**Corea del Sur.** Importante aumento de la tasa de retirada,  $b$ , mediante la realización de pruebas de forma masiva que permitió aislar cuanto antes a los enfermos

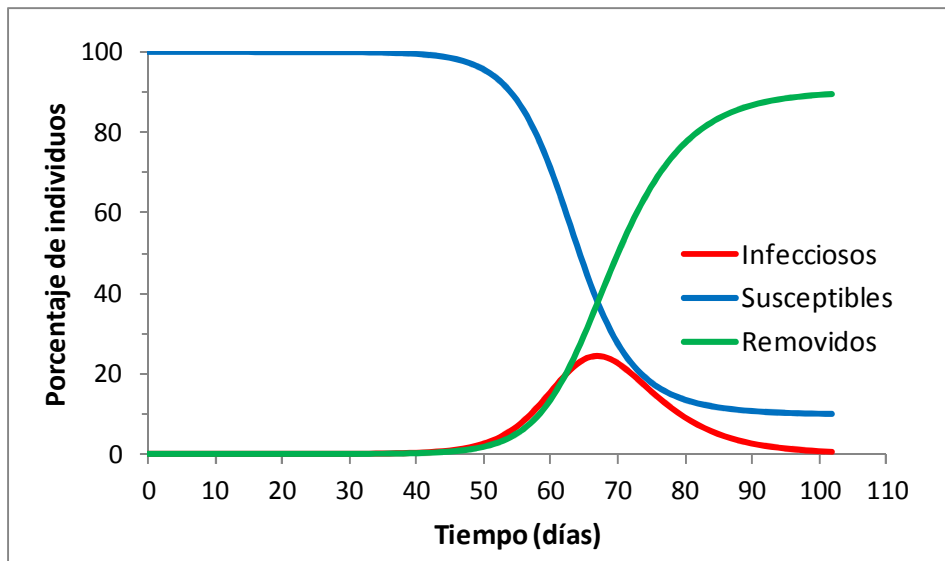
**China.** Estrategia combinada. Confinamiento y restricción de movimientos, y uso de datos para encontrar cada foco y rastrear enfermos.

**Reino Unido.** Estrategia de “inmunidad de colectiva” en una primera fase: protección sólo de las personas más vulnerables y autolimitación de la expansión del virus para el resto de personas (que irían enfermando e inmunizándose). En una fase posterior se pasó a medidas intermedias de confinamiento.

**España.** Confinamiento fuerte, salvo para actividades esenciales y urgencias. En una segunda fase se aumentaron los test diagnósticos.

### ▪ Inmunidad colectiva o “inmunidad de rebaño”

Como ya hemos señalado, el crecimiento de una epidemia se autolimita según van quedando menos personas susceptibles de ser contagiadas. Si las personas enfermas quedaran inmunizadas ante la enfermedad una vez que se curan, entonces el grupo de susceptibles en la población es cada vez menor y cada vez hay menos contagios. Los propios inmunes, una vez que han pasado la enfermedad, hacen de cortafuegos al avance de la epidemia. Es lo mismo que si estuvieran vacunados desde el principio. En la **figura 13** se aprecia cómo de esta forma una proporción enorme de la población, cuando no toda, acabaría pasando la enfermedad. Cuando la epidemia tiene mortalidad, ello implica un número desorbitado de fallecidos.



**Figura 13.** Curvas de Susceptibles, Infecciosos y Removidos según un modelo SIR.

### ▪ Simulación gráfica del crecimiento de una epidemia con distintas estrategias de control

A modo de ejemplo gráfico, mostramos en la **figura 14** cómo sería la evolución de una enfermedad en una aldea aislada de 20 personas según distintos tipos de medidas de control. Cada columna representa un escenario distinto. Cada fila corresponde a días distintos del estado de la epidemia según avanza. Los individuos en color rojo son los infectados, los verdes están vacunados, y los rectángulos significan aislamiento. En los cuatro casos hemos considerado una tasa de infección  $a = 1$  (i.e., cada infectado contagiaría a otro, diariamente, sobre la población total sana).

La primera columna muestra la expansión de la epidemia cuando no se ha tomado ninguna medida. La progresión inicial es exponencial (1, 2 y 4), pero después se frena poco a poco (en el 4º día hay 7 casos en vez de 8) pues el número de personas sanas disminuye y, por tanto, disminuye la tasa efectiva de contagio (que recordemos que es el producto de la tasa  $a$  por la fracción de susceptibles respecto al total).



**Figura 14.** Cuatro escenarios ante una epidemia: 1) sin medidas (crecimiento exponencial autolimitado); 2) retirada de enfermos detectados; 3) Vacunación de parte de la población; 4) Confinamiento de parte de la población. Hacia abajo en una columna son días sucesivos. Individuos infectados en rojo, vacunados en verdes, y confinados los recuadrados.

En la segunda columna se muestra el caso en que se han tomado medidas de detección rápida de enfermos y aislamiento de los mismos con una tasa de retirada  $b = 1$ . Así, durante algunos días la tasa de crecimiento es prácticamente 0 y el número de infectados activos se mantiene constante en 1 (no hay epidemia, pero la enfermedad se hace endémica hasta más o menos el 3<sup>er</sup> día). A partir del 4<sup>o</sup> día, el número de enfermos retirados aislados es tal que la tasa efectiva de contagio ( $1 \cdot 17/20 = 0,85$ ) es menor que 1, y entonces la tasa de crecimiento ( $0,85 - 1 = -0,15$ ) es negativa y el número reproductivo efectivo ( $0,85/1 = 0,85$ ) es menor que 1. Por tanto, la epidemia acaba extinguiéndose.

En la tercera columna se muestra el efecto de vacunar al 5% de la población. El número de susceptibles (la capacidad del sistema) es menor (sólo 15 personas, no 20) y la probabilidad de contagios disminuye, lo que hace que la epidemia crezca de forma mucho más lenta que en el primer caso (pese a que no se han retirado enfermos activos).

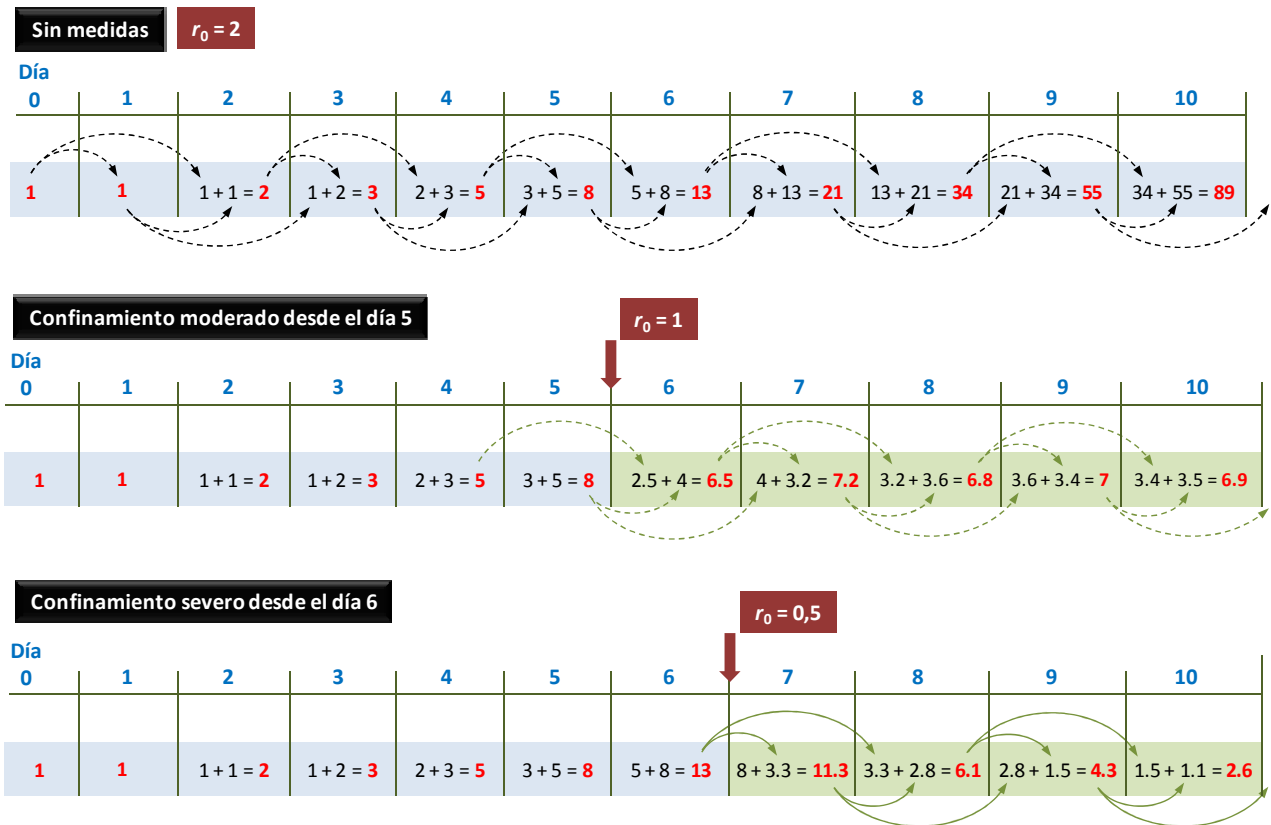
El último caso muestra el efecto de confinar al 50% de la población. De nuevo, como en el caso de la vacunación, el hecho de reducir el conjunto de personas susceptibles hace que la tasa efectiva de infección sea menor y el crecimiento es mucho menos lento.

▪ **Simulación gráfica de cómo se frena una epidemia al bajar el número reproductivo**

En los ejemplos de la **figura 15** comprobamos el mecanismo mediante el cual se contiene o se frena una epidemia al intervenir con medidas, en este caso de confinamiento. El esquema superior corresponde a una epidemia de número reproductivo básico igual a 2, que ya hemos estudiado antes ( $a = 1$  y  $\tau = 2$  días,  $r_0 = a \cdot \tau = 2$ ).

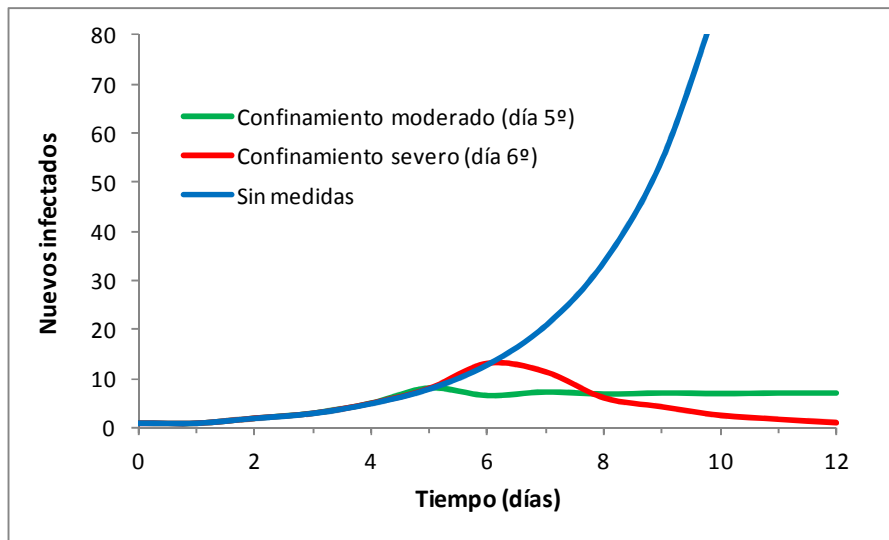
En el esquema intermedio se muestra la evolución de la epidemia cuando el 5º día se adoptan medidas de confinamiento tales que la frecuencia de contactos interpersonales baja a la mitad y, así, la tasa efectiva de infección se reduce también a la mitad ( $a = 0,5$ ) y  $r_0 = 0,5 \cdot 2 = 1$ . Con un número reproductivo igual a la unidad, la epidemia se contiene y la enfermedad se hace endémica (el número de nuevos casos, o incidencia, permanece constante).

En la parte inferior se ve el efecto de intervenir, en este caso el 6º día, pero con medidas de confinamiento más severas, los contactos se reducen a una cuarta parte y  $a = 0,25$ . Por tanto, **el número reproductivo se hace inferior a la unidad** ( $r_0 = 0,25 \cdot 2 = 0,5$ ) y **la epidemia se extingue**.



**Figura 15.** Epidemia sin controlar, con confinamiento moderado (endemia) y con confinamiento severo (extinción).

La gráfica de la **figura 16** muestra el número de nuevos infectados, en función del tiempo, para las tres situaciones simuladas.



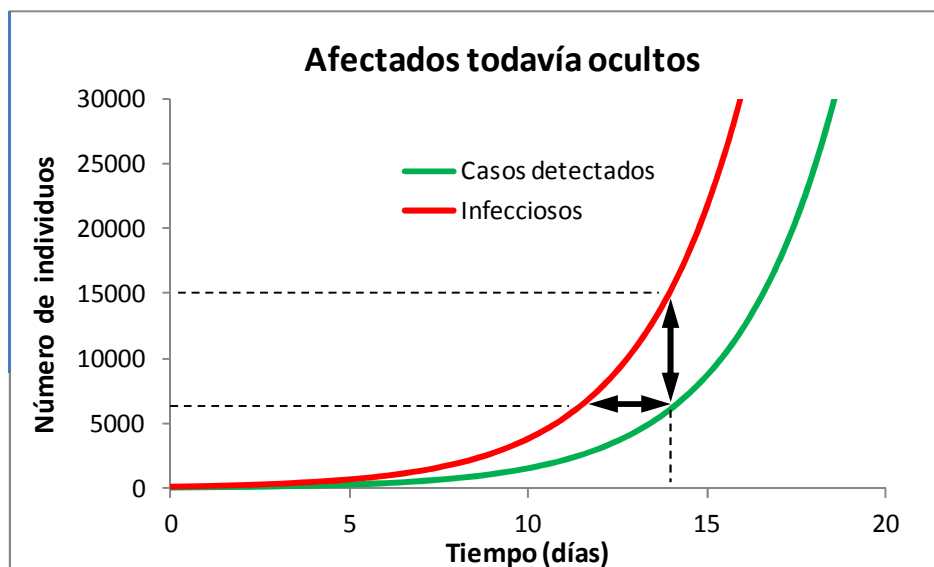
**Figura 16.** Crecimiento de la epidemia A de la figura 11 y evolución de la tras actuar con medidas de confinamiento moderado a partir del día 5º (endemia) y confinamiento severo a partir del día 6º (extinción de la epidemia).

## 8. Problemas, incertidumbres y evidencias para el control de una epidemia

### ▪ La información llega en diferido. La “punta del iceberg”

Uno de los hándicaps frente a una epidemia es que **no sabemos en tiempo real cuál es el número de personas infectadas** que están contagiando a otras. Este número sólo da la cara días después. En ocasiones ni siquiera eso, pues puede haber personas asintomáticas que transmitan la enfermedad (“**infecciosos invisibles**”). Por eso siempre hay un riesgo de infravalorar la epidemia.

En la **figura 17** se muestra una simulación de cómo sería la curva de personas enfermas en comparación con la curva de casos detectados. Se aprecia un **desfase** de varios días entre las curvas. En el ejemplo, este desfase implica que si el día 14 había 6000 casos detectados, en realidad había 15000 infectados.



**Figura 17.** Simulación, en un determinado escenario, de los casos detectados frente al total de infectados.

**Los casos detectados podrían ser la “punta del iceberg”.** El problema ante una nueva epidemia, es que no se sabe con seguridad el tamaño total del iceberg hasta que va saliendo a flote.

▪ **¿Cuándo y con qué intensidad llega el pico? Sólo podemos estimarlo**

A partir de los datos que van siendo reportados sólo podemos extraer la tendencia del crecimiento en ese instante, según el número de nuevos casos diarios comparado con el del día anterior (ver recuadro de tasa de crecimiento en el apartado 3). Por ejemplo, como ya vimos, el 13 de marzo en España la tasa de crecimiento era  $\alpha = 0,4$  nuevos casos diarios por cada caso anterior (los casos totales se duplicaban cada 2 días). Sin embargo, como la tasa de crecimiento es la diferencia entre la tasa de infección y la tasa de retirada, no sabemos cuánto valen estos dos números en términos absolutos (sólo podemos hacer estimaciones de los mismos). Expresado de forma matemática, recordemos que  $\alpha = a \cdot (S / N) - b$ .

La tasa de crecimiento que vamos observando depende de la combinación de varios parámetros (las personas todavía susceptibles de ser contagiadas, la tasa de crecimiento y el período de infección), de los cuales sólo podemos hacer estimaciones. Por ejemplo, se puede ir estimando sobre los datos previos cómo va cambiando el número reproductivo, y se sabe que el período de infección del coronavirus en otros países (como China) ha sido de 5 o 6 días (pero en España puede ser diferente).

Además, otro factor es el período de **incubación** del virus que hace que exista un **tiempo de latencia** mientras el cual las personas contagiadas todavía no han empezado a transmitir la enfermedad a otros, pero permanecen como infecciosos latentes.

La altura del pico y el momento en que ocurre dependen de varios parámetros de forma individual, y no globalmente de la tasa de crecimiento que observamos. **Por eso, no sabemos con anterioridad cuándo se alcanzará el pico ni qué intensidad tendrá; sólo podemos hacer estimaciones.**

▪ **¿Cuándo actuar?**

Desde el punto de vista matemático (si no hubiera otros condicionantes), la respuesta es clara: se debe actuar en cuanto se detecta la enfermedad y con todas las medidas posibles. La **figura 18** compara la evolución de la epidemia en España y en Italia. La epidemia en España iba retrasada unos 6 días respecto a la de Italia durante la primera quincena de marzo, con una progresión muy similar. Cuando se declaró el estado de alarma, el 14 de marzo, en España ya había unos 6000 casos, justamente el número de casos que tenía Italia el 8 de marzo.

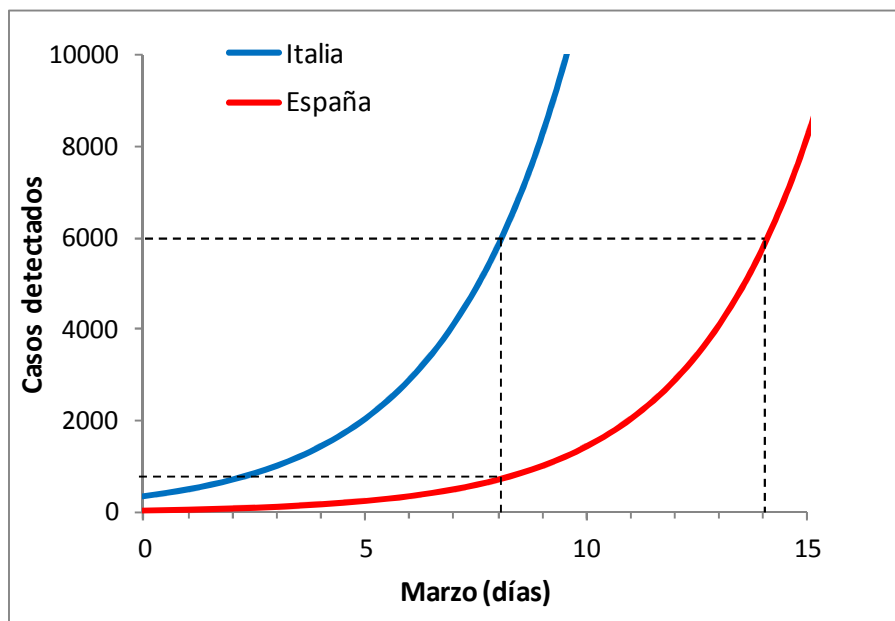
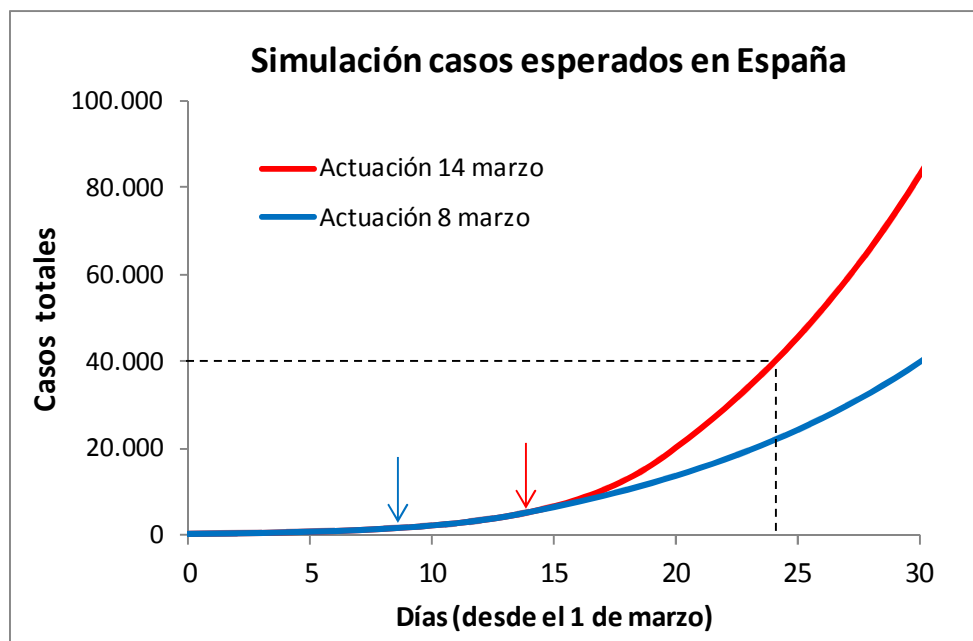


Figura 18. Evolución de la epidemia en Italia y en España.

**Es crucial basarse en el comportamiento de la epidemia en países o regiones donde la enfermedad empezó y se detectó antes.**

La **figura 19** muestra, mediante una simulación, el comportamiento de la curva de crecimiento en España habiendo adoptado las medidas de confinamiento 6 días antes. Si el día 24 de marzo se habían confirmado 40 000 casos, en el escenario de una actuación previa los casos podrían ser de sólo 20 000.



**Figura 19.** Simulación con un modelo SIR de la evolución de la epidemia de Covid-19 en España durante marzo con las medidas adoptadas el día 14 (curva roja) o considerando esas mismas medidas aplicadas el día 8 (curva azul).

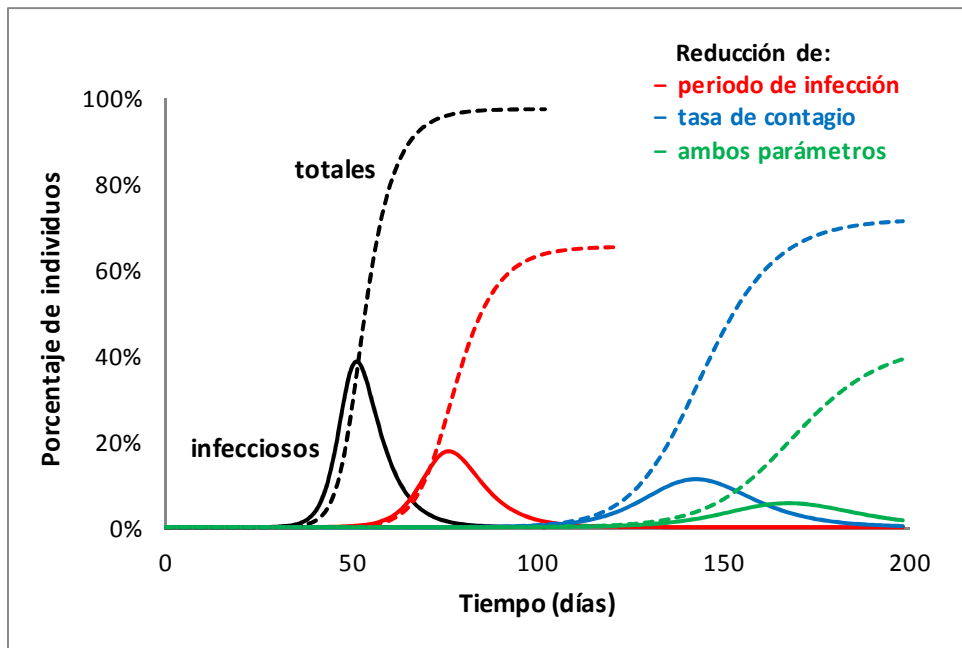
### ▪ ¿Con qué estrategia?

La **figura 20** muestra una simulación para mostrar cómo sería el efecto sobre las curvas (tanto de personas infecciosas como de casos totales detectados) al actuar sobre unos parámetros y otros. En todos los casos mostrados las medidas adoptadas son moderadas, de forma que el número reproductivo sigue siendo mayor que 1 y la epidemia simplemente se amortigua. Se puede actuar sólo con medidas de confinamiento, que sirven para reducir la tasa de contagio (caso de España e Italia). También se puede reducir el periodo de infección, aumentando la tasa con que se retiran enfermos del sistema que, así, dejan de contagiar (caso de Corea del Sur). De las dos maneras se reduce la tasa de contagio, y se frena el crecimiento de una epidemia. La estrategia más efectiva es actuar sobre los dos factores a la vez, disminuyendo ambos simultáneamente (caso de China). Véanse las explicaciones que dimos previamente en el apartado 6.

Si existiera una vacuna, es claro que la vacunación disminuye el número de personas susceptibles y es más difícil que la epidemia surja.

**Bajar el número reproductivo por debajo de 1 (hacer la tasa de crecimiento negativa) es más fácil combinando ambas estrategias: reducir la tasa de contagio (confinamiento) y aumentar la retirada de enfermos infecciosamente activos (test masivos).**

**La vacunación, cuando existen vacunas, hace de cortafuegos a la expansión de la epidemia.**



**Figura 20.** Curvas de individuos infecciosos (línea continua) y de retirados (línea discontinua). Efecto de reducir reduciendo a la mitad la tasa de contagio (azul), reduciendo a la mitad el período de infección (rojo), o reduciendo ambos parámetros (verde).

La estrategia seguida inicialmente por el Reino Unido (“inmunización colectiva”) tiene el grave problema de que la enfermedad de Covid-19 tiene una tasa de mortalidad nada despreciable, entre el 1 y el 10%.

## Bibliografía

- Abbott S, Hellewell J, Munday JD, Young Chun J, Thompson RN, Bosse NI, Desmond Chan YW, Russell TW, Jarvis CI, CMMID nCov working group, Flasche S, Kucharski AJ, Eggo R, and Funk S. “Temporal variation in transmission during the COVID-19 outbreak” (in-progress). *Creative Commons*, consultado durante marzo de 2020 (<https://cmmid.github.io/topics/covid19/>).
- Brauer F, Castillo-Chávez C, Elmer, DP, Barley K, Castillo-Garsow C, Chowell, D, Espinoza, B, Parra, P, Suarez, C, and Moreno V. *Modelos de la Propagación de Enfermedades Infecciosas*. Universidad Autónoma de Occidente (2015) (DOI: 10.13140/2.1.4882.5929).
- Galindo Uribarri S, Rodríguez Meza MA, and Cervantes Cota JL. “Las matemáticas de las epidemias: caso México 2009 y otros”. *Ciencia ergo-sum UAEMex* (nov2013-feb2014) 20:3, 238-246.
- Handley M. “CoVID 19 Worldwide Growth Rates”: <http://nrg.cs.ucl.ac.uk/mjh/covid19/>
- Kermack WO, and McKendrick AG. “A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics”. *Proceedings of the Royal Society of London A* 115 (1927), 700-721.
- Lin Q, Zhao S, Gao D, Lou Y, Yang S, Musa SS, Wang MH, Cai Y, Wang W, Yang L, and He D. “A conceptual model for the coronavirus disease 2019 (COVID-19) outbreak in Wuhan, China with individual reaction and governmental action”. *International Journal of Infectious Diseases* 93 (2020), 211-216 (DOI: 10.1016/j.ijid.2020.02.058).
- Ministerio de Sanidad, Gobierno de España: <https://covid19.isciii.es/>
- Ridenhour B, Kowalik JM, and Shay DK. “Unraveling R0: Considerations for Public Health Applications”. *American Journal of Public Health* 104 (2014), 32-41 (DOI: 10.2105/AJPH.2013.301704).
- World Health Organization (WHO): <https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/>
- Wu JT, Leung K, and Leung GM. “Nowcasting and forecasting the potential domestic and international spread of the 2019-nCoV outbreak originating in Wuhan, China: a modelling study”. *Lancet* 395 (2020), 689-697 (DOI: 10.1016/S0140-6736(20)30260-9).