SIGNIFICADO Y OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS

Pedro Nicolás Zaragoza

(Universidad de Murcia)

Introducción

Inspirado por la noción de *obstáculo epistemológico* del epistemólogo Gaston Bachelard (1938), el didacta de las matemáticas Guy Brousseau, padre de la Teoría de las Situaciones Didácticas, introdujo en (Brousseau, 1976) la noción de *obstáculo didáctico*. En pocas palabras, consiste en un conocimiento que, a pesar de que en cierto ámbito resulta verdadero y útil, en otro contexto resulta, inesperadamente, falso y/o inútil (Brousseau, 1998). El profesor puede mostrar a los alumnos ciertos obstáculos didácticos ligados a determinados objetos matemáticos, con el fin de promover en el alumnado la necesidad de avanzar en la teoría matemática que se está estudiando. Sin embargo, algunos obstáculos didácticos pueden aparecer sin que el profesor lo pretenda, creando así un problema indeseado.

En este trabajo, relacionado con (Bosch y Chevallard, 1999), hablamos del *significado* de los objetos matemáticos, ofrecemos ejemplos de objetos matemáticos con varios significados, y mostramos con un ejemplo cómo la pluralidad de significados va asociada al riesgo de producir obstáculos didácticos involuntarios.

Resultados

A pesar de que en su formulación formal (por ejemplo, usando alguna axiomática de la Teoría de Conjuntos), la definición de los términos matemáticos no apela a una realidad externa, lo cierto es que un término matemático típicamente refiere a algo externo a él mismo. En efecto, dicho término ha sido creado, a lo largo de la Historia, para dar solución a ciertos problemas, de modo que el término refiere al contexto o marco conceptual en el que dichos problemas aparecieron. El marco conceptual puede ser extra o intramatemático. La mayoría de los términos matemáticos vistos en Educación Primaria (los asociados a los números naturales, números decimales, fracciones, operación de suma, operación de resta,…) refieren a un contexto extramatemático. Algunos términos matemáticos vistos en Educación Secundaria o Bachillerato (por ejemplo, las matrices) refieren a un contexto intramatemático. Desde un punto de vista intuitivo, y en coherencia con (Balzer et al., 1987), podríamos decir que un *significado* de un término matemático (por ejemplo, el término "2/5" o el término "por", representado mediante el símbolo "x") es un método de verificación de su extensión, pudiéndose dar dicha verificación en contextos tanto extra como intramatemáticos.

Por ejemplo, si quiero determinar si la cantidad de longitud de una banda de cartulina pertenece a la extensión del término 3,76 referido a dm, empleo el método de verificación consistente en comprobar que dicha cantidad de longitud es equivalente a 3 veces un dm, 7 veces la décima parte de un dm, y 6 veces la centésima parte de un dm.

No obstante, muy frecuentemente un término matemático tiene más de un significado, y algunas de las cosas que se hacen con ese término dependen de uno de esos significados y no de otro.

Por ejemplo, un significado del término "por", simbolizado mediante "x" y escrito entre dos números a los que llamamos factores, a veces implica que sumamos un factor consigo tantas veces como indica el otro factor. Observemos que, al hablar de "veces", el significado anterior sólo es posible si uno de los factores es un número natural, de modo que no parece ser este su significado en la expresión 1/2 x 1/3 = 1/6.

Veamos ahora dos significados distintos de las fracciones, y en qué sentido esto puede ser fuente de serios obstáculos didácticos. Pensemos, para fijar ideas, en la fracción 2/5. Esta fracción podría referir a la cantidad de una cierta magnitud (para la que se ha fijado una unidad de medida u) equivalente a considerar 2 de las 5 partes iguales en que se ha dividido u. Este es, de hecho, el significado más habitual. Si, una vez explicado este significado, el profesor indica que para comprobar la igualdad 2/5=0,4 empleamos el método consistente en dividir 2 entre 5, aparece un obstáculo didáctico. En efecto, ¿qué relación hay entre el significado de 2/5 y la división 2:5? A priori ninguna. En realidad, si nos atenemos al significado de 2/5, para describir con números decimales dicha cantidad de magnitud tendríamos que seguir lo que indica la expresión “dos veces la quinta parte de u”, y hacer 2 x 1/5, es decir 2 x 0,2 = 0,4.

¿Cómo relacionar entonces la fracción 2/5 con el cociente de la divisón 2:5? Atribuyéndole un segundo significado a dicha fracción, según el cuál 2/5 significa “la quinta parte de dos veces la unidad de medida u”.

Así, 2/5 significa tanto “dos veces la quinta parte de u” como “la quinta parte de dos veces u”. En general, la fracción a/b significa tanto “a veces la b-ésima parte de u” como “la b-ésima parte de a veces u”. Si no se compaginan ambos significados, mostrando a la vez su equivalencia, estaría garantizada la aparición de obstáculos didácticos insalvables.

Discusión y conclusiones

La constatación de la multiplicidad de significados de un término matemático, entendidos como métodos de verificación de su extensión, alerta sobre la posibilidad de la aparición de obstáculos didácticos no deseados. Así pues, parece interesante dedicar esfuerzo en Didáctica de las Matemáticas a detectar los varios significados de un término, y sus interrelaciones.

Referencias bibliográficas

Bachelard, G. (1938). *La Formation de l'esprit scientifique: contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*. Paris: Vrin.

Balzer, W., Moulines, C. U., y Sneed, J. (1987). *An Architectonic for Science. The Structuralist Program*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. En J. Vanhamme & W. Vanhamme (Eds.), *La problématique et l’enseignement des mathématiques. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisñee par la Commission Internationale pour l’Etude et l’Amélioration de l’Enseignement des Mathématiques* (pp. 101-117). Louvain la Neuve

Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (pp. 115 - 160). Grenoble: La Pensée Sauvage

Bosch, M., y Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques 19(1)*, pp. 77 - 124.