RAZÓN DE SER DE LOS NÚMEROS DECIMALES

Pedro Nicolás Zaragoza [1], M.ª Pilar López Guevara [2]

([1] Universidad de Murcia; [2] Colegio Concertado Madre de Dios MM. Mercedarias, Lorca, Murcia)

Introducción

Como se refleja en (Brousseau, 1998), es sabido que introducir en Educación Primaria los números decimales (positivos), en el contexto de la medida de magnitudes físicas, como números naturales salvo cambio de unidad de medida, da pie a numerosos obstáculos didácticos no deseados. En efecto, si nos limitamos a ver “3,25 metros” como significando “325 centímetros expresado en metros”, estaremos tentados de cometer errores como decir que el número posterior a 3,25 es 3,26, ya que es el caso que el número natural posterior a 325 es el 326.

En parte para evitar estos obstáculos, se propone en (Brousseau y Brousseau, 1987) introducir primero los racionales positivos como técnica para determinar ciertas cantidades de magnitud, y presentar después los números decimales como el subconjunto de los racionales positivos en el que la comparación, la suma y la resta se hace casi tan fácilmente como en el caso de los números naturales.

Sin embargo, los números racionales, vistos como técnica para medir ciertas cantidades de magnitud, sufren de desventajas de las que carecen los números decimales. En efecto, si no vemos el proceso de medición como un fin en sí mismo, sino como una técnica para comparar dos objetos con respecto a una cierta magnitud, la medición mediante racionales tiene complicaciones que desaparecen si medimos directamente con decimales. Motivados por estas consideraciones, en este trabajo proponemos un problema cuya solución óptima viene dada por el uso de los decimales. En términos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, (Chevallard, 1999) y (Bosch et al., 2011), podríamos decir que proponemos un Modelo Epistemológico de Referencia (Gascón, 2014), inspirados en (Sierra, 2006), para el inicio de la actividad en torno a los números decimales.

Resultados

Antes de presentar el tipo de tarea que consituirá la cuestión generatriz del proceso de estudio abocado a la consideración de los números decimales, expondremos los conocimientos previos que asumimos. Se suponen conocidos los números naturales, el sistema de numeración posicional en base 10 y su empleo en el uso de unidades de medida para resolver tareas del tipo: *comparar dos objetos con respecto a una magnitud dada*.

Seguimos considerando ese tipo de tarea, por ejemplo con la magnitud longitud, pero en las condiciones que relatamos a continuación. Los alumnos tienen que comparar dos bandas de cartulina, *a* y *b*, cuya cantidad de longitud desconocen. Para ello, no pueden realizar una *comparación directa* (consistente en hacer coincidir un extremo de una banda con un extremo de la otra y ver cuál sobresale), pero sí pueden utilizar comparaciones directas de *a* y *b* con un objeto auxiliar, *c*.

Hay situaciones en las que el uso del objeto c puede resultar suficiente para resolver la tarea. En efecto, si *c* es un *objeto transitivo*, es decir, si está entre *a* y *b* en relación a la magnitud longitud, entonces el uso de la propiedad transitiva resuelve el problema.

Si *c* no es transitivo, se tendrá o bien que *c* es menor que *a* y *b*, o bien que *c* es mayor que *a* y *b*.

Consideremos el primer caso. Sea p (respectivamente, q) el mayor número natural n tal que n veces *c* no es mayor que *a* (respectivamente, *b*). Si tenemos que $p<q$ (respectivamente, $p>q$), entonces podremos concluir que $a<b$ (respectivamente, $a>b$) argumentando que la banda *b* es mayor (respectivamente, menor) porque en ella *c* “cabe” más (respectivamente, menos) veces que en *a*. Si, por el contrario, tenemos que p=q, puede ocurrir que pc=a y $qc<b$, que $pc<a$ y qc=b o que $pc<a$ y $qc<b$. En el primer caso concluímos que *a* es menor que *b* porque en *b* cabe *c* tantas veces como *a* pero aún falta por cubrir un tramo que en *a* no falta. Análogamente, en el segundo caso concluímos que *a* es mayor que *b*.

Es en el tercer caso donde aparece la verdadera limitación del uso de un objeto auxiliar. En este punto, podríamos optar por reemplazar *c* por otro objeto auxiliar menor que *a* y *b,* y remitirnos a casos ya considerados. Sin embargo, la técnica del reemplazo es problemática en varios aspectos, siendo uno de los más importantes que conculca el estatus de estándar que pudiera tener el objeto *c*. Llegamos así a la solución consistente en afinar la medición de *a* y *b* mediante la consideración no sólo de *c*, sino también de sus fracciones decimales, es decir, de sus décimas, centésimas, milésimas,… partes.

Por último, si *c* es mayor que *a* y *b*, de nuevo podríamos optar por reemplazar *c* por otro objeto auxiliar menor que *a* y *b*, opción que descartamos por los motivos explicados arriba, o bien por considerar décimas, centésimas, milésimas,… partes de *c*.

Discusión y conclusiones

Hemos mostrado un Modelo Epistemológico de Referencia que permite introducir los números decimales de modo que: constituyen una técnica óptima para resolver problemas en un contexto de magnitudes en contra de lo que ocurre con el uso de los racionales en el caso de (Brousseau, 1987), no dependen de la introducción previa de los números racionales, y evitan el obstáculo didáctico, mencionado al principio de este trabajo, derivado de la identificación de los números decimales con los números naturales salvo cambio de unidad.

El Modelo no sólo funciona a nivel teórico; también lo hace a nivel práctico, como demuestra la puesta en marcha, en el Colegio Concertado Madre de Dios MM. Mercedarias, en Lorca (Murcia), de una serie de Actividades de Estudio e Investigación (Bosch y Gascón, 2010) basadas en el mismo.

Referencias bibliográficas

Bosch, M., & Gascón, J. (2010). Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”. En A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. CHevallard, G. Cirade, C. Ladage (Eds.), *Diffuser les* *mathématiques (el les autres savoirs) comme outil de connaissance et d'action* (pp. 1 - 10) . Montpellier: Université de Montpellier.

Bosch, M., Gascón, J., Ruiz-Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y. et al. (Eds.). (2011). *Un panorama de la TAD.* Barcelona, España: Centre de Recerca Matemàtica.

Brousseau, G.; y Brousseau, N. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire.* IREM de Bordeaux, pp. 535, Jean Colmez.

Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (pp. 115 - 160). Grenoble: La Pensée Sauvage

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19(2),* 221 - 266.

Gascón, J. (2014). Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas, *Educación Matemática,* marzo, pp. 99 - 123.

Sierra, T. (2006). *Lo matemático en la creación y análisis de Organizaciones Didácticas. El caso de los Sistemas de Numeración*, tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.