

Caracterización de las variedades $S^3 \times S^2$ y $S^2 \times S^2 \times S^1$ mediante formas de contacto

Francisco Gómez García
 Universidad de Murcia

Recibido: 6-4-87
 Aceptado: 30-12-87

Characterization of manifolds $S^3 \times S^2$ and $S^2 \times S^2 \times S^1$ by means of contact forms

Abstract. In this paper we show that the global expressions of the Liouville forms of the unitary cotangent fibre bundles of S^3 and $S^2 \times S^1$ (which are $S^3 \times S^2$ and $S^2 \times S^2 \times S^1$, respectively) determine those manifolds up to a diffeomorphism.

Key-words: contact structure. Liouville form.

Si una variedad M_n es paralelizable y $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ es una paralelización del fibrado cotangente, la forma de Pfaff sobre la variedad $M_n \times \mathbb{R}^n$ definida por:

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^n y_i \omega_i$$

induce sobre el fibrado en esferas $M_n \times S^{n-1}$ una forma de contacto, que se llama forma de Liouville (4). En particular, S^3 y $S^2 \times S^1$ son paralelizables con paralelizaciones dadas por:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= x_1 dx_2 - x_2 dx_1 + x_4 dx_3 - x_3 dx_4 & \omega'_1 &= z d\theta + x dy - y dx \\ \omega_2 &= x_1 dx_3 - x_3 dx_1 + x_2 dx_4 - x_4 dx_2 & \omega'_2 &= y d\theta + z dx - x dz \\ \omega_3 &= x_1 dx_4 - x_4 dx_1 + x_3 dx_2 - x_2 dx_3 & \omega'_3 &= x d\theta + y dz - z dy \end{aligned}$$

respectivamente (1).

Según lo dicho anteriormente, las formas diferenciales definidas por:

$$\omega_0 = y_1 \omega_1 + y_2 \omega_2 + y_3 \omega_3 \quad \text{y} \quad \omega'_0 = y_1 \omega'_1 + y_2 \omega'_2 + y_3 \omega'_3$$

son de contacto sobre $S^3 \times S^2$ y $S^2 \times S^2 \times S^1$ respectivamente.

Teniendo en cuenta las expresiones globales de $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ la forma de contacto ω_0 se expresa globalmente como:

$$g_1(f_1 df_2 - f_2 df_1 + f_4 df_3 - f_3 df_4) + g_2(f_1 df_3 - f_3 df_1 + f_2 df_4 - f_4 df_2) + g_3(f_1 df_4 - f_4 df_1 + f_3 df_2 - f_2 df_3)$$

donde $g_i, i=1,2,3$ y $f_i, i=1,2,3,4$ son funciones diferenciables gobales. De forma similar escribiríamos ω'_0 globalmente (2, 3).

Esto nos lleva al objetivo del presente artículo, el cual consiste en demostrar los teoremas 1 y 2.

TEOREMA 1

Sea M una variedad compacta, conexa y de Hausdorff, de dimensión 5, con una forma de contacto ω que se escribe globalmente como:



$$\omega = g_1(f_1df_2 - f_2df_1 + f_4df_3 - f_3df_4) + g_2(f_1df_3 - f_3df_1 + f_2df_4 - f_4df_2) + g_3(f_1df_4 - f_4df_1 + f_3df_2 - f_2df_3),$$

donde $f_i, g_i: M \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones diferenciables globales. Entonces M es difeomorfa a $S^3 \times S^2$.

DEMOSTRACIÓN

Vamos a obtener un difeomorfismo $\sigma: M \rightarrow S^3 \times S^2$ tal que $\sigma^*(\omega_0) = \lambda\omega$ con $\lambda \neq 0$, por lo que $\omega_0 = 0$ es la única estructura de contacto en $S^3 \times S^2$ verificando el teorema.

i) Si $g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 = 1$ y $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = 1$, entonces la aplicación $\sigma: M \rightarrow S^3 \times S^2$ definida por $\sigma(p) = (f_1(p), f_2(p), f_3(p), f_4(p), g_1(p), g_2(p), g_3(p)) \in S^3 \times S^2$ es tal que $\sigma^*(\omega_0) = \omega$ es de contacto en M . Luego σ es una aplicación diferenciable de rango máximo, y por ser la variedad compacta tenemos que (M, σ) es un recubridor de $S^3 \times S^2$ simplemente conexa, lo cual implica que σ es un difeomorfismo.

ii) Sean $f = +\sqrt{\sum_1^4 f_i}$, $g = +\sqrt{\sum_1^3 g_i}$, que son funciones diferenciables en M sin ceros, por ser ω de contacto en M .

Luego $\omega' = \frac{1}{f^2g} \omega$ es de contacto en M .

Si llamamos $f'_i = f_i/f$ $i=1,2,3,4$ y $g'_i = g_i/g$ $i=1,2,3$ tenemos que $\omega' = \frac{1}{f^2g} \omega = g'_1(f'_1df'_2 - f'_2df'_1 + f'_4df'_3 - f'_3df'_4) + g'_2(f'_1df'_3 - f'_3df'_1 + f'_2df'_4 - f'_4df'_2) + g'_3(f'_1df'_4 - f'_4df'_1 + f'_3df'_2 - f'_2df'_3)$

es de contacto en M .

Si ponemos $\sigma = (f'_1, f'_2, f'_3, f'_4, g'_1, g'_2, g'_3): M \rightarrow S^3 \times S^2$, $\sigma^*(\omega_0) = \omega'$ y por lo tanto, σ es difeomorfismo al estar en el caso i). Observemos que, de no suponer que $\sum_1^4 f_i^2 = 1$, $\sum_1^3 g_i^2 = 1$ se verifican desde el principio, obtenemos un difeomorfismo $\sigma: M \rightarrow S^3 \times S^2$ tal que $\sigma^*(\omega_0) = (1/f^2g)\omega$; de donde (M, ω) sería isomorfa a $(S^3 \times S^2, \omega_0)$ como estructura de contacto. Resultando el teorema 1.

TEOREMA 2

Si M es una variedad compacta, conexa y de Hausdorff, de dimensión 5, con una forma de contacto que se expresa globalmente como:

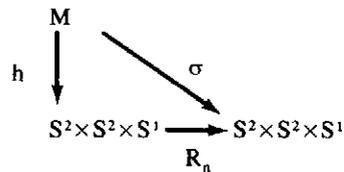
$$\omega = g_1(f_1(fdg - gdf) + f_2df_3 - f_3df_2) + g_2(f_2(fdg - gdf) + f_3df_1 - f_1df_3) + g_3(f_3(fdg - gdf) + f_1df_2 - f_2df_1)$$

con $f_i, i=1,2,3; g_i, i=1,2,3; f$ y g funciones diferenciables de M en \mathbb{R} . Entonces M es difeomorfa a $S^2 \times S^2 \times S^1$.

La demostración de este teorema es análoga a la demostración del teorema 1. Sin embargo, es preciso hacer las siguientes observaciones, que hacen esta demostración más interesante que la anterior.

i) Debido a que la variedad $S^2 \times S^2 \times S^1$ no es simplemente conexa la aplicación σ no es difeomorfismo, sino sólo aplicación recubridora con un número finito de hojas.

Los únicos recubridores de $S^2 \times S^2 \times S^1$ son $S^2 \times S^2 \times S^1$ junto con las aplicaciones $R_n: S^2 \times S^2 \times S^1 \rightarrow S^2 \times S^2 \times S^1$ definidas por $(x, y, \theta) \rightarrow (x, y, n\theta)$. Con lo cual, para cada aplicación R_n existe un homeomorfismo h haciendo el siguiente diagrama conmutativo:



Como σ y R_n son difeomorfismos locales tanto h como h^{-1} son diferenciables, lo que implica que h es difeomorfismo y el teorema está demostrado.

ii) La forma ω no es única, sino que hay una cantidad numerable, todas ellas del mismo tipo que la dada en el teorema, y que se obtienen al considerar los distintos recubridores $(S^2 \times S^2 \times S^1, R_n)$ de $S^2 \times S^2 \times S^1$. Al tomar como R_n la identidad obtenemos la forma ω_0 .

BIBLIOGRAFÍA

- 1 BRICKEL, F.-CLARK, R. S.: *Differentiable Manifolds. An introduction.* Van Nostrand Reinhold Company. London (1970).
- 2 GONZALO, J.: *Un modelo global para ciertas formas de contacto, tesis doctoral.* Universidad de Murcia (1983).
- 3 GONZALO, J.-VARELA, F.: *Caractérisation de l'espace projectif P^3 , au moyen d'une forme de contact.* C.R. Acad. Sc. Paris, t. 300, Série I, n.º 2, pp. 47-50 (1985).
- 4 STENBERG, S.: *Lectures on Differential Geometry.* Chelsea Publishing Company. New York (1983).



Cotas superiores e inferiores para la función de índices de concentración

J. Candel; J. M. Ruiz; N. Zoroa
 Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
 Universidad de Murcia

Recibido: 28-10-87
 Aceptado: 29-1-88

Greater and lower bounds for the index function of concentration

Summary. In a previous paper (1) we studied the relation between the distribution function of a continuous variable and the index function of concentration of the random variable truncated on the right. In this paper we obtain greater and lower bounds for the index function for the truncation both on the right and on the left. We apply the obtained results to the uniform distribution $U(0,1)$.

Key-words: bounds, truncated, index.

1. INTRODUCCIÓN

Consideremos en este trabajo una variable aleatoria X continua y positiva con función de distribución $F(x)$, función de densidad $f(x)$ acotada, positiva y continua en un intervalo $I=[a,b]$ finito o infinito.

TRUNCAMIENTO POR LA DERECHA

Representaremos por U_x la variable aleatoria truncada de X por la derecha en el punto x , cuya función de distribución viene dada por:

$$G_x(u) = P(U_x \leq u) = \frac{P(X \leq u, X \leq x)}{P(X \leq x)} = \begin{cases} \frac{F(u)}{F(x)} & u \leq x \\ 1 & u \geq x \end{cases} \quad (1.1)$$

con $x \in \mathcal{D} = \{x: F(x) > 0\}$.
 Y con función de densidad,

$$g_x(u) = \begin{cases} \frac{f(u)}{F(x)} & u \leq x \\ 0 & u \geq x \end{cases} \quad (1.2)$$

En (1) definimos la función de concentración de la variable aleatoria X truncada por la derecha en el punto x , como la curva de ecuaciones paramétricas

$$p_x(u) = \int_0^u g_x(t) dt \quad (1.3)$$

$$q_x(u) = \frac{1}{m(x)} \int_0^u t g_x(t) dt \quad (1.4)$$

donde $m(x)$ es la función de medias (por truncamiento por la derecha), cuya expresión viene dada por:

$$m(x) = \int_0^x u d_u(G_x(u)) = \frac{\int_0^x u f(u) du}{F(x)} \quad (1.5)$$

También se define en (1), la función de índices de concentración por la expresión



$$\frac{i(x)+1}{2} = \int_0^1 p_x(u) dq_x(u) \tag{1.6}$$

que puede también escribirse en la forma

$$i(x) = -1 + \frac{\int_0^x 2uf(u)F(u)du}{F(x) \int_0^x uf(u)du} \tag{1.7}$$

con $x \in \mathcal{D}$.

TRUNCAMIENTO POR LA IZQUIERDA

Representaremos con Z_x la variable aleatoria truncada por la izquierda de la variable aleatoria X en el punto x , cuya función de distribución viene dada por

$$H_x(u) = P(Z_x \leq u) = \frac{P(X \leq u, X \geq x)}{P(X \geq x)} = \begin{cases} 0 & u \leq x \\ \frac{F(u)-F(x)}{1-F(x)} & u \geq x \end{cases} \tag{1.8}$$

para $x \in \mathcal{D}^* = \{x: F(x) < 1\}$.

Y con función de densidad

$$h_x(u) = \begin{cases} 0 & u \leq x \\ \frac{f(u)}{1-F(x)} & u \geq x \end{cases} \tag{1.9}$$

DEFINICIÓN 1.1

Se llama función de concentración de la variable aleatoria X truncada por la izquierda en el punto x , a la curva de ecuaciones paramétricas

$$P_x(u) = \int_x^u h_x(t) dt \tag{1.10}$$

$$Q_x(u) = \frac{1}{m^*(x)} \int_x^u th_x(t) dt \tag{1.11}$$

donde $m^*(x)$ es la función de medias (por truncamiento por la izquierda), cuya expresión viene dada por

$$m^*(x) = \int_x^\infty th_x(t) dt = \frac{\int_x^\infty tf(t) dt}{1-F(x)} \tag{1.12}$$

DEFINICIÓN 1.2

Se define el índice de concentración truncado por la izquierda, como el doble del área comprendida entre la curva de concentración truncada por la izquierda y la primera bisectriz.

Por tanto, si representamos dicho índice por $I(x)$, se verifica:

$$\frac{I(x)+1}{2} = \int_0^1 P_x(u) dQ_x(u) \tag{1.13}$$

con $x \in \mathcal{D}^*$.

La expresión (1.13), utilizando (1.10), (1.11) y (1.12) se transforma en:

$$I(x) = -\frac{1+F(x)}{1-F(x)} + \frac{\int_x^\infty 2uf(u)F(u)du}{(1-F(x)) \int_x^\infty uf(u)du} \tag{1.14}$$

Resulta evidente de la definición que la función de índices verifica, $0 < I(x) < 1$, $\forall x \in \mathcal{D}^*$.

2. COTAS SUPERIOR E INFERIOR PARA LA FUNCIÓN DE ÍNDICES DE CONCENTRACIÓN TRUNCADA POR LA DERECHA

La siguiente Proposición nos da una cota superior para la función $i(x)$.

PROPOSICIÓN 2.1

Sea U_x la variable aleatoria truncada por la derecha en x . Entonces una cota superior para la función $i(x)$, viene dada por:

$$1 - \frac{4}{n_x m(x)} \left(\frac{1}{F(x)} \int_0^{n_x} tf(t) dt \right)^2 = 1 - \frac{4n_x}{m(x)} \left(1 - \frac{F(n_x)}{F(x)} \right)^2 \tag{2.1}$$

donde n_x es un número finito y positivo para cada $x \in \mathcal{D}$, que satisfase

$$1 - \frac{F(n_x)}{F(x)} - \frac{1}{n_x F(x)} \int_0^{n_x} tf(t) dt = 0 \tag{2.2}$$

DEMOSTRACIÓN

La expresión (1.6) se transforma en

$$i(x) = -1 + 2 \int_0^1 p_x(u) dq_x(u) \tag{2.3}$$

y la Proposición quedará probada si aplicamos una cota superior de la integral

$$J = \int_0^1 p_x(u) dq_x(u) \tag{2.4}$$

a la expresión (2.3).

Para cada $x \in \mathcal{D}$, consideremos la tangente a la curva de concentración con pendiente s_x y sea $U(s_x)$, el área del triángulo formado por la tangente y las rectas $q_x=0$ y $p_x=1$. Entonces $1-U(s_x)$ es una cota superior de la integral (2.4).

Puesto que

$$s_x = \frac{dp_x(u)}{dq_x(u)} = \frac{m(x)}{u} \tag{2.5}$$

resulta

$$u = \frac{m(x)}{s_x}$$



y como el punto de contacto de la tangente con la curva de concentración es,

$$(q_x(\frac{m(x)}{s_x}), p_x(\frac{m(x)}{s_x}))$$

la ecuación de la tangente es:

$$p_x - p_x(\frac{m(x)}{s_x}) = s_x(q_x - q_x(\frac{m(x)}{s_x}))$$

Por tanto, el valor de $U(s_x)$ vendrá dado por

$$U(s_x) = \frac{(s_x q_x(\frac{m(x)}{s_x}) + 1 - p_x(\frac{m(x)}{s_x}))^2}{2s_x} \tag{2.6}$$

Expresando (2.6) en función de la variable u , resulta

$$V(u) = 2m(x)U(s_x) = u(1 - p_x(u) + \frac{m(x)q_x(u)}{u})^2$$

la cual es continua y derivable en el intervalo (a,b) .

La derivada de $V(u)$ es continua y vale

$$V'(u) = (1 - p_x(u) + m(x)\frac{p_x(u)}{u})(1 - p_x(u) - m(x)\frac{q_x(u)}{u})$$

El primer factor del último miembro es siempre positivo por lo que basta considerar el signo del segundo factor,

$$H(u) = 1 - p_x(u) - \frac{m(x)p_x(u)}{u}$$

considerando la derivada lateral en el extremo a del intervalo, se tiene

$$H(a) = 1 > 0$$

para $a \geq 0$; luego la función $V(u)$ es creciente en el extremo izquierdo del intervalo I .

En el extremo b se tiene

$$H(b) = -\frac{1}{b} < 0$$

si b es finito, por lo que la función $V(u)$ es decreciente en el extremo superior de I y por tanto posee un máximo en un punto n_x interior de I , en el cual se verifica $V'(n_x) = 0$.

En el caso $b = \infty$ el resultado es el mismo debido a que

$$\lim_{u \rightarrow \infty} V(u) = 0$$

y $V(u)$ es positiva en (a,b) , con lo que también la función $V(u)$ tendrá un máximo positivo en un punto n_x en el que $V'(n_x) = 0$.

En cualquiera de los casos anteriores la igualdad $V'(u) = 0$, equivale a

$$H(u) = 1 - p_x(n_x) - \frac{m(x)q_x(n_x)}{n_x} = 0$$

que es la igualdad (2.2) del enunciado, expresada en términos de p_x y q_x .

Sustituyendo en la expresión (2.6) la igualdad (2.5), se obtiene:

$$\begin{aligned} U(\frac{m(x)}{n_x}) &= \frac{n_x}{2m(x)} (\frac{m(x)}{n_x} q_x(n_x) + 1 - p_x(n_x))^2 = \\ &= \frac{2m(x)}{n_x} q_x^2(n_x) = \frac{2n_x}{m(x)} (1 - p_x(n_x))^2 \end{aligned}$$

y por tanto la cota superior de la función $i(x)$ es

$$\begin{aligned} -1 + 2(1 - U(\frac{m(x)}{n_x})) &= 1 - \frac{4m(x)}{n_x} q_x^2(n_x) = \\ &= 1 - \frac{4n_x}{m(x)} (1 - p_x(n_x))^2 \end{aligned}$$

que son las (2.1) que queríamos demostrar.

Observemos que la cota superior obtenida en la Proposición anterior, es el doble del área del cuadrilátero más pequeño circunscrito a la curva.

Para la cota inferior de $i(x)$ tenemos la siguiente Proposición.

PROPOSICIÓN 2.2

Sea U_x la variable aleatoria truncada por la derecha en x . Entonces una cota inferior para la función $i(x)$, viene dada por:

$$\frac{1}{F(x)} (F(m(x)) - \frac{1}{m(x)} \int_0^{m(x)} tf(t)dt) \tag{2.7}$$

DEMOSTRACIÓN

La función $i(x)$ viene dada por el doble del área comprendida entre la curva de concentración y la recta $p_x = q_x$.

El área de un triángulo con vértices $(0,0)$, $(1,1)$, $(q_x(u), p_x(u))$ es cota inferior del área citada, por lo que una cota inferior del índice de concentración $i(x)$, será el doble del referido triángulo, es decir,

$$V(u) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ q_x(u) & p_x(u) & 1 \end{vmatrix} = p_x(u) - q_x(u)$$

La mayor de estas cotas inferiores será el valor máximo de $V(u)$, que por ser una función derivable coincide con la raíz de

$$V'(u) = f_x(u) (\frac{m(x)-u}{m(x)})$$



Como $V'(u)$ es positiva para $u < m(x)$ y negativa para $u > m(x)$, este valor máximo se obtiene únicamente para $u = m(x)$ y resulta la cota (2.7).

3. COTAS SUPERIOR E INFERIOR PARA LA FUNCIÓN DE ÍNDICES DE CONCENTRACIÓN TRUNCADA POR LA IZQUIERDA

En este apartado daremos las cotas superior e inferior de la función de índices de concentración $I(x)$. Enunciamos las Proposiciones correspondientes a la variable aleatoria Z_x , y omitimos las demostraciones por su analogía con las anteriores.

PROPOSICIÓN 3.1

Sea Z_x la variable aleatoria truncada por la izquierda en x . Entonces una cota superior para la función $I(x)$, viene dada por

$$1 - \frac{4 \left(\int_x^{v_x} t f(t) dt \right)^2}{v_x m^*(x) (1-F(x))^2} = 1 - \frac{4 v_x (1-F(v_x))^2}{m^*(x) (1-F(x))^2} \quad (3.1)$$

donde v_x es un número finito y positivo para cada x , que satisface

$$1 - \frac{F(v_x) - F(x)}{1-F(x)} - \frac{\int_x^{v_x} t f(t) dt}{v_x (1-F(x))} = 0 \quad (3.2)$$

PROPOSICIÓN 3.2

Sea Z_x la variable aleatoria truncada por la izquierda en x . Entonces una cota inferior para la función $I(x)$, viene dada por

$$\frac{1}{1-F(x)} \left(F(m^*(x)) - F(x) - \frac{\int_x^{m^*(x)} t f(t) dt}{m^*(x)} \right) \quad (3.3)$$

4. APLICACIÓN

Consideramos como ejemplo la distribución uniforme $U(0,1)$, cuyas funciones de índices de concentración para los truncamientos por la derecha y por la izquierda vienen dados respectivamente por las expresiones:

$$i(x) = 1/3 \quad (4.1)$$

$$I(x) = \frac{1-x}{3(1+x)} \quad (4.2)$$

COTA SUPERIOR PARA LA FUNCIÓN $i(x)$

De (2.2) se deduce,

$$n_x = 2x/3$$

y de (2.1), se obtiene como cota superior de $i(x)$, $11/27$.

COTA INFERIOR PARA LA FUNCIÓN $i(x)$

De (2.7), se obtiene como cota inferior de $i(x)$, $1/4$.
Luego podemos escribir:

$$1/4 < i(x) < 11/27 \quad (4.3)$$

COTA SUPERIOR PARA LA FUNCIÓN $I(x)$

De (3.2) se obtiene,

$$v_x = \frac{1 + \sqrt{1+3x^2}}{3}$$

y de (3.1), se deduce como cota superior de $I(x)$, la expresión:

$$I - \frac{8(1-9x^2 + \sqrt{1+3x^2} + 3x^2 \sqrt{1+3x^2})}{27(1+x)(1-x)^2} \quad (4.4)$$

COTA INFERIOR PARA LA FUNCIÓN $I(x)$

De (3.3), se obtiene la cota inferior de $I(x)$, por la expresión:

$$\frac{1-x}{4(1+x)} \quad (4.5)$$

Por tanto de (4.4) y (4.5), se deduce:

$$\frac{1-x}{4(1+x)} < I(x) < 1 - \frac{8(1-9x^2 + \sqrt{1+3x^2} + 3x^2 \sqrt{1+3x^2})}{27(1+x)(1-x)^2} \quad (4.6)$$

REFERENCIAS

- CANDEL, J. y ZOROA, N.: «Función de índices de concentración por truncamiento por la derecha: Relación con su función de distribución». *Anales de Ciencias*. Vol. XLV. Universidad de Murcia (1986).
- MOOTHATHU, T. S. K.: *On Lorenz curves of Log-normal and Pareto distributions*. J. Indian Statist. Assoc. Vol. 19, 103-108 (1981).
- ZOROA, P. y RUIZ, J. M.: «Propiedades de las funciones de medias de las distribuciones truncadas». *Trabajos de Estadística y de Investigación Operativa*. Vol. XXXII (1981).
- ZOROA, P. y RUIZ, J. M.: «Distribuciones truncadas y sus funciones de medias». *Trabajos de Estadística y de Investigación Operativa*. Vol. XXXIV (1982).

NORMAS DE PUBLICACION

- 1. Presentación.** De cada trabajo se enviarán a la Secretaría de la Comisión de Publicaciones (Decanato-Facultad de Ciencias Químicas y Matemáticas-Universidad de Murcia), tres copias de buena calidad. En la primera página se hará constar exclusivamente: título del trabajo, autores y centro donde se ha realizado el trabajo. En la segunda página figurará el título del trabajo y un resumen del mismo (máximo 100 palabras) en lengua inglesa. A continuación del resumen se incluirá un máximo de seis palabras clave en inglés. La presentación de un trabajo para su aceptación supone que el mismo texto no ha sido enviado simultáneamente para su consideración a otra revista nacional o extranjera.
- 2. Contenido.** Los textos corresponderán a trabajos científicos originales y estarán redactados en tal forma que un investigador, especializado en la misma rama de la memoria, pueda, basándose en las indicaciones que aparecen en el texto, reproducir los experimentos, en su caso, y verificar la exactitud de las deducciones que han permitido llegar a sus conclusiones.
- 3. Redacción del texto.** Se presentará mecanografiado a doble espacio, en folio, sin correcciones y utilizando una sola de las caras (con suficiente margen a la izquierda), y con numeración correlativa en el ángulo superior derecho. Deberá dividirse en las partes necesarias para su claridad y orden de exposición. En los trabajos experimentales se recomienda la presentación de una parte crítica o introducción, una parte experimental y discusión de los resultados. La introducción, en la cual se expondrán los fines y objetivos perseguidos, deberá ser lo más breve posible. Se recomienda que el número de páginas mecanografiadas sea inferior a doce. El texto se redactará correctamente en castellano, inglés o francés.
- 4. Símbolos.** En la redacción, el autor se atendrá a las normas del Sistema Internacional en lo que respecta a unidades, símbolos y abreviaturas. La nomenclatura química se adaptará a las normas de la I.U.P.A.C.
- 5. Bibliografía.** Las citas bibliográficas irán numeradas al final del original. Para la denominación de las revistas se utilizarán las abreviaturas publicadas por Chemical Abstracts, Bibliographic Guide for Editor & Authors CA. 1974 y por Mathematical Reviews.
- 6. Fórmulas, figuras, gráficos y tablas.** Las fórmulas químicas que impliquen el uso de ciclos poligonales y/o líneas quebradas se dibujaran de manera que el tamaño de éstos, una vez reducidos, sea de 4 ó 5 mm. Las figuras y gráficos, en el original, se dibujarán a tinta china de color negro sobre papel vegetal o blanco de buena calidad. Todas las ilustraciones llevarán en su dorso numeración correlativa precedida de la palabra genérica Figura, además del nombre y apellidos del primer autor, todo ello a lápiz. Se procurará yuxtaponer aquellas gráficas que, sin perjuicio de la claridad, puedan referirse al mismo sistema de coordenadas, los números y letras deberán ser legibles después de la reducción del original (las figuras se publicarán a tamaño no superior a 10 cm. de ancho y de altura no superior a 8 cm.). Las tablas o cuadros esquemáticos deberán numerarse además de identificarse en su dorso tal como se ha indicado para las figuras. Deberá procurarse que la información que proporcionen gráficas y tablas no se duplique entre sí o con la que figura en el texto. No deberán reproducirse figuras o tablas ya publicadas en la bibliografía. Los textos del pie de las figuras, tablas y gráficos deberán acompañarse escritos a máquina en una hoja al final del trabajo. La situación aproximada de las figuras y tablas en el texto deberá señalarse mediante un recuadro; dentro de este recuadro se indicará el número de la figura o tabla.
- 7. Caracteres de imprenta**
Se ruega a los autores expresen en sus originales de la manera siguiente los estilos de los caracteres de letra que deban emplearse.
Subrayar con una línea — las palabras en *cur-siva*
Subrayar con dos líneas == las palabras en VER-SALITAS
Subrayar con tres líneas === las palabras en VERSALES
Subrayar con una línea las palabras en **ne-gritas**.
- 8. Examen de los trabajos.** La Comisión de Publicaciones, de acuerdo con la información recibida de los Censores, aceptará los trabajos para su publicación o devolverá aquellos que hayan sido razonadamente desestimados, y los que su contenido no encuadre con el de la Revista, o no se ajusten a las presentes normas. Se solicitarán, en su caso, las modificaciones que se consideren oportunas.
- 9. Pruebas de imprenta.** Los autores indicarán las señas a las que deben enviarse las pruebas de imprenta, las cuales deberán devolverse, debidamente corregidas y junto con el trabajo original, en el plazo máximo de diez días a partir de la fecha de envío, pasado el cual perderá el trabajo su turno de publicación. En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones del texto original.
- 10. Separatas.** De cada trabajo se entregarán gratuitamente al autor 10 separatas. A petición de éste (hecha constar por escrito en la cubierta del original) podrán servírsele, a su cargo, las que desee.





ANALES DE CIENCIAS
VOLUMEN XLVI NÚMS. 1 - 4 1987

ÍNDICE

- | | | |
|--|----|---|
| S. Navarro García, A. Barba,
M. A. Cámara y S. Navarro | 3 | Utilización de columnas capilares en la
determinación de insecticidas organofosforados |
| J. A. Ortuño, M. C. Torrecillas y
C. Sánchez-Pedreño | 11 | Procesos de flotación con perclorato
de 1, 2, 4, 6-tetrafenilpiridinio.
Determinación espectrofotométrica de cadmio |
| María Tomás Martínez, Gloria Villora Cano y
Antonio López Cabanes | 17 | Modelos para la descripción de la
naturaleza química de la desactivación
de enzimas inmovilizadas |
| C. López Erroz y M. Hernández Córdoba | 25 | Determinación de bismuto por flotación
de un par iónico con yoduro y rivanol |
| José A. Fernández Viña | 29 | Sobre una clase de funciones
uniformemente continuas |
| M. García Moreno, F. García Cánovas,
R. Varón Castellanos, F. García Carmona,
J. Tudela y A. Román Gil | 35 | Estudio cinético de la fase de
transición del mecanismo trisustrato
hexa uni ping-pong |
| Francisco Gómez García | 41 | Caracterización de las variedades
$S^3 \times S^2$ y $S^2 \times S^2 \times S^1$ mediante
formas de contacto |
| J. Candel, J. M. Ruiz y
N. Zoroa | 43 | Cotas superiores e inferiores para la
función de índices de concentración |

19 SET, 1988

