JOSÉ MARÍA RUIZ GÓMEZ

MATEMÁTICAS: BELLEZA, CULTURA Y UTILIDAD

LECCIÓN INAUGURAL

DEL CURSO ACADÉMICO 2000-2001

UNIVERSIDAD DE MURCIA

2000

MATEMÁTICAS, BELLEZA, CULTURA Y UTILIDAD

JOSÉ MARÍA RUIZ GÓMEZ
Departamento de Estadística
e Investigación Operativa

MATEMÁTICAS: BELLEZA, CULTURA Y UTILIDAD

LECCIÓN INAUGURAL

DEL CURSO ACADÉMICO 2000-2001

UNIVERSIDAD DE MURCIA

2000

Depósito legal: MU-2084-2.000

Imprime: Servicio de Publicaciones. Universidad de Murcia

Excmo. Sr. Presidente de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia,
Excmo. Sr. Rector Magnífico,
Excmas. e Ilmas. Autoridades,
Compañeros del Claustro Universitario de Murcia,
Queridos alumnos,
Señoras y señores:

Cuando me comunicaron el encargo de preparar la lección de apertura del presente curso académico, me abordó, en primer lugar, un alto honor, acompañado de un sentimiento de incertidumbre sobre el contenido que debía darle a la misma. Quizás, lo más cómodo hubiese sido preparar una lección sobre algún tema estadístico de actualidad; sin embargo y tras algunas dudas, pensé que debía optar por un tema que con el preciso rigor universitario, fuese de carácter general en atención a la importancia y heterogeneidad de esta audiencia.

Dos hechos relevantes condicionan asimismo el contenido de esta disertación. De un lado, este curso académico se celebra el vigésimo quinto aniversario de la implantación de la Titulación de Licenciado en Matemáticas en nuestra Universidad, y además el año 2000 fue declarado por la Unión Matemática Internacional en 1992, como Año Mundial de las Matemáticas, declaración apoyada por la UNESCO en una resolución de su Asamblea General en noviembre de 1997.

Es por ello que nuestro Congreso de los Diputados (1), la casa donde reside la soberanía del pueblo español, abrió sus puertas a los matemáticos el día 21 de enero del presente año, para celebrar una Jornada Matemática, sumándose así a las celebraciones del Año Mundial de las Matemáticas. La verdad es que fue un acto sin precedentes ver cómo nuestro parlamento dedicaba un día a que, desde su sede, se proclamara la importancia social de las matemáticas. También en el Senado (2), se celebró el día 17 de febrero el acto de inauguración de la exposición "Las medidas y las matemáticas. La implantación del Sistema Métrico Decimal en España", así como la presentación de la edición facsímil de "El libro de los relojes solares", de Pedro Roiz, y diversos Congresos al más alto nivel, han recorrido la geografía española durante este año.

Los objetivos fundamentales perseguidos en este Año Mundial de las Matemáticas (3) son:

1. Alcanzar una mayor presencia de las Matemáticas en el conjunto de la sociedad mediante la divulgación de ideas y aplicaciones que sean de interés para colectivos amplios. Cambiar la imagen social de los matemáticos, haciendo especial énfasis en los aspectos educativos y de investigación, así como en la importancia de su divulgación.
2. Considerar a los matemáticos como claves en el desarrollo del tercer mundo.

   Teniendo en cuenta el papel que los matemáticos tienen en el desarrollo de las sociedades, se pretende que los países menos avanzados incrementen su nivel matemático, realizando un esfuerzo de cooperación internacional en el ámbito educativo, y la superación de las dificultades en el acceso a la información matemática.

3. Proclamar los grandes desafíos de las Matemáticas para el siglo XXI. Así se rememora lo ocurrido en el 2º Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en París en 1900, en el que David Hilbert formuló veintitrés problemas que captaron la atención de los mejores matemáticos durante los primeros decenios de nuestro siglo XX, algunos de los cuales continúan sin resolverse.

En definitiva, se trata de lograr una mayor sensibilidad social sobre la importancia de las Matemáticas y acercar éstas a la sociedad. En esta línea, el tema de esta lección versa sobre diversas consideraciones generales relacionadas con las Matemáticas, y he optado por el título, "Matemáticas: Belleza, Cultura y Utilidad".

Belleza contenida en el universal lenguaje de las Matemáticas, que es el lenguaje de las Ciencias, y donde sus proposiciones y conceptos son como la poesía. Establecen verdades con una precisión única, encierran una gran armonía interna, y la profundidad de concepción y la trascendencia de sus ideas, se enlazan de forma natural con otro gran número de ideas Matemáticas y de otras Ciencias.

Las Matemáticas forman parte de la Cultura, y son tan imprescindibles como las demás componentes de la misma para cualquier ciudadano de este mundo moderno. No están al margen de la sociedad, sino que influyen y están influidas por ella.

Utilidad en el sentido de que actualmente nadie duda de la importancia de las Matemáticas, no sólo por sus aplicaciones técnicas, que han colaborado al gran desarrollo industrial de nuestro siglo, sino también en el sentido de su utilidad como valor formativo y estructural de una disciplina mental, que desde mi punto de vista es quizás la característica más provechosa en toda educación científica.

Quizás una de las mayores dificultades de las Matemáticas sea conseguir acortar la distancia entre la belleza y la utilidad de las mismas por un lado y el conocimiento e interés del público por otro.

Por ello, el objetivo fundamental de esta lección, como indica el Año Mundial de las Matemáticas, es conseguir que este auditorio alcance un mayor grado de sensibilidad sobre las mismas y pueda alejar tópicos como ¡qué difíciles son las matemáticas!, no hay quién las entienda, no sirven para nada, ¡los matemáticos están locos!, sólo viven en su mundo, sólo piensan en ellos, y otras frases parecidas.

Les puedo garantizar que podemos estar algo locos, pero seguro que no somos insolidarios, como lo prueba el hecho de que en los cuatro últimos equipos Rectorales de esta Universidad, siempre ha habido un matemático como Vicerrector.

Vamos a intentar alcanzar ese objetivo fundamental sin utilizar ni símbolos ni expresiones matemáticas. Tampoco utilizaremos pizarra, transparencias ó diapositivas y, por supuesto, no haremos uso de ninguno de los medios que nos proporcionan las nuevas tecnologías de la comunicación. Por todo lo expuesto les ruego benevolencia y magnanimidad en su juicio.

La lección esta estructurada en tres partes:

1. Breve historia y evolución de las Matemáticas.
2. Cultura y divulgación de las Matemáticas.
3. Utilidad de las Matemáticas.

MATEMATICAS: BELLEZA, CULTURA Y UTILIDAD

1.- HISTORIA Y EVOLUCION DE LAS MATEMATICAS.

Se ha señalado, con razón, que la vida humana está impregnada de Matemáticas. Su presencia en la vida cotidiana de la mayoría de los ciudadanos es constante. La información que diariamente recibe tiene cada vez mayor volumen de datos cuantificados, como los índices de precios, tasa de paro, etc. En especial, el hombre contemporáneo, vive en permanente contacto con dos mundos saturados de Matemáticas: el técnico y el económico.

A quien contempla desde otra posición el mundo de la actividad matemática, le resulta un tanto enigmático cuál puede ser el tipo de motivación profunda que un profesional de las Matemáticas encuentra en su ejercicio. Una pregunta que siempre surge, es si realmente las Matemáticas son divertidas y útiles en la vida de las personas, o aburridas e inservibles. En general, en el mundo siempre hay, al menos, dos divisiones: los buenos y los malos, los creyentes y no creyentes, los empresarios y los trabajadores, ... y los simpatizantes de las Matemáticas y los objetores de las mismas, quizás por un mal recuerdo escolar. Si está usted en el grupo de los objetores, me encantaría que después de esta lección cambiara de grupo. De hecho, ha cambiado de grupo el mundo que nos rodea. La tecnología, la planificación, la política, la publicidad, la comunicación, todo lo que hoy nos afecta de una manera u otra, usa grandes dosis de cuantificación. Todo, absolutamente todo lo que la sociedad actual le ofrece no se hubiese podido conseguir sólo con las matemáticas, pero tampoco sin ellas, como lo muestran muchos ejemplos sencillos tomados de la vida cotidiana como temas de salud, nutrición, familia, entorno y sociedad, compras y viajes, imagen y sonido, ahorros e impuestos, que pueden verse en el libro de Alsina (4).

Pero la actividad que mejor comprueba la densidad de la atmósfera matemática que rodea al hombre, es, sin duda, el contar, proceso que a la par de frecuente, se presenta en el hombre tan arraigado como el pensar y el hablar, y cuyo origen ha de verse, pues, en la lejana y confusa penumbra que envuelve al origen del hombre y de sus mitos.

¿Cuándo se inicia esta atmósfera matemática?, ¿Cómo ha evolucionado?.

En el léxico de todos los pueblos primitivos se señala un conjunto de palabras, más ó menos extenso, que puede considerarse como la forma rudimentaria de un sistema de numeración hablado.

La historia por su parte, comprueba la simultaneidad del hablar y del contar, pues con los primeros sistemas de escritura conocidos: el de los antiguos sumerios y el de los egipcios, allá por el cuarto milenio antes de Cristo, aparecen también los primeros sistemas escritos de numeración. Uno de ellos, el sistema sexagesimal es todavía hoy utilizado en las medidas de ángulos y del tiempo. Una característica común de estos sistemas de numeración es que tienen por base el número diez, o un número relacionado con él, hecho cuya explicación plausible, es que los dedos de las manos constituyen el recurso auxiliar más primitivo en el contar y en el calcular.

Sin embargo, fue en Grecia donde se iniciaron propiamente las Matemáticas como una disciplina científica que exige la justificación razonada de sus afirmaciones. En la ciudad de Mileto, floreció por primera vez el pensamiento filosófico y científico griego, allí vivió Tales (625-547) que es considerado como el iniciador de las Matemáticas científicas. A Tales se le atribuye el cálculo de las alturas de las pirámides egipcias utilizando las propiedades de los triángulos semejantes.

En Crotona, Pitágoras fundó una sociedad donde él y sus discípulos se dedicaron a la Filosofía y a las Matemáticas. Ellos relacionaron las Matemáticas con el arte, obteniendo la relación entre la longitud de las cuerdas y las notas musicales. Los pitagóricos llegaron a la conclusión de que el razonamiento exacto se hace sobre objetos ideales cuya realidad es eterna, y consideran, que, de todas las actividades humanas, la intelectual es la más noble. Pitágoras fue una persona muy influyente desde el punto de vista intelectual, ya que con él comienzan las demostraciones en matemáticas y los argumentos deductivos, que son imprescindibles en la exposición y desarrollo de esta Ciencia.

Otro matemático importante fue Eudoxio de Cnido (408-355), que desarrolló una teoría geométrica para el estudio de los números irracionales, haciendo también aportaciones en Astronomía y Geografía. Su discípulo Menechmo encontró el método de las coordenadas, redescubierto en el siglo XVII por Descartes. Estudió el problema de la duplicación del cubo e inició la teoría de las cónicas, que sería desarrollada por el matemático Apolonio en el siglo III antes de Cristo y que, como posteriormente veremos, tuvo aplicaciones en el progreso de la Ciencia.

Platón (427-347) y Aristóteles (348-322) aunque no fueron matemáticos, contribuyeron mucho al desarrollo de la Matemática griega, que caminaba por entonces junto a la Filosofía.

Sin embargo, cuando se hace referencia a los fundamentos de las Matemáticas, hay que considerar a Euclides, que vivió entre finales del siglo IV y principios del siglo III antes de Cristo, y a su obra "Los Elementos", compuesta por trece libros, tres de los cuales contienen la aritmética y el resto la geometría. En ellos recopiló casi todo el saber de su tiempo, incluyendo grandes aportaciones suyas. Puede decirse que Euclides fue quien sistematizó casi todos los resultados matemáticos conocidos de su tiempo, ordenándolos de una forma magnífica en un sistema deductivo, y demostrando a partir de pocas propiedades geométricas simples, evidentes por sí mismas y que no necesitan demostración, todas las restantes como consecuencia lógica de las primeras. Euclides es considerado el padre de las matemáticas modernas y el auténtico fundador del método axiomático, ejerció una gran influencia con sus "Elementos".

El uso de los "Elementos" de Euclides como texto para el estudio de la geometría se mantuvo durante largo tiempo, hasta muy entrado el siglo XIX. A partir del siglo XVII se escribieron manuales de geometría que, aunque inspirados en Euclides, introdujeron nuevos enfoques y aportaciones que modificaron sustancialmente el texto original.

En esta época griega, las aportaciones a las Matemáticas eran muy superiores a las de la Literatura y Filosofía, existiendo esa cultura rigurosa en el escribir y crítica en el pensamiento. Por otra parte, esta matemática griega tiene un permanente valor estético y es eterna, porque como la mejor literatura, la más bella estatua o la mejor música, continúa causando intensa emoción interna de pura satisfacción intelectual a miles de personas después de cientoss de años.

¿Ustedes creen que cuando se realizaban estas Matemáticas, pensaban sus creadores en aplicarlas de forma inmediata a problemas reales?. Lógicamente ellos buscaban esa formación propia que les hacía felices, y que en muchas ocasiones permitía alcanzar metas más importantes dentro de las propias Matemáticas, descubriendo nuevas teorías, como ocurrió con el estudio del postulado V de Euclides, y que dio lugar al desarrollo de la geometría no euclídea. ¿Cómo iba a pensar Euclides que sus Elementos podrían aplicarse a la obtención del radio de la Tierra, o Apolonio que su estudio sobre las cónicas podría ser utilizado para describir las órbitas de los planetas?. Más bien pensarían que sus investigaciones eran puras elucubraciones que no se aplicarían nunca. Sin embargo, el astrónomo Eratóstenes (267-194), manejando las leyes para el cálculo del coseno de ángulos agudos y obtusos contenidas en los "Elementos" de Euclides, determinó con gran precisión el radio de la Tierra; y en el siglo XVII, Kepler, utilizando los numerosos datos de las observaciones del astrónomo Thycho Brahe, formuló sus famosas leyes. La primera de las cuales afirma que cada planeta describe una elipse tal que en uno de sus focos se encuentra el sol. Es lógico pensar que si Kepler no hubiese conocido las cónicas, y en particular la elipse, difícilmente hubiese podido enunciar sus leyes.

Aunque los anteriores siglos no fueron del todo estériles para las Matemáticas, daremos un salto cualitativo hacia el siglo XVII que dio lugar a un florecimiento de las mismas.

Algunos autores sitúan el nacimiento del cálculo de probabilidades en este siglo, basándose en la correspondencia que intercambiaron B. Pascal y P. Fermat, sobre distintos problemas de juegos de azar.

También se creó el cálculo infinitesimal por parte de Leibnitz y Newton de forma independiente, lo que permitió a Newton la formulación de la teoría de la gravitación. Esta teoría pulverizó después de tantos siglos, la amplia teoría de los cielos de Aristóteles. Según esta nueva versión, el Universo no estaba segregado en dos reinos separados, sino que, sólo había un Universo, regido, no por un monarca divino, sino por una ecuación matemática gravitatoria, pero bien terrenal. Newton había desvelado que buena parte de lo que el Universo había sido, era y sería, era el resultado de una infinidad de partículas materiales que tiraban unas de otras simultáneamente. Si el resultado de esa pelea gravitatoria les había parecido a los griegos un cosmos, era sencillamente porque la ecuación subyacente que describía su comportamiento había resultado ser un auténtico cosmos en sí misma: ordenada, bella y decorosa.

Esta fue una de las ecuaciones (9) que cambiaron en parte el pensamiento del mundo, ya que a partir de ella la Ciencia se separó de la religión y se descartó para siempre que la Tierra fuese el centro del Universo. Quizás la consecuencia más interesante de la ecuación de Newton, fue su aplicación de forma simultánea a tres objetos: tierra, luna y nave espacial. Fue lo que los científicos denominaron el problema de los tres sólidos y que culminó el día 20 de julio de 1969, cuando más de seiscientos millones de personas vieron la llegada del hombre a la Luna. En ese mismo momento se cumplía el "Somnium" de Kepler, que está considerada como la primera novela de ciencia ficción, publicada por éste autor en el año 1634 y que trata de la llegada a la luna de un niño ayudado por un demonio amistoso.

Por sus características culturales el siglo XVIII fue calificado de "Siglo de las Luces", de la "Ilustración", del "Iluminismo"; fue el siglo de la razón. Pero desde el punto de vista de la historia de las Matemáticas, fue un siglo Newtoniano, ya que puede considerarse que nace en el año 1687 cuando se publica "Principia" de Newton, libro promotor del auge de la mecánica, de la astronomía y del cálculo infinitesimal. Fue, también el siglo del algoritmo, donde el Análisis, tanto en el campo del álgebra como en el del cálculo infinitesimal, adquiere vida propia y tiñe a toda la Matemática de un marcado carácter formal, aunque no riguroso en el sentido actual. En cierto sentido el análisis se independiza de la geometría y se estudia por sí mismo, mientras que la geometría y los fenómenos naturales se convierten en estímulos para nuevos desarrollos y problemas analíticos.

La figura representativa del periodo algorítmico fue Leonhard Euler, uno de los mayores matemáticos de este siglo, que además de las Matemáticas cultivó otras disciplinas, entre ellas la Física. Destacar también a la familia Bernoulli, de origen holandés pero residentes en Suiza y, que durante los siglos XVII, XVIII y XIX proporcionó más de una docena de matemáticos, de los cuales sobresalen tres: Jacob, su hermano Johann y uno de los hijos de éste, Daniel. Con ellos se vinculó Euler. La obra matemática de Jacob se repartió entre los nuevos métodos infinitesimales y el cálculo de probabilidades; su obra más importante "Ars Conjectandi", apareció ocho años después de su muerte. Con esta obra el Cálculo de Probabilidades adquirió autonomía científica. Mas tarde Daniel trabajó sobre el flujo de fluidos, y este joven físico-matemático no pudo nunca suponer que iba a encontrar una ecuación, que cien años después revelaría el secreto del vuelo ocurrido en 1891. A partir de esta ecuación, los modernos ingenieros aeronáuticos fueron capaces de diseñar máquinas voladoras, no sólo con las manos, sino con la cabeza, es decir, pensando y mediante cálculos precisos, imposibles sin la ayuda de las Matemáticas.

Como anécdota, es interesante resaltar que ya en aquella época existían conflictos dentro de la investigación; según parece el padre de Daniel, Johann, que trabajaba en el mismo tema, intentó disputarle la ecuación a su hijo, mediante la complicidad de Euler, al que Daniel le envió su libro "Hidrodinámica" y que Euler, discípulo de su padre, mantuvo en secreto, para dar tiempo al padre a escribir su libro de "Hidráulica".

Volviendo a la utilidad de las Matemáticas en sentido amplio, creo que Euler también quedaría perplejo si pudiese ver, en esta época actual de dinero de plástico y navegación por internet, que su fórmula se ha relacionado con importantes problemas de la técnica moderna, concretamente, con los problemas de los sistemas de telecomunicaciones y la búsqueda de la seguridad en las comunicaciones.

Parece evidente la importancia de asegurar la privacidad de las comunicaciones a través de las redes actuales: no queremos que ninguna otra persona pueda tener acceso a los mensajes que nos enviamos dos interlocutores a través de una red. Por tanto, es de capital importancia saber cómo mantener secreto el contenido de los mensajes que queremos intecambiar. Cuando se planteó este problema en el contexto de las telecomunicaciones actuales, la criptografía era ya una práctica con una larguísima historia.

El término criptografía proviene de los vocablos griegos: "cripto" que significa secreto y "grafía" que significa escritura. Cuentan que un griego llamado Histiaeus, que necesitó en una ocasión enviar un mensaje a su yerno Aristágoras para que capitaneara una revuelta, se valió de un ingenioso método: hizo afeitar la cabeza a un sirviente, escribió en ella el mensaje, esperó a que le creciera de nuevo el cabello hasta ocultar el mensaje y lo envió a su yerno; como ustedes pueden imaginar lo único que tuvo que hacer su yerno fue afeitarle la cabeza al sirviente, y leer así el mensaje.

En el siglo I antes de Cristo, Cesar utilizó para comunicarse con sus generales un método que consistía en sustituir cada letra del mensaje por otra seleccionada de una forma fija; esta sustitución se hacía dentro de las letras del propio alfabeto, por lo que este método se denomina de transposición.

Sin embargo, la criptografía ha evolucionado durante siglos a sistemas cada vez más impermeables a los ataques de su descifrado.

Uno de los sistemas criptográficos más empleados para la transmisión de datos cifrados en clave pública es el RIVERST-SHAMIR-ADLEMAN (RSA) 1977. Está basado en la función de Euler. Se consideran dos números primos grandes p y q y su producto $n=pq$. Hay una clave pública que conoce todo el mundo para transmitir mensajes. Sin embargo, para descifrar la clave se necesita n y otro número d, que es la parte privada que tiene sólo el receptor, siendo $d=p+q$; por tanto para romper el sistema RSA necesitamos obtener p y q, es decir tenemos que factorizar del número n en sus dos factores primos p y q. En el estado actual de la computación, el factorizar números de unas doscientas cifras está fuera de consideración y ahí radica la seguridad del sistema. Por ello, el problema de conseguir factorizar números como producto de primos, ha adquirido en los últimos años una importancia de primer orden en la política de seguridad de los estados.

Los avances obtenidos durante el siglo XVIII hicieron que el siglo XIX se caracterizara por un gran desarrollo tanto de las Matemáticas, como de la mayoría de las Ciencias. Aumenta el número de científicos, de trabajos; se crean las primeras sociedades y revistas especializadas, y se celebran los primeros congresos. Los progresos realizados durante este siglo triplican con exceso los realizados anteriormente. Estos avances, explican e implican el notable cambio que desde el primer tercio de siglo experimentan las Matemáticas en su estructura íntima al conferirle una unidad, una autonomía y una autosuficiencia de la que ahora gozan, y que en cierto sentido se había perdido desde el tiempo de los griegos.

Fue precisamente esta situación, la que permitió un espectacular crecimiento durante este siglo, tanto en el desarrollo vigoroso de algunas ramas, como en un gran número de aplicaciones en todos los campos. Sin embargo, los métodos infinitesimales sistematizados por Euler, y aplicados con éxito por Lagrange y Laplace durante el siglo XVIII, desde el punto de vista estrictamente matemático, continuaban sin fundamentos sólidos, y ocurría a pesar de los esfuerzos que se habían hecho para sustituir por conceptos más precisos aquellos vagos conceptos de "infinitesimalmente pequeños" que eran cero, y no eran cero; aquellos incrementos evanescentes que actuaban lo mismo, como cantidades finitas que como valores nulos.

Nuevamente podría llamar la atención que en la Ciencia deductiva por antonomasia, se aceptara durante casi dos siglos que una rama tan importante como el cálculo infinitesimal, descansara sobre bases tan débiles y discutibles. Quizás la explicación de esta aparente paradoja ha de verse en que estos métodos no habían surgido de exigencias internas, como había ocurrido en la Antigüedad, sino que habían nacido apremiados por circunstancias externas; en particular, la conciencia de la utilidad y el poder que confería el conocimiento de las leyes naturales. Estos métodos, a pesar de ser endebles, facilitaban este conocimiento, y con ello, el triunfo. Este éxito de sus aplicaciones motivó que se descuidaran los aspectos fundamentales, los cuales en Matemáticas deben tenerse en cuenta antes que los aspectos puramente utilitarios, por muy atractivos que estos últimos puedan ser.

Estas cuestiones fueron posteriormente formalizadas en lo que se llamó la aritmetización del análisis, que contó con Bernard Bolzano como precursor y como constructores a Cauchy, Abel, Jacobi, …

Laplace definió de forma explícita el concepto de probabilidad, utilizando la distribución normal, estudiada por C.F. Gauss, para describir la variabilidad de los errores de medida, y formular el teorema central del límite. En este periodo, se aplican por primera vez métodos probabilísticos a datos reales en lo que Hald denomina como el nacimiento de la estadística matemática. A partir de este punto el cálculo de probabilidades y la estadística matemática se desarrollan de forma conjunta hasta la unión definitiva a comienzos del siglo XX con el nacimiento de la moderna teoría de la probabilidad, desarrollada por la axiomática de Kolmogorov y que conduce a un desarrollo paralelo de la estadística.

Por otra parte, a lo largo del siglo XIX, los fundamentos de las Matemáticas han ido cambiando, prevaleciendo conceptos y surgiendo otros nuevos que prefiguran una nueva Matemática. En la primera mitad del siglo, nacen las geometrías no euclídeas como respuesta al problema de la independencia lógica del V postulado de los "Elementos" de Euclides, el cuál puede enunciarse diciendo que por un punto exterior a una recta sólo pasa una paralela. Estas geometrías, obra de Carl Friedrich Gauss, Nicolai Ivanovich Lobachevsky y János Boyai, presentan unos mundos posibles diferentes al euclídeo, sometidos a geometrías en las que por un punto exterior a una recta no hay paralela alguna a dicha recta, o bien hay infinitas. Estas geometrías resultaron ser el soporte conceptual de la teoría de la relatividad de Albert Einstein.

Gracias a las Matemáticas, la Lógica renació con figuras como George Boole y Augustus de Morgan, entre otros; lo que resultó decisivo para la fundamentación de la Matemática sobre el año 1900. Posiblemente sea Bertrand Russell la figura intelectual que con mayor claridad encarna la relación de las Matemáticas con la Lógica y la Filosofía.

Nuestro siglo actual, ha sido una época extremadamente fértil en cuanto a la resolución de antiguos problemas abiertos, y en el que se han logrado importantes avances. Quizás el logro más importante ha sido la resolución del último *teorema de Fermat* por Andrew Wiles en 1993. Este teorema llevaba mas de trescientos años sin resolverse, su demostración ha dependido en última instancia de avances fundamentales en Teoría de Números, que se obtuvieron gracias al trabajo de muchos matemáticos, sobre todo en los últimos cincuenta años.

Otro problema resuelto ha sido la *Conjetura de Kepler* sobre empaquetamientos de esferas, y el problema de cartografía que se conoce como el *Problema de los Cuatro Colores*. Se trata de la afirmación de que cuatro colores son suficientes para colorear cualquier mapa, de manera que se usen colores distintos en países vecinos.

Con relación a la resolución de los dos últimos problemas citados, hay que indicar una circunstancia que ha cambiado algunos aspectos de las Matemáticas en este siglo XX, me refiero a la construcción y aparición de los ordenadores, el primero de los cuales fue diseñado por Von Neumann siguiendo la lógica de Turing. La resolución de estos dos últimos problemas se ha realizado a través del ordenador, estas demostraciones certifican que las conjeturas son ciertas, pero no explican porqué lo son.

De hecho, en la práxis Matemática se ha originado un nuevo tipo de hacer, el Hacer Computacional, que busca su terreno propio junto, pero también enfrentado al Hacer Global considerado ahora como el Hacer Básico. En este nuevo tipo de Hacer es obligatorio que el matemático humano conviva con otro tipo de matemático en su propio dominio, con el intruso como ha llamado Steen al ordenador. La pregunta que surge es si el intruso hace demostraciones o más bien verificaciones. Como es lógico, los ordenadores han jugado y, jugarán un papel muy importante dentro de las Matemáticas por sí mismos y, servirán en otras ocasiones de complemento a las demostraciones usuales, aunque en general yo pienso que no podrán reemplazar a las mismas.

El matemático Hilbert decía: una rama de la ciencia está en pleno vigor cuando tiene problemas en abundancia, la falta de cuestiones es símbolo de muerte. Pues a pesar de los tremendos logros de la Matemática del siglo XX, docenas de problemas notables todavía esperan solución. En los trabajos de Griffiths (8) y Smale (19), hay una propuesta de problemas, estrictamente matemáticos, para resolver en el próximo siglo. Uno de los más estimulantes e interesantes es "*la Hipótesis de Rieman*" (8), relacionada con los números primos, y que ha atormentado a los matemáticos durante 150 años. Nada menos que en el siglo III antes de Cristo, Euclides ya había demostrado que no se podía hallar un número primo que fuese el mayor de todos ellos; en otras palabras, que había infinitos números primos. ¿Pero siguen alguna pauta?. En el siglo XIX, el matemático alemán B. Riemann extendió la observación de Euclides, y afirmó que no solo había infinitos números primos, sino que se iban sucediendo según una pauta muy sutil y precisa. Obtener esa pauta, o probar que no existe, es quizás uno de los problemas más profundos para el próximo siglo.

Por otra parte, no podemos olvidar que el avance de las restantes Ciencias obligará, sin duda, a los matemáticos a abordar otros problemas que en este momento son impensables, como tantas y tantas veces ha ocurrido a lo largo de la historia.

Creo que todo lo anterior, es un indicador de la excelente salud de la que actualmente gozan las Matemáticas.

Pese a la clara preponderancia masculina, dentro de la historia de las Matemáticas se encuentran un gran número de mujeres notables. Una de ellas, Hipatía, nacida en Alejandría en el año 370. Su padre, Teón de Alejandría, dedicó su vida a esta ciencia, trabajando en la recomposición de las más célebres obras de sus antecesores e inició a su hija en el mundo de las matemáticas llevándola consigo cuando instruía a sus alumnos. Según cuentan con gran enfado de su madre que no consideraba esto adecuado para una niña. Sufrió en todos sus aspectos el machismo de la época. En los siglos XVIII y XIX, podemos citar a Madame du Châtelet, Maria Gaetana Agnesi, Sophie Germain, Ada Lovelace, Sofie Kovalevskaya y Emmy Noether. La historia de las Matemáticas puede verse en las obras de Lorenzo (11), Kline (12), Rey Pastor y Babini (17) y Russell (18); también en Figueiras (7) y Mataix (13).

En otro orden de cosas, cabría analizar cómo se han desarrollado las matemáticas en nuestro país a lo largo de la historia. (3, 15, 22).

Aunque las aportaciones españolas no fueron muy relevantes, sin embargo España tuvo un papel fundamental en la transmisión de la ciencia griega y árabe al occidente europeo en la Edad Media. El Renacimiento pasó de largo para las Matemáticas y otras Ciencias en nuestro país, y aquellas han tenido una triste historia posterior hasta muy recientemente. Mientras que desde el siglo XVII aproximadamente y hasta nuestros días, la literatura y el arte españoles figuraron y figuran en la cima de la creación mundial, en las Matemáticas no se halla ni un sólo resultado de alguna importancia que se atribuya a un español, como observó Echegaray un siglo antes.

A principios de nuestro siglo destaca la figura de Julio Rey Pastor. Sin embargo la guerra civil produjo un nuevo retraso, hasta que décadas más tarde, poco a poco se fue generando una Matemática que sintonizaba con la de los países mas avanzados y es a partir de los años 70 cuando comienza a despertar en España lo que podríamos llamar la Realidad Matemática. A este despertar contribuyeron "Nuestros Maestros", que aprendieron en las fuentes originales, enseñaron en sus clases los textos más actuales, organizaron seminarios de investigación y asistieron a congresos nacionales e internacionales, y a los cuales debemos nuestra formación. (En muchos casos sus méritos anteriores no fueron reconocidos en absoluto en el primer reparto de los llamados sexenios de investigación, otra injusticia en la investigación de nuestro país).

Es en parte gran mérito de ellos, que actualmente podamos decir que nuestro país ya no es diferente. En nuestro entorno se organizan congresos y cursos, se realizan estancias en el extranjero y recibimos a investigadores de importancia en nuestro país, se reciben invitaciones para conferencias, etc. Actualmente, nos encontramos a nivel europeo inmediatamente detrás de Alemania, Inglaterra, Francia, Rusia e Italia, con una producción científica en revistas relevantes que se ha multiplicado por 8 en los últimos 20 años, y que representa actualmente el 4% de la producción investigadora mundial, la cual está encabezada por EEUU.

2.- CULTURA Y DIVULGACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Las Matemáticas forman parte de la cultura y son tan imprescindibles como cualquier otra componente de la misma, sobre todo en un mundo totalmente cuantificado como el actual y existe una tradicional desconfianza sobre nuestra capacidad para defender la relevancia de la cultura matemática para el gran público. Sin embargo, todo indica que la tarea debería ser mucho más sencilla en la sociedad actual, sociedad de la tecnología y de la información.

Esta información se nos presenta tanto en medios de comunicación, como en actividades comerciales o artísticas, y en formas muy diversas: gráficos, tablas numéricas, porcentajes, medidas estadísticas, etc. Todos estos aspectos están muy cerca de la ciudadanía, y no ha de ser un reto imposible explicar lo natural y necesario que es poseer y ampliar los conocimientos sobre aspectos de nuestra profesión, que inciden tan directamente en la vida diaria. Sin embargo, la mayor parte de las personas limitan su relación con las Matemáticas al uso de las cuatro reglas, y casi siempre influidos por sus recuerdos escolares.

Resulta, por tanto adecuado, hacer llegar ciertos aspectos de las Matemáticas al público en general, como parte que las Matemáticas son de la creación cultural, de igual forma que se hace con otras manifestaciones de esa creación cultural, tanto de tipo artístico como científico.

Para conseguir una mayor presencia de las Matemáticas en la sociedad parece imprescindible el esfuerzo de los propios matemáticos por dar a conocer los diferentes aspectos de nuestra Ciencia.

Otras disciplinas ocupan la atención del público a través de la concesión de los Premios Nobel. Sin embargo, no hay premio Nobel de Matemáticas, ahora les contaré por qué. Para llenar ese hueco, desde 1936 el Congreso Internacional de Matemáticas concede cada cuatro años las Medallas Field a quienes hayan contribuido de forma significativa al desarrollo de las Matemáticas. Como ustedes saben, los premios Nobel se crearon a partir del testamento del químico sueco Alfred Nobel con fecha 27 de noviembre de 1895. Estos premios se encuentran divididos en cinco apartados: Paz, Literatura, Medicina o Fisiología, Física y Química. El investigador sueco no sólo se olvidó de los matemáticos, sino que dejó expresamente prohibida la creación de un galardón para ellos. Los motivos de esta actitud discriminatoria no se conocen con exactitud, aunque hay historias para todos los gustos. Algunos cronistas aseguran que Nobel sintió desde su niñez una aversión visceral a esta disciplina. Para otros fue una cuestión de celos, ya que uno de los matemáticos mas prestigiosos de la época rondó insistentemente a su esposa, lo que provocó su repulsa hacia los eruditos de los números.

Como decía el profesor David Mumford (Presidente de la Unión Matemática Internacional entre 1994 y 1998), "estoy acostumbrado, como matemático profesional, a vivir en una suerte de vacío, rodeado de gente que se declara, con conspicuo orgullo, analfabeta en Matemáticas". Más grave es todavía que gente culta, que considera imperdonable desconocer no solo a Cervantes o Shakespeare, sino a otros muchos personajes de la cultura literaria o artística (y su razón tienen), se permiten al mismo tiempo declarar su profunda ignorancia del mundo de los números y de todos los demás conceptos y símbolos matemáticos, y en casos extremos, pero desgraciadamente no infrecuentes, lo tienen a gala. Tal exhibicionismo negativo incluye a personalidades en posiciones de gran relevancia social, sea por la política, las artes, el espectáculo o los medios de comunicación y no menos que en épocas pasadas. En este punto sería interesante leer el libro de Paulos (14).

¿Cuál es la razón o razones de tal incomprensión? Una de ellas es, sin duda, la dificultad en aprenderlas y enseñarlas; quizás en el primer aspecto el desinterés por aprender va estrechamente ligado a la intensidad con que el profesor vive la experiencia matemática y su capacidad para comunicarla, tareas ambas harto difíciles en las condiciones actuales de nuestra sociedad. Entre ellas, la disminución de una hora de clase semanal en todos los cursos de Secundaria Obligatoria, lo que significa que los alumnos que hayan cursado el nuevo sistema (LOGSE) integro, globalmente habrán cursado un año escolar de cuatro horas semanales menos que los del sistema BUP-COU; sin olvidar el desánimo generado en un sector del alumnado, al observar que es posible pasar de un curso al siguiente, con esfuerzo o sin él; idea muy peligrosa, especialmente en la adolescencia.

Otra dificultad es que el lenguaje matemático, es un lenguaje técnico y difícil, que crea en general un rechazo, hasta que la persona se familiariza con él. Sin embargo, dentro de la comunidad matemática, el uso de un lenguaje preciso es una ventaja. Como consecuencia de su naturaleza abstracta y de su universalidad, las Matemáticas no conocen barreras lingüísticas ni políticas. Esa es una de las razones que han hecho que las Matemáticas se hayan caracterizado por un estilo inequívocamente internacional, y no sorprende que un matemático japonés pueda leer un artículo de un colega alemán sin necesidad de traducción.

Otro problema de comunicación es que una parte importante de las Matemáticas es abstracta y trata mundos virtuales que en principio interesan a una minoría, pero como hemos visto y veremos posteriormente, la aplicación en el futuro de estos resultados abstractos ha sido fundamental para la resolución e incluso para la creación de nuevas técnicas aplicadas.

En otras muchas ocasiones, la importancia de la actuación matemática queda eclipsada, sobre todo en investigaciones sobre otras ciencias, ya que lo que se expone es aquella parte del descubrimiento que tiene impacto sobre el público, y aunque las Matemáticas hayan sido fundamentales en el correspondiente descubrimiento, la divulgación del mismo no da a conocer dicha importancia.

Por otra parte los matemáticos no hemos prestado la suficiente atención de comunicar a la Sociedad la importancia de nuestro trabajo, el perfil de nuestra profesión, y la idea de que las Matemáticas son útiles, valiosas y relevantes. El uso de los medios de comunicación es de gran importancia, por ejemplo se ha reflejado adecuadamente que Andrew Wiles ha dado solución a un problema matemático que había estado abierto durante trescientos cincuenta años, el conocido como *último teorema de Fermat*. Su sencillo enunciado ha fascinado a los matemáticos posteriores a Fermat y muchos han empleado grandes esfuerzos en resolverlo. Estos tres siglos y medio han sido fértiles en extremo, ya que en la búsqueda de la solución se han creado nuevas teorías y se han descubierto propiedades aritméticas insospechadas.

Sin embargo, con cierta frecuencia, puede leerse en la prensa que algún aficionado a las Matemáticas, afirma haber resuelto alguno de los tres problemas clásicos de construcción con regla y compás heredados de los griegos (la duplicación del cubo, la trisección del ángulo y la cuadratura del círculo). No es tan frecuente que la reseña se acompañe con la información de que la imposibilidad de tales construcciones ha quedado establecida rigurosamente desde hace más de un siglo.

Otro aspecto de divulgación de las Matemáticas es el lúdico, que consiste en una serie amplísima de problemas lógicos, numéricos, geométricos u otros, que se presentan como juegos de ingenio.

La afición a resolver en forma apropiada los acertijos que aparecen en la sección de pasatiempos de revistas y diarios, demuestra el gusto de muchas personas por el buen razonamiento matemático que no requiere un previo aprendizaje. En estos casos sólo puede hablarse de una matemática trivial por carecer de la trascendencia, significación y profundidad de las ideas matemáticas que tienen interés para la ciencia. Lo anterior muestra que las matemáticas se prestan también, para aprender deleitando y para ser fuente de enigmas y problemas recreativos que suministran un incentivo a la imaginación y un estímulo a nuestras facultades de razonamiento. No sólo por diversión Pascal, Fermat, Leibnitz, Euler y otros muchos matemáticos, dedicaron a estos problemas recreativos gran atención, pues ellos han dado origen a importantes ramas de la ciencia como el cálculo de probabilidades, la topología, diversas cuestiones de la teoría de conjuntos, teoría de la estrategia militar o económica, etc. Otros aspectos de las Matemáticas pueden verse en la referencia (3) y en Vázquez (22).

3.-UTILIDAD DE LAS MATEMÁTICAS

Formación Matemática

Hablamos de la utilidad de las Matemáticas en un doble sentido, primero como formación estructural del que la estudia, y en segundo lugar, como Ciencia que se aplica a otras ramas del saber.

La primera cuestión que surge dentro de las Matemáticas e incluso entre los matemáticos, consiste en saber si es necesario pensar en una Matemática que pueda tener aplicación, o no hay que preocuparse en absoluto de ello. Como he comentado anteriormente, creo que existe una única Matemática, caracterizada por su lógica, su precisión, su rigor, su abstracción y la belleza de su perfección. Para esta Matemática, no hay que tener la obsesiva preocupación por buscar una aplicación inmediata, pero tampoco podemos olvidar que la Matemática es uno de los pilares sobre los que se sostiene la Ciencia moderna, y está íntimamente relacionada con otras disciplinas.

Por otra parte, como hemos visto, algunos resultados de lo que podríamos llamar "Matemática Pura" han sido aplicados después de muchos años, permitiendo un avance de la Ciencia, aunque sus autores no pensaran nunca que pudieran aplicarse. G. H. Hardy (10), matemático de este siglo, confesó abiertamente que su dedicación a la Matemática tuvo siempre una motivación estética, insistiendo con cierta jactancia, en la inutilidad de las Matemáticas que él llamó "auténticas", es decir, las que tienen que ver con una belleza enigmática, sería y profunda muy superior incluso a los principales logros más universalmente reconocidos de la creatividad humana, y que ha atraído a los grandes matemáticos alejados de todo contacto con los intereses de este mundo. En ella incluía los desarrollos matemáticos de Einstein, la obra maestra de Gauss en teoría de números, etc Esta Matemática era también, por supuesto, la suya propia. Hardy hubiera quedado perplejo si hubiera podido consultar posteriormente la "Encyclopaedia Britannica" en la que consta, como su aportación más importante la ley de Hardy-Weinberg que describe el equilibrio genético de una población y, que es útil entre otras cosas, para estudiar la distribución sanguínea del factor Rh.

Por tanto, desde mi punto de vista, no tiene sentido esa separación entre Matemática Pura y Matemática Aplicada. Además es difícil que no haya habido alguna rama de la Matemática Pura, que no haya visto una parte de sus resultados, transformados por la Ciencia o la Tecnología actuales en útiles instrumentos. A esta cuestión le dedicaré la última parte de la lección.

De hecho, las Matemáticas tienen un carácter dual, por una parte son una disciplina independiente, apreciada por su precisión y belleza intrínseca, y por otra, son una rica fuente de herramientas para el mundo de las aplicaciones. Las dos caras de esta dualidad se hallan íntimamente ligadas, matemáticos como John von Neumann y Norbert Wiener, se vuelcan en las aplicaciones tras haber sido dos eminentes matemáticos puros en el primer tercio de nuestro siglo. El fortalecimiento de esta ligazón durante todo el siglo XX ha permitido que las Matemáticas hayan ido ganando eficacia tanto hacia dentro de sí mismas, cómo en su aplicación a otros campos.

En este final del siglo XX las Matemáticas extienden su utilidad y presencia casi a todas las actividades humanas. Puede decirse que todo se matematiza. No es concebible la innovación tecnológica en el sentido actual de Investigación y Desarrollo (I+D) sin la presencia preeminente de la Matemática y sus métodos.

¿Cuál es la formación de un matemático?. Tras esa formación, ¿a qué se dedican realmente los matemáticos?. El objetivo fundamental de las Matemáticas es construir razonamientos y, en general podemos describir la actividad matemática como la búsqueda de estructuras y de pautas que aportan orden y simplicidad a nuestro universo. Incluso se puede llegar a afirmar que lo que realmente importa, no es el punto de partida ni la esencia de los objetos, si es que tal cosa tuviera algún sentido, lo que interesa en un estudio matemático son sus propiedades, porque cualquier inferencia que hagamos, siempre dependerá de las propiedades que suponemos que dichos objetos tienen. Por tanto, lo fundamental es la estructura de esos conjuntos de objetos; entiendo como tal la colección de sus propiedades como un "sistema". Esa estructura y esa coherencia proporcionan a las Matemáticas su potencia, porque con frecuencia le permiten iluminar con claridad objetos y procesos completamente diferentes, que se hayan presentes en otras ciencias o en la sociedad en general.

Según L.A. Steen (20), la Matemática es la ciencia de los modelos o modelizaciones. Los matemáticos buscan modelos en los números, en el espacio, en las Ciencias, en los ordenadores y en la imaginación. Las teorías matemáticas explican las relaciones entre esos modelos: las funciones, aplicaciones, operadores y morfismos. Enlazan un modelo con otro, hasta proporcionar las estructuras matemáticas finales. Aplicaciones de las matemáticas son el uso de esas estructuras (modelos matemático) para explicar y predecir fenómenos naturales que se ajustan a ellos.

Unos modelos sugieren otros modelos, e incluso la construcción de modelos de modelos. De esta forma, las Matemáticas siguen su propia lógica, se empieza por estudiar un modelo proveniente de las ciencias, y se va completando el retrato al añadir todos los modelos que se derivan del inicial.

Cuando en Matemáticas se discute un problema, hay dos palabras con una carga de significado muy especial: "problema" y "demostración". Las matemáticas son un campo de conocimiento donde un problema no es algo malo. Al contrario, los matemáticos ansían buenos problemas, pues un buen problema significa trabajo interesante. La segunda palabra es un término que abiertamente proclama el rigor de la disciplina. Una demostración matemática es un desarrollo formal que, partiendo de un conjunto de axiomas y a través de pasos lógicos, alcanza una conclusión. Cualquier demostración una vez dada, es permanente; algunas han existido desde el tiempo de los griegos. Las demostraciones confirman la verdad para el matemático, de igual manera a como lo hacen los experimentos o las observaciones para el científico de la naturaleza.

Entonces, la función de las Matemáticas como instrumento de la formación intelectual, se apoya en algunas de sus características más notables: razonamiento lógico, rigor, abstracción, formalización y belleza, con el objetivo de que el matemático alcance esas características y otras como la actitud crítica, la capacidad de discriminar lo esencial de la accesorio, el aprecio por la obra intelectual bella y la valoración de la potencia de la Ciencia.

A veces se considera que las Matemáticas son áridas por su carácter abstracto; sin embargo, en ese rasgo esencial radica su mayor trascendencia y fecundidad. En efecto, ver lo general en lo particular y lo permanente en lo transitorio, es la meta del pensamiento científico. A los ojos de la Ciencia la caída de una manzana, el movimiento de un planeta alrededor del sol y la adherencia de la atmósfera a la tierra, son casos particulares de una ley general: la gravitación universal para Newton, la curvatura del universo espacio-tiempo para Einstein.

Este tipo de formación hace que las características fundamentales del matemático sean su capacidad intelectual y su mente estructurada y ordenada, que le permiten desarrollar hábitos y actitudes positivas y difíciles de adquirir, como el rigor junto a la flexibilidad intelectual, la tenacidad, la curiosidad, la capacidad de formular conjeturas racionales y de descartarlas si no se verifican, la capacidad de asumir retos, etc., en otras palabras la capacidad de PENSAR.

Todo lo anterior, permite al matemático, por una parte, avanzar en sus propios conocimientos matemáticos y por otra parte, ser idóneo para trabajar en la empresa, pues además de tener los conocimientos específicos adquiridos, tiene la capacidad de "pensar", lo cuál es imprescindible en una empresa. Capacidad que se traduce en modelizar los objetos reales en estudio, bajo ciertas hipótesis (por ejemplo, características de la empresa para una determinada fabricación) a través del modelo matemático correspondiente, y siendo capaz de saber qué influencia tendrá en la fabricación final; las posibles modificaciones de esas condiciones iniciales.

En otras palabras, las Matemáticas permiten describir uniformemente unos hechos y observaciones, realizar su análisis cuantitativo detallado y predecir como se comportará el objeto en diferentes condiciones. Como dijo el Profesor Pi Calleja (16), "El profesional matemático debe concebir su labor, como el compositor musical que no puede tocar todos los instrumentos, pero que debe conocer la música a fondo".

Las Matemáticas tienen también una labor importante en la formación de otros profesionales, ya que una parte importante de las Matemáticas que se enseñan en nuestras Universidades están destinadas a la formación de físicos, ingenieros, informáticos, químicos, biólogos, economistas y expertos en otras materias. Además la mayoría de estas áreas aplicadas han sido históricamente una fuente importante de los problemas que han ocupado y ocupan a los investigadores matemáticos, en su deseo de comprender el mundo exterior en clave matemática.

En general, la mayoría de Ciencias Experimentales parten de observaciones, las ordenan, las clasifican y derivan de ellas conceptos generales, de los cuales la lógica extrae conclusiones. Este proceso deductivo si da lugar a un cuerpo de doctrina coherente, toma enseguida forma matemática, obteniéndose finalmente conclusiones que pueden ser comprobadas por comparación con resultados experimentales. Esas fórmulas matemáticas son las únicas que permiten después de una conveniente preparación, la visión conceptual de los fenómenos complejos con que se nos manifiesta la naturaleza física.

Algunas aplicaciones de las matemáticas

Las Matemáticas constituyen uno de los pilares sobre los que se sostiene la Ciencia moderna y en consecuencia, el desarrollo tecnológico; y abarca hoy día todos los aspectos de la sociedad contemporánea, desde la ingeniería a la informática y las finanzas, sin olvidar las disciplinas de tipo humanístico y social.

A veces, en la sociedad no se conoce la importancia de las aplicaciones matemáticas a otras ciencias. ¿Quién no tiene en su haber una variante de la anécdota en que algún amigo o conocido, incluso científico, nos pregunta ¿para qué sirve lo que vosotros haceis?, ¿quedan todavía integrales por calcular?, ¿pero la Matemática útil no está toda hecha?. Quizás lo anterior sea comparable con la clásica pregunta que todo Profesor Universitario ha recibido de ¿qué haces el veinte de julio en la Universidad?, ¿es que todavía os quedan exámenes por hacer?, ¿pues no terminasteis las clases el 12 de junio?. Entonces, le explicamos el significado de Universidad y sus dos vertientes, Docente e Investigadora, y la necesidad de formar nuevos científicos a través de sus tesis y trabajos de investigación. Creo que ambas cuestiones van cediendo terreno y estas pequeñas anécdotas se repiten cada vez menos. Ambas posiciones son regresivas e injustas con la realidad, sin embargo gozan de una excelente acogida social.

Las aplicaciones más antiguas de las Matemáticas están en la ciencias de la naturaleza, especialmente en la Física. Actualmente, gracias al ordenador, a las técnicas de análisis numérico y al uso de la estadística, es posible el diseño y aplicación de modelos matemáticos para abordar problemas complejos, como los que se presentan en la biología y en las ciencias sociales y económicas, a las que dota de métodos cuantitativos indiscutibles.

Las Matemáticas resultan hoy imprescindibles en todas las ingenierias y en las tecnologías más avanzadas (5). También están presentes en las más modernas técnicas de diagnóstico médico, como en la tomografía axial computerizada, en la meteorología, en los estudios financieros, en la ingeniería genética y, en fin, en cualquier rama del conocimiento humano que desee alcanzar un alto grado de precisión en sus predicciones.

A continuación expondré algunas aplicaciones de las distintas Areas de las Matemáticas a otras ciencias, esta exposición no intenta ser en absoluto exhaustiva, y tampoco intenta revisar con profundidad todas las técnicas matemáticas que se utilizan o se han utilizado en las aplicaciones; lo que pretendo es dar una visión global de cuáles han sido (y son) los grandes campos de las matemáticas que han contribuido al avance de otras ciencias.

Por ejemplo, los ordenadores modernos no podrían existir si no fuera por el sistema de numeración binario de Leibnitz. Einstein no habría podido formular su teoría de la relatividad sin el desarrollo de le geometría Riemanniana, y la mecánica cuántica no se sostendría sin la base que le proporciona la teoría de operadores.

Dentro del análisis matemático algunos fenómenos de la naturaleza se han modelizado clásicamente mediante ecuaciones diferenciales. En la búsqueda de soluciones a estas ecuaciones J. Fourier, matemático adelantado a su tiempo, estudiando la teoría del calor, obtuvo que cualquier función podía aproximarse por senos y cosenos. Este descubrimiento dio lugar a la formalización de nuevos conceptos en Matemáticas, desde la teoría de Cantor hasta la teoría de distribuciones de Schwartz.

F. Crick, J. Watson y M. Wilkins ganaron el premio Nobel en Medicina y Fisiología por el descubrimiento de la estructura molecular del ADN. El Analisis espectral de Fourier jugó un papel esencial en ese trabajo. La transformada de Fourier rápida, ha sido considerada por muchos especialistas como el algoritmo más importante del siglo XX, y es uno de los puntos de partida de la teoría de la complejidad en computación científica. Nuevas técnicas de seguridad como el reconocimiento de voz y la realización de un escáner utilizan el análisis de Fourier. Éste, es también muy útil en la comprensión, transmisión y eliminación de ruidos y tratamiento de señales.

Otros temas de análisis como la teoría del caos dentro de los sistemas dinámicos, está en pleno auge y tiene aplicaciones en física, ciencias de la naturaleza, económicas, etc.

La teoría de la medida proporciona un marco matemático conveniente para resolver distintos problemas económicos en el contexto de economías ideales.

El concepto de convexidad juega un papel importante dentro de la Microeconomía, ya que sin la convexidad de las preferencias, por ejemplo, las funciones de oferta y demanda no son continuas y los mercados competitivos no tienen en general puntos de equilibrio.Las funciones medibles son utilizadas también en economía, cuando se define una economía de intercambio, y se está interesado en identificar a cada individuo con su vector de bienes y preferencias.

Una de las áreas más abstractas dentro de las Matemáticas, es sin lugar a dudas el álgebra; ya hemos expuesto la aplicación de la teoría de números a la criptografía, vamos a comentar a continuación otras aplicaciones.

La primera de ellas de una gran importancia y actualidad, es la construcción de códigos correctores de errores. En los sistemas de comunicaciones actuales, en los que se trata de transmitir unos datos de cualquier tipo, desde un emisor a un receptor, situado a distancia, es usual la transformación de los datos iniciales en datos numéricos (digitales), proceso que se conoce como la codificación. Naturalmente, el canal de transmisión tiene la finalidad de trasladar esos datos hasta el receptor, quien los recibe, por tanto, codificados. Para recuperar los datos originales, el receptor debe emplear el proceso de la descodificación. En muchos casos el canal de transmisión no es fiable y por razones diversas, alguno o algunos de los datos digitales enviados pueden ser cambiados durante la transmisión, de modo que la señal codificada enviada y la recibida pueden no coincidir enteramente, ésto se conoce con el nombre de ruido del canal. Un problema práctico de gran importancia es, en consecuencia, crear sistemas que permitan, a partir de los datos codificados recibidos, restablecer, con la mayor seguridad posible, los datos emitidos; es decir, se trata de corregir los errores debidos al ruido del canal.

Una de las partes más abstractas y generales del álgebra es la teoría de categorías; sin embargo, su conexión con ciertos tipos de lenguajes informáticos ha motivado el desarrollo, actualmente bastante avanzado, de las aplicaciones de la teoría de categorías a lenguajes de programación.

En general, la relación entre el álgebra y los modernos desarrollos científicos conectados con la informática, las telecomunicaciones o la teoría de la información, es enteramente natural, ya que el álgebra es el área de lo discreto. Por oposición al análisis, entendido como el dominio de lo continuo y la naturaleza de los lenguajes, la transmisión de datos y la informática están, completamente dentro del campo de lo discreto.

La geometría algebraica está siendo utilizada por los físicos teóricos en su búsqueda de una teoría unificada de campos, o de manera mas precisa, de una teoría que unifique la gravedad con las tres fuerzas fundamentales de la Física: la fuerza nuclear fuerte, la fuerza nuclear débil, y el electromagnetismo. Surge así la teoría de cuerdas, cuyo nombre procede de la idea de que los bloques básicos más elementales de la materia son diminutos lazos vibrantes o segmentos que tienen forma de cuerda y que vibran en distintos modos, como las cuerdas de un violín.

Actualmente la geometría de Riemann goza de una magnífica salud por sus extraordinarias aplicaciones para encontrar una explicación Matemática de nuestro Universo. En efecto, una rama de ella, la Geometría de Lorentz, nos permite esbozar modelos matemáticos de nuestro Universo a través del estudio de la curvatura asociada a una métrica adecuada y según aquella sea positiva, negativa o nula, podremos predecir si el Universo tendrá un final o se expandirá indefinidamente.

La geometría y la topología se complementan a la perfección en el sentido de que las propiedades locales de un objeto permiten ser extendidas a todo el objeto mediante el conocimiento de la topología del mismo. El ejemplo de nuestro Universo puede resultar muy esclarecedor para comprender tal afirmación; como en él hay gran cantidad de materia oscura, se parece a una esponja, si consiguiéramos averiguar su topología seríamos capaces de eliminar la ambigüedad del futuro que nos aguarda.

Una de las colaboraciones que más rápidamente crecen es la que se da entre las Matemáticas y la Biología (8). Esta asociación comenzó en el campo de la Ecología en los años 20, cuando el matemático italiano Vito Volterra desarrolló los primeros modelos de la relación depredador-presa, y encontró que podía describir matemáticamente la sucesiva oscilación de las proporciones de depredadores y de presas en poblaciones de peces.

Tras la segunda Guerra Mundial, la metodología de modelización que Volterra había desarrollado para poblaciones se extendió a la epidemiología, que es el estudio de las enfermedades en poblaciones grandes. Recientemente los avances en la genética molecular han inspirado la adaptación de estos mismos métodos a las enfermedades infecciosas, donde los objetos de estudio no son poblaciones de organismos o de individuos, sino poblaciones de células.

En un entorno celular, el depredador es una población de virus, por ejemplo, y la presa es una población de células humanas. Estas dos poblaciones crecen y disminuyen en un combate darwiniano por sobrevivir, que se puede describir matemáticamente. En el último decenio, la capacidad para usar modelos matemáticos para describir agentes infecciosos como depredadores y células anfitrionas como presas, ha redefinido muchos aspectos de la inmunología, la genética, la epidemiología, la neurología y el diseño de medicamentos.

La razón por la que esta colaboración está teniendo tanto éxito se debe a que los modelos matemáticos aportan potentes herramientas para describir la inmensa cantidad de números y de relaciones que se hallan presentes en los sistemas biológicos.

Por ejemplo, se han podido realizar predicciones cuantitativas sobre cómo los virus y otros microbios se desarrollan en sus anfitriones, sobre cómo cambian la estructura genética de sus anfitriones, y sobre cómo interactúan con el sistema inmunológico del anfitrión. Algunos de los resultados más sorprendentes se han obtenido en el estudio de la epidemia de Sida, transformando nuestra forma de entender el comportamiento del virus VIH en pacientes infectados.

El punto de vista predominante había sido que los virus VIH permanecían en estado latente durante unos 10 años antes de empezar a infectar las células anfitrionas y producir la enfermedad. La modelización matemática ha mostrado que los virus VIH que eran responsables de casi todo el daño no permanecían latentes, sino que crecían constante y rápidamente con una vida media de tan solo dos días.

La pregunta es ¿si esto es así, como es que entonces la infección tarda una media de 10 años en empezar?. De nuevo, la modelización matemática ha mostrado como la progresión de la enfermedad puede ser causada por la evolución vírica. El sistema inmunológico es capaz de mantener a raya el virus durante largo tiempo, pero a la larga los virus van mutando hasta hacerse lo suficientemente abundantes como para aturdir al sistema inmunológico. Esto ocurre porque los virus, como otros agentes infecciosos, se pueden reproducir más rápidamente que sus anfitriones, y porque replican su material genético de forma menos precisa.

Los modelos demuestran que todos los cambios evolutivos incrementan la abundancia de virus en el paciente y, por consiguiente, aceleran la enfermedad.

Estos mismos modelos matemáticos han permitido entender porqué las drogas contra el VIH deben administrarse en batería, y suministrarse cuanto antes en el proceso de infección. Estas drogas son más eficaces al combinarse porque rara vez se producen múltiples mutaciones a la vez. Y deben suministrarse pronto, antes de que la evolución vírica pueda progresar.

La resistencia de los microbios a los medicamentos es una amenaza para la salud de la humanidad en el próximo siglo, y ésta es otra área donde los modelos matemáticos pueden ser muy útiles. Pueden aportar guías para cómo recoger y analizar datos que permitan fabricar medicamentos más eficaces. Sería necesario estudiar modelos de las complejas interacciones entre los agentes infecciosos y el sistema inmunológico.

Otra parte de las aplicaciones se está llevando a cabo en las fronteras entre campos y disciplinas. Un ejemplo excelente es el estudio de la dinámica de fluidos. Era virtualmente imposible describir los complejos movimientos de los fluidos (huracanes, flujo sanguíneo a través del corazón, petróleo en terreno poroso) antes de que se descubrieran las ecuaciones de Navier-Stokes.

Otro ejemplo es la teoría del control, una rama de la teoría de sistemas dinámicos, que permite poner a prueba los diseños de aviones avanzados mediante simulaciones por ordenador, reduciendo enormemente los costes y los riegos que conllevan los túneles de viento y los vuelos de prueba.

La Investigación Operativa es la parte de las Matemáticas que surge cuando la solución del problema planteado necesita optimizar uno o varios objetivos. Algunos de los problemas más conocidos son:

El problema de transporte que aparece cuanto disponemos de una serie de fábricas o surtidores, y una serie de clientes o destinos, ocasionalmente podemos disponer de almacenes intermedios (hablaremos entonces de transporte con trasbordo), el envío desde una fábrica hasta un cliente tiene un coste unitario, y el objetivo es obtener el plan de transporte óptimo que envíe desde las fábricas a los clientes un determinado número de unidades a coste mínimo. El problema es formulado como un problema de programación lineal entera, que debido a sus especiales propiedades se resuelve de forma eficiente mediante el método del símplex adaptado a este problema del transporte.

El problema de localización de centros: aparece cuando se dispone de una serie de puntos candidatos donde poder localizar un determinado centro, podemos pensar en un centro de emergencia, un centro emisor de ondas (TV, radio, etc.). El objetivo es localizar el centro de forma que la distancia máxima del cliente más alejado al centro localizado sea mínima.

Otros problemas de interés son los de localización de plantas y medianas; los de rutas de vehículos, rutas por arcos y rutas por vértices, y los problemas de inventarios y planificación de proyectos.

Otro tema de interés es la teoría de juegos. Hay juegos en los que el resultado final (que determina la ganancia de los jugadores), se obtiene por algún procedimiento aleatorio (loterías, dados, ruletas, etc). Estos juegos de azar son conocidos desde los tiempos más remotos y constituyeron el principio de la Teoría de la Probabilidad, siendo Pascal, Fermat, Huygens, etc, pioneros en abordar las probabilidades de ganancia o ruina en estos juegos.

La teoría de juegos, por el contrario, tiene un origen relativamente reciente y estudia los juegos de estrategia en los que los jugadores o equipos que intervienen en el juego tienen a su disposición un conjunto de acciones o alternativas posibles, para elegir una de ellas y el resultado del juego depende de las acciones elegidas por los jugadores. Eso exige que los jugadores deban hacer un análisis previo a su elección para conseguir el mejor resultado, ya que cada participante controla sólo parcialmente el conflicto, sin tener el control completo. Suponiendo que los participantes son racionales, actuarán de forma que su beneficio sea máximo. Aplicaciones de la Teoría de Juegos se presentan en la Economía, Ciencias Sociales, Estrategias Militares, etc. Por ejemplo dentro de la Economía en el campo de mercados oligopolísticos (duopolio, oligopolio no cooperativo y cuasicomparativo, monopolio bilateral, contratos, etc.), en el estudio de modelos de equilibrio general, bienes públicos, economía del bienestar, teoría del dinero e instituciones financieras.

Un juego dedicado a la publicidad puede verse en el trabajo de Zoroa (24).

La estadística es quizás el campo de las Matemáticas con más aplicaciones en otras Ciencias. Su importancia ha sido reconocida hasta el punto de que la revista Science (nov.1984), ha calificado el desarrollo y la difusión de los métodos estadísticos para interpretar datos en condiciones de incertidumbre, como uno de los veinte desarrollos científicos más significativos entre los ocurridos en el presente siglo, por su impacto sobre nuestra forma de vida y sobre nuestra forma de conocernos a nosotros mismos y al mundo que nos rodea.

Difícilmente se lee en los últimos años algún trabajo de investigación en Ciencias Experimentales, Ciencias de la Salud, Ciencias Sociales e incluso en Humanidades que tratando con observaciones, no incluya algún estudio de tipo estadístico, el cual es imprescindible para confirmar o no, las hipótesis que se plantean en el trabajo.

Por otra parte, la industria occidental se ha dado cuenta del papel clave que la utilización masiva de técnicas estadísticas juega en el logro de las elevadas cotas de competitividad, y ha iniciado un proceso en el mismo sentido que ya es irreversible. Como botón de muestra indicar que una multinacional como Ford, recoge entre los catorce principios operativos que inspiran toda la actividad de la compañía los dos siguientes:

"Proporcionar al personal directivo un amplio conocimiento y sentido de las técnicas estadísticas, dado que éstas constituyen herramientas poderosas para determinar las medidas a adoptar para una mejora continua".

"Proporcionar como mínimo formación básica en estadística a todos los empleados".

Pasaré a comentar algunas técnicas estadísticas. En el mudo real, en general, se estudian problemas que incluyen más de una variable, es lo que se conoce como técnicas multivariantes. Dos ejemplos de utilización de las mismas son:

a) Estudio de los factores de riesgo que caracterizan la supervivencia en distinto tipos de tumores a lo largo de un periodo de tiempo. Obtención del modelo que se ajusta a esos datos y estudio posterior de la validación del mismo, para en el caso de que existan dispersiones en dicho ajuste, estudiar a qué son debidas y en general ver, si es necesario la introducción de algún factor pronóstico nuevo. Comparar distintos tipos de cirugía, así como los distintos tipos de técnicas terapeútica usadas, que permitan en el futuro aliviar a estos enfermos y aumentar su supervivencia.

b) Usando distintas características multivariantes de un determinado tipo de vino como índices de color, parámetros cromáticos, etc. determinar si éste pertenece algún tipo de denominación de origen; lo que permite detectar fraudes sobre vinos producidos por mezclas de vinos de distinto tipo.

Los métodos estadísticos pueden usarse también en el estudio preventivo de enfermedades de interés social y económico, encontrando los factores pronostico que influyen en estas enfermedades. Por ejemplo, el glaucoma es una de las principales causas de ceguera irreversible en los países desarrollados; en el trabajo de Zafra (23) se identifican los factores de riesgo de esta enfermedad en una población de nuestra Región. Obtenido el coste por cada caso de glaucoma diagnosticado y teniendo en cuenta que la consecuencia final de esta enfermedad es la ceguera, se puede deducir que sería necesario la existencia de un programa de protección en el ámbito de Atención Primaría.

Los métodos de control de calidad estadística se utilizan en el estudio de tasas permisibles en distintos aspectos de la industria.

Los procesos estocásticos constituyen un área de gran importancia dentro de la metodología estadística, siendo la herramienta fundamental para el análisis de fenómenos aleatorios dinámicos, es decir para el estudio de variables que fluctúan aleatoriamente en el tiempo. Fenómenos de este tipo existen en campos muy diversos como: a) En el análisis de un sistema informático: la carga del sistema, los tiempos de espera y los tiempos de respuesta fluctúan a lo largo del día. b) En un proceso industrial continuo, tanto los parámetros del proceso (temperaturas, presiones, caudales, ...) como las características cualitativas del producto obtenido (densidad, índice de fluidez, ..) fluctúan a lo largo de la campaña de producción. c) En una compañía eléctrica la demanda de potencia fluctúa a lo largo de las horas del día y a lo largo de los días de la semana. d) En una población en la que se está propagando una enfermedad infecciosa, el porcentaje de individuos en cada uno de los estados posibles (sanos, portadores latentes e infectados) fluctúa a lo largo del tiempo. El análisis de este tipo de fenómenos aleatorios exige la necesidad de modelos especiales por la existencia de relaciones temporales que ligan los valores de una variable en el instante de tiempo t con sus valores pasados, así como, en su caso, con los valores pasados o actuales de las otras variables.

Las técnicas estadísticas de muestreo, se aplican al diseño y utilización de encuestas. Sin embargo, hemos observado que la utilización de las mismas en la predicción de resultados de elecciones políticas, a veces no ha sido demasiado bueno. Debo decir que en esos fallos la estadística no es culpable, los culpables somos los que diseñamos esas encuestas que a veces, no somos capaces de cuantificar, entre otras cosas, el aspecto subjetivo que puede tener la respuesta de los encuestados por distintas circunstancias.

Aplicaciones de distintos tipos de diseño de experimentos en Agricultura, con el objetivo de obtener variedades mejores.

En general, en todos los problemas de inferencia estadística, es necesario la selección adecuada de la muestra que representa a la población que queremos estudiar. Aplicadas después las técnicas estadísticas de forma adecuada, podremos inferir conclusiones fiables para toda la población en estudio, a partir de los resultados obtenidos para la muestra.

Otras aplicaciones de la estadística pueden verse en los libros de De Groot y otros (6) y Tauner y otros (21).

Para finalizar esta lección haré algunas consideraciones sobre la investigación en la Universidad.

La situación de la Investigación Matemática en España, como en la mayoria de las restantes Ciencias, es actualmente bien distinta de lo que historicamente ha sido. Hoy es habitual encontrarse a matemáticos españoles como autores de artículos en las mejores revistas y de libros en las más prestigiosas editoriales. Como miembros de los comités editoriales de las publicaciones mas apreciadas y como conferenciantes invitados en los congresos nacionales e internacionales. Sirve de ejemplo que la primera medalla que concedió la Sociedad Matemática Europea para jóvenes investigadores en 1992 recayó en el español Ricardo Pérez Marco.

Con relación a la Universidad en general, pienso que dentro de la ponderación que debe existir entre la docencia y la investigación de sus profesores, y siendo la primera muy importante, no se debe olvidar que la investigación es fundamental para que esta Institución se mantenga viva, ya que la creación de conocimiento es, sin duda, la máxima aspiración de todo profesor universitario. Sin embargo, los investigadores no se improvisan, es necesario esforzarse en formarlos paciente y cuidadosamente. Este esfuerzo es necesario, ya que una Universidad no puede, ni debe, estar exenta de creatividad.

Solo manteniendo encendida la llama de la investigación se contribuirá al prestigio de nuestra Universidad. Nuestros gobiernos, regional y nacional, con una exigencia rigurosa de los destinos de su inversión, deben apoyar en general a la Universidad, y dentro de ella su investigación.

Para mí, ha sido un honor pronunciar en nombre del Claustro Universitario esta lección de inauguración. Si además he conseguido que algún miembro de esta audiencia, haya pasado de la indiferencia u objeción sobre las matemáticas, a un estado de simpatía sobre las mismas, mi satisfacción será total. Gracias por su atención.

Bibliografía.

1.- Actos en el Congreso de Diputados. Jornada Matemática. (2000), *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Vol 3, 1, pp 67-70.

2.- Actos en el Senado. (2000), *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Vol 3, 1, pp 87-107.

3.- Acuerdo sobre el año mundial de las matemáticas. (2000), *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Vol 3, 1, pp 71-85. Disponible también en http://dulcinea.uc3m.es/ceamm/decanos8.html

4.- Alsina, C. (1998), *Contar bien para vivir mejor*. Rubes Editorial.

5.- Bourguignon, J. P. (2000) A major challenge for mathematicians. *E.M.S.* Junio. pp 20-23.

6.- De Groot y otros. (1986), *Statistics and the law*. J. Wiley.

7.- Figueiras, L. y otros. (1998), *Género y Matemáticas*. Editorial Síntesis.

8.- Griffiths, P. A. (2000), Mathematics at the Turn of the Millenium. *The American Mathematical Monthly*. Vol 107, 1. pp 1-14.

9.- Guillén, M. (1999), *Cinco ecuaciones que cambiaron el mundo*. Temas de debate.

10.- Hardy, G. H. (1999), *Apología de un matemático*. Epistéme/1.

11.- Lorenzo, J. de (1977). *La matemática y el problema de su historia*. Tecnos.

12.- Kline, M. (1992), *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*. Vol I, II y III. Alianza Universidad.

13.- Mataix, Susana. (1999), *Matemática es nombre de mujer*. Rubes Editorial.

14.- Paulos, J.A. (1990), *El hombre anumérico*. Tusquets.

15.- Peralta, J. (1999), *La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX*. Nivola.

16.- Pi Calleja, P. (1959), *La matemática en la formación universitaria*. Discurso de apertura del curso 1959-60. Universidad de Murcia.

17.- Rey Pastor, J. y Babini, J. (2000), *Historia de la matemática*. Vols 1 y 2. Gedisa Editorial.

18.- Russell, B. (1973), *Obras completas*, Vol 2. Aguilar.

19.- Smale, Steve. (1998), Mathematical problems for the Next Century. *Mathematical Intelligencer*, 20. pp 7-15.

20.- Steen, L.A. (1988), The science of patterns. *Science*, 240. pp 616

21.- Tauner, J.M. y otros (1989), *La estadística. Una guía de lo desconocido*. Alianza Editorial.

22.- Vázquez, J.L. (2000), Las Matemáticas y los Objetivos del Año 2000. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. Vol 3, 1, pp 19-22

23.- Zafra Pérez, J .A. (2000), *Estudio de la presión intraocular y del glaucoma en una población de la Región de Murcia*. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia.

24.- Zoroa, P. (1955), El análisis operacional en la propaganda. *Trabajos de Estadística*, Vol VI, 3. pp 263-269.