

La Investigación en Educación Matemática

LORENZO J. BLANCO
Universidad de Extremadura

Resumen:

Consideramos que la década de los 70 marca el inicio de la investigación en educación matemática en España. En el trabajo señalamos diferentes situaciones históricas que han permitido avanzar en este campo de investigación, lo que nos permite comprender la situación actual. Al mismo tiempo, aportamos información que puede ser útil para aquellos que centran su atención en la educación matemática, indicando diferentes investigadores, temas abordados y referencias específicas que permiten profundizar a los que se inician en la investigación en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles educativos.

Palabras clave:

Investigación, educación matemática.

Abstract:

We consider the 1970s to mark the beginning of research into mathematics education in Spain. In the present study, we note various historical situations that led to there being progress in this field of research, and which allow one to understand the situation today. At the same time, we provide information that may be useful for those whose focus is mathematics teaching and learning at different educational levels, indicating the different researchers involved and the topics they have approached, and giving specific literature references to assist those who are just beginning their research in this area as a first guide to their more in-depth inquiries.

Key words:

Research, Mathematics Education.

Résumé:

D'après-nous, c'est dans les années 70 où la recherche mathématique commence en Espagne. Dans ce travail-ci, nous remarquons les différentes étapes de notre histoire qui nous ont permis d'avancer dans ce champ de la recherche. Cela nous permet de comprendre beaucoup mieux la situation actuelle. En même temps, nous vous apportons des informations qui peuvent intéresser à tous ceux qui sont attirés sur l'éducation en mathématiques. Nous énumérons aussi toute une liste de différentes universités, et des chercheurs à propos des sujets étudiés ainsi que des références précises qui vont permettre d'approfondir à tous ceux qui commencent à faire de recherches dans l'enseignement et l'apprentissage en mathématiques dans les différents niveaux.

Mots clés:

Recherche, éducation mathématique.

Fecha de recepción: 15-09-2010.

Fecha de aceptación: 18-10-2010.

Introducción

Podríamos señalar que la investigación en Educación Matemática es muy reciente en nuestro país, y que ha tenido un enorme impulso en los últimos 20 años. A pesar del escaso tiempo, ya se han realizado algunos trabajos sobre nuestra producción científica en referencia a la producción de tesis doctorales (Torrалbo, Vallejo, y Fernández, 2003¹; Torralbo, M., Vallejo, M., Fernández, A. y Rico L., 2004²; Vallejo, M. Torralbo, M. y Fernández, A, 2005³; Vallejo, Fernández, Torralbo, y Maz, 2007). Igualmente, existen otros trabajos que analizan el impacto internacional de nuestras publicaciones (De Moya, 2003; Llinares, 2008⁴).

Por ello, este trabajo no pretende ser un estudio exhaustivo sobre la investigación en educación matemática, siendo nuestra intención aportar alguna información que pueda ser de utilidad para los que deseen investigar sobre su enseñanza/aprendizaje (E/A). Nos proponemos aportar algunas reflexiones y datos sobre su evolución, partiendo de la lectura de los trabajos anteriormente citados, de la revisión de las actas de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)⁵, del análisis de los resúmenes de las 270 Tesis Doctorales, en el periodo 1976 al 2009, localizadas a través de la base Teseo, y de reseñas encontradas en algunas revistas especializadas y, finalmente, de los listados de Proyectos de Investigación nacionales desde el año 2004. Es evidente que toda esta información está tamizada por nuestra experiencia profesional desarrollada durante más de 30 años en la universidad española.

Algunas referencias históricas.

Previo a la presentación de alguna información específica sobre proyectos de investigación y tesis doctorales y algunas reflexiones sobre

- 1 En este trabajo se señala la existencia de 188 Tesis Doctorales desde 1965 hasta 2002.
- 2 Estos autores analizan 135 Tesis Doctorales sobre Educación Matemática leídas en el periodo 1976 -1998.
- 3 En Vallejo, Torralbo y Fernández (2005) y Vallejo, Fernández, Torralbo y Maz (2007) consideran 248 tesis Doctorales sobre Educación Matemática en el periodo de 1975 al 2002.
- 4 En el XII Simposio de la SEIEM, celebrado en Badajoz en 2008, se desarrolló un Seminario sobre "La Investigación en Educación Matemática en España y Portugal: Marcos generales y perspectivas de futuro", moderado por Leonor Santos (Universidad de Lisboa), con la aportación de S. Llinares (Universidad de Alicante) y J. P. da Ponte (Universidad de Lisboa), y la colaboración, desde una posición más general, de Jeremy Kilpatrick (Universidad de Georgia).
- 5 En la página de la SEIEM se pueden encontrar referencias a las tesis realizadas, en la pestaña de Publicaciones, en los boletines y en el apartado Tesis.

temas abordados, hemos considerado importante recordar algunos aspectos históricos que nos permiten comprender el estado de la cuestión en la actualidad.

Podríamos señalar la década de los 70, como un período a partir del cual se produjeron importantes cambios en la Educación Matemática en España (Balbuena, 1991; Armendariz, Azcárate y Delofeu, 1993; Rico, 1994; Rico y Sierra, 1994, Blanco, 1998). En esa época, existía una cierta inquietud porque los resultados de la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas no eran los esperados después de la reforma educativa que se propiciaba desde las instituciones. Esta situación, impulsada así mismo por los cambios políticos y sociales, provocó el nacimiento de grupos de trabajo, asociaciones educativas, revistas especializadas y Sociedades de Profesores de Matemáticas (Balbuena, 1991; Gutiérrez, 1991, Rico y Sierra, 1994) que planteaban la organización de jornadas, cursos, y actividades con el objetivo de divulgar innovaciones educativas, difundir las corrientes sobre E/A de las Matemáticas y coordinar esfuerzos. Rico (1994) nos habla del interés y del lanzamiento de la comunidad de educadores matemáticos a principio de los 80, pero nos señalaba que “no existe un cuerpo común de especialistas, no existen grupos que retomen y que avancen las producciones hechas por compañeros anteriormente” (Rico, 1994, 56).

En la mesa redonda celebrada en las VI JAEM, (Badajoz, 1993), la profesora C. Azcárate indicaba: “. . . las cosas no funcionaban: es decir, no conseguíamos el objetivo de enseñar Matemáticas, de que los alumnos aprendieran Matemáticas. Había una cierta conciencia de fracaso... Eran grupos enormemente voluntaristas. Lo que nos preocupaba era la clase de mañana, qué podemos hacer, qué materiales podemos trabajar. . . . No teníamos contacto con los que ahora llamamos expertos, pedagogos o psicólogos, o con una cosa que no sabíamos que podía existir que eran las didácticas (Blanco y Casas, 1994, 79-80).

Podríamos considerar que los movimientos asociativos de profesores de Matemáticas <http://www.fespm.es>⁶, estaban vinculados a planteamientos de innovación o experimentación relacionados con la reforma educativa o problemas concretos de intervención en el aula. Eran aportaciones valiosas a la educación matemática ya que ayudaban al

6 Las primeras Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (I JAEM) se celebran en Barcelona en 1981. En 1988 se funda la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

desarrollo del trabajo del aula. De la importancia de estos grupos nos hablan Rico y Sierra (1994), cuando escriben “la historia de la Educación Matemática en España hubiera sido muy diferente sin la presencia activa, desbordante y, a veces, provocadora de los grupos de innovación a finales de los 70” (p. 166).

En esta época, y como consecuencia de la aprobación de Ley de Reforma Universitaria en el año 1983 se reconoce, por primera vez en España (año 1984), la existencia de un área de conocimiento llamada “Didáctica de la Matemática”, integrada por profesores universitarios con una formación básica en Matemáticas, pudiendo formar Departamentos universitarios⁷ específicos (3 Departamentos), en unión con áreas de Matemáticas (14 Departamentos) o con el área de Didáctica de las Ciencias Experimentales (7 Departamentos). La creación de estos departamentos supuso disponer de medios personales y materiales, ayudas institucionales y otros recursos para facilitar la investigación en este campo (Rico y Sierra, 2000).

En la década de los 90, los departamentos donde se ubican los profesores del área de conocimiento de ‘Didáctica de la Matemática’ adquieren un mayor protagonismo en la realización y dirección de las tesis y en el desarrollo de proyectos de investigación regionales y nacionales, sobre temas específicos de la educación matemática. En 1994, específicamente o en colaboración con otras áreas, se constataban diferentes Programas de Doctorado⁸ en universidades españolas (Almería, Autónoma de Barcelona, Granada, Extremadura, La Laguna, Sevilla, Valencia, Valladolid). Era un cambio respecto de la situación anterior donde eran los Departamentos de Ciencias de la Educación o de Psicología los que nos daban apoyo y cobertura para la lectura de Tesis Doctorales sobre Educación Matemática. Ello, tuvo como consecuencia la formación de un nuevo profesorado universitario motivado e interesado por la investigación en educación matemática (Rico, 1999).

El desarrollo de proyectos de investigación y de programas de doctorado propios supuso un impulso considerable y sostenido a la investigación en educación matemática. Ello, nos permitió revisar y transmitir

7 En Rico, L. (1994) se muestra un cuadro con la adscripción del área de Didáctica de la Matemática en 27 departamentos universitarios.

8 Rico (1999) sitúa el inicio de los primer Programas de Doctorado de Didáctica de la Matemática en el curso 1988-89, en las Universidades Autónoma de Barcelona, Granada y Valencia. Señala, así mismo, que las primeras tesis en el programa de la Universidad de Granada se leyeron en el curso 1994-95.

los avances científicos, consolidar líneas de investigación sobre temas generales y otros específicos en relación a la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas y formar y/o mantener grupos de investigación que han potenciado la colaboración entre investigadores de diferentes universidades españolas y con investigadores cualificados de otros países.

Este paso fue, para la investigación en Educación Matemática en España, un salto cualitativo importante. Se empezaron a plantear problemas de investigación en relación a cómo aprenden los alumnos, qué factores influyen en la E/A de las matemáticas y cuál es su incidencia, cómo podemos caracterizar el pensamiento y conocimiento de los profesores, cómo incide el uso de las nuevas tecnologías en la educación matemática, análisis curriculares y de recursos y materiales, etc. Abarcando todos los niveles educativos. A partir de este momento, los profesores de Didáctica de las Matemáticas empezamos a formar grupos de investigación dentro de la Universidad, intensificamos la búsqueda de canales para la realización de tesis doctorales y se incrementó el número de proyectos de investigación específicos de la educación matemática.

También, es significativo que en el año 1996 se creara la *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*⁹ www.seiem.es, en un acto al que asisten 35 investigadores universitarios que representan a 20 universidades españolas. A partir de este momento se intensificará y organizará la participación española en diferentes eventos internacionales sobre investigación en educación matemática como el International Congress on Mathematics, en el International Group for the Psychology of Mathematics Education o en la European Conference on Educational Research, entre otros, y en seminarios específicos de algunos campos de la investigación en educación matemática.

En 1997, se celebra su primer simposio donde quedan organizados grupos de trabajo que se nuclean entorno a las principales preocupaciones sobre la investigación en educación matemática de sus miembros: Didáctica del Análisis, Aprendizaje de la Geometría, Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, Pensamiento Numérico y Algebraico, Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor, Historia de la Educación Matemática y Educación Infantil. Todos ellos, excepto el último, permanecen en la actualidad con gran dinamismo por parte

⁹ El Boletín 0 de la SEIEM, publicado en abril de 1996, está dedicado a la constitución de la sociedad.

<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/boletines/Boletin0.pdf>

de sus miembros y con importantes investigaciones (Proyectos de Investigación y Tesis Doctorales) y producciones científicas a nivel nacional e internacional.

Probablemente, estas referencias anteriores estén en el origen en la determinación de las tres etapas de crecimiento, en la investigación en educación matemática, que Torralbo, Vallejo y Fernández (2003) consideran: 1965 – 1985; 1986 – 1995 y a partir de 1996. Rico y Sierra (2000) aclara esta distinción al señalar que la primera etapa correspondería con la realización de tesis doctorales en otras áreas educativas, que finalizaría a finales de los 80 y principio de los 90. La segunda, centrada en la matemática pero sin una visión específica del propio campo. Y la tercera generación serían doctores formados dentro de los programas de doctorados de Didáctica de la Matemática.

Simultáneamente, desde otros ámbitos universitarios e institucionales, fundamentalmente, desde los departamentos de Psicología y Pedagogía y desde el Instituto Nacional de Ciencias de la Educación (INCIE)¹⁰, se abordaban investigaciones relacionadas con la educación matemática. En una revisión de 50 tesis leídas en estos departamentos hasta el año 1994, podemos constatar que, mayoritariamente, se centraban sobre temas de carácter general y, en los niveles, de lo que hoy es primaria y secundaria obligatoria de primer ciclo. También, hemos encontrado tres trabajos sobre educación infantil relacionados centrados en aspectos prenuméricos. El tema más frecuente, de estas investigaciones, era la medición del rendimiento escolar a través de pruebas objetivas, analizados por procedimientos cuantitativos, en diferentes niveles educativos, que se correlacionaba con diferentes variables de género, nivel socioeconómico, inteligencia general, tipo de centro, etc. El instrumento de investigación mayoritario en estos trabajos era la utilización de cuestionarios y el uso de la estadística como metodología preferente. Diferentes trabajos inciden sobre aspectos incluidos en el dominio afectivo, tan de moda actualmente, como la creatividad, la motivación o la actitud al abordar la educación matemática. También se desarrollaron algunas experiencias con grupos de alumnos que siempre eran comparadas con algún grupo de control que validara los resultados. Igualmente, podemos encontrar tres trabajos con alumnos con necesidades educativas especiales. Un

10 En las memorias de investigación del INCIE aparecen algunas referencias a trabajos sobre Educación Matemática, llevadas a cabo en la década de los 70 (Rico Sierra, 2000).

aspecto que nos parece importante resaltar es que estas investigaciones no se centran en contenidos específicos de matemáticas salvo para analizar el aprendizaje de los primeros números y los problemas aritméticos. Es decir, consideraban las Matemáticas como un todo sin tener en cuenta que el contenido matemático fuera un referente fundamental que influye en el resultado en la investigación.

Considerábamos importante hacer este recordatorio, y agradecer a estos departamentos que dieran cobijo a los profesores del área de Didáctica de la Matemática que, en los años 80 y primeros de los 90, optaron por realizar sus tesis doctorales sobre educación matemática. Debemos señalar que la investigación en educación matemática desde campos de la psicología y de la pedagogía sigue teniendo, aún, presencia en la dirección de tesis doctorales y proyectos de investigación competitivos, en España. Y, dada esta continuidad nos parecería conveniente profundizar en la colaboración entre todas estas áreas lo que sería beneficioso para la investigación y para la enseñanza de las Matemáticas (Blanco y Guerrero, 2002).

La investigación en Educación Matemática a partir de los 90

A partir de la década de los 90, se aprecia una incorporación decidida de profesores del área de Conocimiento de Didáctica de la Matemática, y de profesores de secundaria a proyectos de investigación. Ello provocará que el contenido matemático sea un elemento de importancia en el marco teórico y en los objetivos considerados.

En este apartado, para mostrar líneas importantes de investigación en el panorama español vamos a considerar como referencia guía los contenidos de los diferentes Seminarios de Investigación, que la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática viene organizando desde su fundación¹¹. Entendemos que los contenidos de los mismos, desarrollado en los últimos 14 años, reflejan los intereses y producciones de los investigadores españoles que centran su actividad en la educación matemática¹².

11 Las actas de los diferentes simposios se encuentra publicadas en la página de la SEIEM <<http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>> y recogen el contenido de todos los seminarios. Los temas considerados lo son tanto en el objetivo del seminario como en algunas de las ponencias publicadas.

12 En el apartado citaremos los nombres de diferentes investigadores y su centro de trabajo, ya que sería prolífico citar sus producciones científicas.

Temas de investigación tratados en los Seminarios de Investigación:

- Didáctica del Análisis: Pamplona, 1998; Huelva, 2000; Granada, 2003, Córdoba, 2005.
- Formación inicial y desarrollo profesional del profesorado de Matemáticas: Zamora, 1997; La Coruña, 2004; Santander, 2009.
- Resolución de Problemas: Zamora, 1997; Pamplona, 1998; Badajoz, 2008.
- Enseñanza/Aprendizaje de la Geometría: Valladolid, 1999; Lérida, 2009.
- Pensamiento numérico y algebraico: Valladolid, 1999; La Laguna, 2007.
- Estadística y probabilidad: Pamplona, 1998; La Laguna, 2007.
- Desarrollo de las nuevas tecnologías, en general y en referencias a tópicos específicos: Pamplona, 1998; Córdoba, 2005.
- Investigación en Evaluación del conocimiento matemático: La Coruña, 2004.
- Educación Matemática y diversidad: Lérida, 2010.
- Análisis de los Libros de Texto: Valladolid, 1999, Santander, 2009.

La consideración de contenidos matemáticos como centro de la investigación se aprecia en los trabajos presentados en la Universidad Autónoma de Barcelona desde el inicio de los 90. A este respecto, queremos resaltar la línea que se inicia en esa fecha, y que aún se mantiene, relacionada con la Didáctica del Análisis y que está en el origen del Grupo de Investigación de la SEIEM del mismo nombre y que recoge investigadores de la Universidad Autónoma de Barcelona, de Salamanca, de Valladolid, de La Laguna y de Jaén. Fruto de ello son, al menos 25 Tesis Doctorales, en estas y otras universidades, sobre la enseñanza /aprendizaje de las derivadas, límites, integrales, y diferentes proyectos de investigación que han dado lugar a una abundante literatura científica sobre el tema. Es de resaltar que estas investigaciones se han centrado tanto en estudiantes como profesores de secundaria obligatoria, Bachillerato y Universidad, en titulaciones de ingeniero o economía y en la propia licenciatura de Matemáticas. Este último nivel académico es de destacar por cuanto constituye una de las primeras y escasas referencias de investigaciones cuya población de estudio son estudiantes de Matemáticas.

En la III SEIEM (Valladolid, 1999) C. Azcárate, (Universidad Autóno-

ma de Barcelona), M. Camacho (Universidad de La Laguna) y M. Sierra (Universidad de Salamanca) presentaron un trabajo sobre la investigación en Didáctica del Análisis, con referencias a trabajos españoles. El profesor A. Contreras (Universidad de Jaén), presentó en las IV SEIEM (Huelva, 2000) los resultados de un Proyecto de Investigación sobre la E/A de conceptos fundamentales del análisis matemático -límite, continuidad, derivada e integral- en manuales y en estudiantes del Bachillerato y de primer curso universitario. También, en las VII SEIEM (Granada, 2003) los profesores M. Sierra y M.T. González (Universidad de Salamanca) presentaron los resultados de otro proyecto nacional con referencias a la historia del análisis y a su tratamiento en los libros de texto de secundaria y bachillerato. En el IX SEIEM (Córdoba, 2005) se celebró un Seminario Específico sobre la investigación en Didáctica del Análisis, coordinado por la profesora C. Azcárate (Universidad Autónoma de Barcelona) con la participación de los profesores M. Moreno (Universidad de Lleida), M. Camacho (Universidad de La Laguna) y V. Font (Universidad de Barcelona).

El estudio de la funciones, globalmente o en aspectos específicos, ha sido considerado por diferentes grupos de investigación españoles. Así, el estudio de las representaciones gráficas de las funciones fue considerado en la II SEIEM, (Pamplona, 1998) por E. Lacasta (Universidad de Pamplona) y T. Ortega (Universidad de Valladolid). También en la Universidad de Sevilla, los profesores S. Llinares, M.V. Sánchez, M. García y I. Escudero han trabajado sobre el concepto de función en relación al conocimiento y desarrollo profesional de los profesores, aportando una importante producción científica, nacional e internacional.

En 1986 se celebra en Huelva el I Congreso Internacional sobre "Pensamientos de los Profesores y Toma de Decisiones" (Villar, 1986), organizado desde la Universidad de Sevilla, que sirve de punto de lanzamiento en España de una nueva línea de investigación que tendrá repercusión en la educación matemática, con nuevos problemas de investigación y la intensificación del uso de instrumentos de investigación cualitativos. A este respecto, en los años 1989 y 90 se presentan tres tesis doctorales en el Departamento de Didáctica y Organización Escolar de la Universidad de Sevilla centradas en el análisis del conocimiento, concepciones y creencias de los Estudiantes para Profesores de Primaria. Se inician las investigaciones españolas con referencia al Pedagogical Content Knowledge, en referencia al contenido matemático.

Dado que los profesores que pertenecemos al área de conocimiento de Didáctica de la Matemática desarrollamos nuestra actividad docente en la formación de profesores, esta línea de investigación se centró, en su inicio, en la formación del profesorado de primaria y de secundaria. En nuestra revisión, podemos acreditar más de 30 tesis doctorales relacionadas con el conocimiento y concepciones¹³ de los profesores y su desarrollo profesional en diferentes niveles educativos.

En el I SEIEM (Zamora, 1997) se debate la agenda de investigación centrada en el profesor, en referencia a tres subproblemas; Caracterizar el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) y los factores que influyen en su generación y desarrollo; Señalar aquellos aspectos que influyen en el proceso de razonamiento pedagógico y caracterizar los procesos de socialización. El seminario desarrolló con la participación de los profesores S. Llinares y M.V. Sánchez (Universidad de Sevilla), P. Azcárate (Universidad de Cádiz) y L.J. Blanco (Universidad de Extremadura).

En esta fecha inicia su trabajo el grupo de investigación sobre conocimiento de los profesores y desarrollo profesional¹⁴ cuyos miembros han participado en numerosos proyectos de investigación y dirección de tesis doctorales, y una amplia producción científica. En Contreras y Blanco (2002) se recogen aportaciones de estos autores en relación a la formación inicial del profesorado de primaria.

En el SIEM (La Coruña, 2004) se realizó un seminario específico sobre la formación de profesores en que se aborda la investigación sobre el proceso de aprender a enseñar matemáticas (Blanco, 1998), en relación a las diferentes componentes, teóricas y prácticas¹⁵ del CDC, y con referencia a los estudiantes para profesores de Primaria y Secundaria. Fue coordinado por S. Llinares (Universidad de Alicante), con la participación de P. Azcárate

13 Las concepciones de los profesores, en formación o en servicio, han sido estudiadas de manera general sobre las matemáticas o de manera específicas sobre geometría, estadística, probabilidad, resolución de problema y análisis.

14 Este grupo ha desarrollado su labor, principalmente, con la participación de los profesores S. Llinares y M.V. Sánchez (Universidad de Sevilla), L.J. Blanco (Universidad de Extremadura), J. Carrillo, L.C. Contreras y N. Climent (Universidad de Huelva), P. Azcárate (Universidad de Cádiz), P. Flores, J.M. Cardeñoso (Universidad de Granada) y C. Abaira (Universidad de León).

15 En la Universidad de Alicante, Extremadura, Granada, Huelva y Sevilla podemos encontrar investigaciones sobre el desarrollo de las prácticas docentes en estudiantes para profesores de primaria y secundaria. Es esta otra línea de investigación en la que se ha trabajado con estudiantes de la licenciatura de Matemáticas.

te (Universidad de Cádiz), P. Flores (Universidad de Granada) y J.P. Ponte (Universidad de Lisboa). Este tema fue, nuevamente, tratado en el XIII SEIEM (Santander, 2009) aprovechando las reformas que se proponían sobre la formación inicial del profesorado en España. Así, se desarrolló un seminario sobre “las aportaciones que la investigación en educación matemática a la formación de profesores”, que fue coordinado por M.V. Sánchez (Universidad de Sevilla), con la participación de M. Civil (Universidad de Arizona), M. Bosch (Universidad R. LLull) y H. Oliveira (Universidad de Lisboa).

La Resolución de Problemas de Matemáticas (RPM) fue un tema tratado en los dos primeros simposios de la SEIEM, y ha estado presente en numerosas comunicaciones y grupos de trabajo. En la I SEIEM, (Zamora, 1997) se organizó un seminario sobre los Problemas Aritméticos Escolares con la participación del Profesor M. Socas (Universidad de la Laguna), E. Castro (Universidad de Granada), J.L. González (Universidad de Málaga) y L. Puig (Universidad de Valencia). Este tema había sido, también, ampliamente tratado con anterioridad en investigaciones desarrolladas en los departamentos de pedagogía y psicología, por lo que las aportaciones desde el campo de la didáctica de la matemática, eran oportunas. En la II SEIEM, (Pamplona, 1998), los profesores J. Carrillo y M.L. Callejo replicaron la publicación de L. Puig sobre aspectos heurísticos de la Resolución de Problemas (Puig, 1996).

La importancia de la resolución de Problemas en la investigación, en este periodo inicial, lo avala el dato aportado en Torralbo et al (2003) al señalar la existencia de, al menos, 36 tesis doctorales relacionadas con la resolución de problemas en el periodo 1975 – 1998. Su evolución hasta fechas recientes es analizada en Castro (2008) en la XII SEIEM (Badajoz, 2008) en el Seminario de Investigación, moderado por el profesor L. Puig, sobre la “Resolución de Problemas: 30 años después”, con la participación, además, de J.M. Matos (Universidad Nova de Lisboa) y M. Santos (Cinvestav-IPN, México).

Uno de los problemas de investigación frecuentes en las investigaciones sobre RPM hace referencia al conocimiento, concepciones y creencias de los profesores en formación y en servicio. A este respecto, podríamos señalar trabajos de L.C. Contreras y J. Carrillo (Universidad de Huelva), M.L. Callejo y J. Valls (Universidad de Alicante), L.J. Blanco (Universidad de Extremadura). Y, por extensión, recientemente se han realizado trabajos de investigación que relacionan la RPM con diferentes aspectos del Dominio Afectivo.

La Geometría aparece como un tópico de referencia en, al menos, 22

tesis doctorales. A este respecto, debemos destacar las investigaciones centradas en el Modelo de Van Hiele desarrolladas en la Universidad de Valencia por los profesores A. Gutiérrez, P. Huertas y G. Guillén y A. Jaime. Investigaciones desarrolladas en la Universidad de Barcelona desarrolladas y/o dirigidas por J. Giménez o N. Rosich. Esta última investigadora desarrolló su tesis trabajando con niños sordos. Y Trabajos desarrollados en la Universidad Autónoma de Barcelona (J.M. Fortuny, N. Gorgorió y P. Cobos)¹⁶.

La investigación sobre E/A de la geometría ha sido tema en los seminarios de investigación de la SEIEM en dos ocasiones. En el III SEIEM (Valladolid, 1999) se abordaron diferentes y complementarios ámbitos. La geometría en la educación primaria (M.L. Fillol, Universidad Autónoma de Barcelona), en la formación inicial de profesores de primaria (E. de la Torre, Universidad de La Coruña), y en un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri (J. Murillo, Universidad de la Rioja), correspondiendo la réplica a M. Coriat (Universidad de Granada). También en la XIV SEIEM (Lérida, 2010) se ha desarrollado un seminario específico coordinado por A. Gutiérrez (Universidad de Valencia) con la participación de G. Guillén (Universidad de Valencia) y J.M. Fortuny (Universidad Autónoma de Barcelona) y T. Neto (Universidad de Aveiro).

Algunas investigaciones se han centrado en los conocimientos y concepciones de los EPP sobre la Geometría (M. Barrantes, Universidad de Extremadura, N. Climent, Universidad de Huelva).

Uno de los grupos más activos de la SEIEM es el de Pensamiento Numérico y Algebraico, que además divulga sus resultados a través de la revista de mismo nombre <<http://www.pna.es/>>¹⁷. Este grupo de investigación integrado, principalmente, por investigadores de las universidades de Granada, La Laguna, Málaga y Valencia abordan los procesos de E/A de la aritmética escolar, el paso de la aritmética al álgebra y resolución de problemas. Rico y Sierra (2000) indica que en el seno del grupo se habían defendido 16 tesis doctorales hasta ese momento.

En el III SEIEM (Valladolid, 1999) se presentaron investigaciones sobre pensamiento numérico (A. Ortiz, Universidad de Málaga) y algebraico (M. Socas, Universidad de La Laguna). A este respecto, quisiéramos destacar las investigaciones acerca de los errores y dificultades en la

16 En la dirección <http://www.uv.es/aprenggeom/> pueden encontrar publicaciones de los miembros del Grupo de Investigación: Aprendizaje de la Geometría.

17 También, puede consultarse la publicación Castro y Lupiáñez, (2007).

introducción al álgebra desarrolladas en la Universidad de La Laguna (M. Palareas, M. Socas y J. Hernández).

En el XI SEIEM (La Laguna, 2007) se desarrolló un seminario específico en el que se abordaron diferentes enfoques de la investigación en álgebra (A. Bruno, Universidad de La Laguna), dificultades en su aprendizaje, (M. Socas Universidad de la Laguna), su integración en la educación primaria (M. Molina, Universidad de Granada) y secundaria (F.J. García, Universidad de Jaén).

La enseñanza y aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad ha sido abordada en investigaciones desarrolladas, fundamentalmente, en las Universidades de Granada y de Jaén. Así, C. Batanero¹⁸ y A. Vallecillos (Universidad de Granada) y A. Estepa (Universidad de Jaen) presentaron en el II SEIEM (Pamplona, 1998) los resultados de una investigación desarrollada desde 1992 a 1998, dirigida al estudio de las concepciones iniciales que tienen los alumnos sobre la estadística y su evolución después de diversos experimentos de enseñanza usando ordenadores. En aquel, seminario actuaron como replicantes C. Abraira, (Universidad de León) y A. Nortes Checa, (Universidad de Murcia).

En el XI SEIEM (La Laguna, 2007) se abordó un seminario sobre la E/A de la Estadística, coordinado por C. Batanero (Universidad de Granada), desde la formación de profesores de primaria (M.C. Espinel de la Universidad de La Laguna y A. Estrada, Universidad de Lleida). Investigaciones sobre la probabilidad relacionada con el análisis de las concepciones ha sido objeto de investigación en la Universidad de Cádiz, en trabajos dirigidos por la profesora P. Azcárate.

Actualmente, el profesor Juan Díaz Godino (Universidad de Granada) está desarrollando un proyecto de investigación centrado en la formación de profesores para enseñar estadística.

El desarrollo de las Nuevas Tecnologías, en general y en referencias a tópicos específicos ha sido abordado en diferentes ocasiones. A principio de los 90, ya encontramos cuatro tesis doctorales en la Universidad de Granada sobre el uso de las calculadoras y los ordenadores en la enseñanza de las matemáticas. En el II SEIEM (Pamplona, 1998) fue abordado en relación a la enseñanza de las estadística. En la Universidad de La Laguna se han desarrollado diferentes proyectos centrados en

18 En la dirección <http://www.ugr.es/~batanero/> se puede encontrar múltiples referencia a investigaciones desarrolladas por el Grupo de Investigación sobre Educación Estadística.

la enseñanza del análisis con estudiantes de la licenciatura de matemáticas (M. Camacho) con el uso de las nuevas tecnologías. Profesores de la Universidad Autónoma de Barcelona (J.M. Fortuny) y de La Rioja (J. Murillo) desarrollaron un proyecto de investigación centrado en el uso de las NN.TT y en el análisis de las interacciones en el aula.

En la IX SEIEM (Córdoba, 2005) se desarrolló un seminario específico sobre la investigación en tecnología de la información y comunicación en educación matemática, coordinado por J.M. Fortuny, y con la participación de A. Gutiérrez (Universidad de Valencia), A. Martínez (Universidad de Córdoba), J. Murillo (Universidad de La Rioja), P. Cobos (Universidad Autónoma de Barcelona), M.J. González (Universidad de Cantabria) y O. Figueras (Cinvestav IPN, México).

Las TIC son una referencia en diferentes investigaciones que se desarrollan a la vez que son el eje sobre el que se vertebran otras. Así S. Llinares (Universidad de Alicante) viene trabajando en proyectos de investigación sobre la dimensión personal y social para la formación inicial y desarrollo profesional en entornos virtuales.

En la búsqueda realizada constatamos la escasa referencia de trabajos sobre evaluación, tanto de manera general como en referencia a tópicos específicos. Rico y Sierra (2000) señalaba que “los estudios sobre evaluación en matemáticas han recibido una atención menor por parte de los especialistas” (p. 116). Consideramos que esta afirmación sigue siendo válida como se puso de manifiesto en el seminario celebrado en el VIII SEIEM (La Coruña, 2004) coordinado por F. Gil (Universidad de Almería) con la participación de L. Rico (Universidad de Granada), J. Giménez (Universidad de Barcelona) y L. Santos (Universidad de Lisboa), y el escaso número de tesis realizadas desde el campo de la Matemática.

Algunos investigadores han trabajado acerca de la Historia de la Educación Matemática¹⁹. Así podemos encontrar investigaciones realizadas por M. Sierra (Universidad de Salamanca), L. Puig y B. Gómez (Universidad de Valencia), D. Carrillo (Universidad de Murcia), A. Bruno y A. Martinón (Universidad de La Laguna) y A. Maz (Universidad de Córdoba). Sobre este tema parece oportuno destacar los trabajos firmados por J. Onrubia y R. Colomina (Universidad de Barcelona).

El Análisis de los Libros de Texto es otro tema objeto de investigación y no sólo desde el punto de vista de la investigación histórica, como ha

¹⁹ La dirección del Grupo de Investigación sobre Historia de la Educación Matemática de la SEIEM es <http://www.seiem.es/gruposdetrabajo/historia.htm>

sido abordado por algunos de los autores citados en el párrafo anterior. En el XIII SEIEM (Santander, 2009), M. Sierra (Universidad de Salamanca) coordinó un seminario específico sobre el análisis de los libros de texto con la participación de A. Maz (Universidad de Córdoba) y B. Gómez (Universidad de Valencia) sobre su uso en la investigación histórica, y C. Monterrubio y T. Ortega (Universidad de Valladolid) sobre la creación de un modelo de valoración sobre textos escolares.

El análisis de los libros de textos ha sido investigado por otros autores como I. Sanz (Universidad del País Vasco) y L.C. Contreras (Universidad de Huelva).

La amplitud de campos que se abren en la investigación en educación matemática está en la base del desarrollo de un seminario de investigación en el XIV SEIEM (Lérida, 2010) con el título de Matemática y Diversidad coordinado por E. de la Torre (Universidad de La Coruña), en referencia a tres ámbitos. En relación a aspectos socioculturales (N. Planas, Universidad Autónoma de Barcelona). En esta universidad se están desarrollando dos proyectos de investigación en relación al aprendizaje de los alumnos inmigrantes y la formación de familiares para paliar situaciones de exclusión. Debemos citar otros enfoques socioculturales en la investigación en formación de profesores (M.V. Sánchez, Universidad de Sevilla) y otros como la etnomatemáticas (M.L. Oliveras, Universidad de Granada) que han merecido la atención de algunos investigadores con repercusión internacional.

Relacionados con las Necesidades Educativas Especiales A. Bruno, (Universidad de la Laguna) realizó una presentación de los problemas de investigación en este campo y presentó los resultados de la investigación que están llevando en su grupo de investigación. Y, finalmente, I. Gómez Chacón (Universidad Complutense de Madrid) abordó el Dominio Afectivo en la educación matemática, con una importante revisión del estado de la cuestión, tanto en España como internacionalmente. Este último aspecto tiene una presencia importante en la actualidad con unas 25 tesis doctorales leídas, muchas de las cuales lo son en departamentos de psicología. Desde el área de la Didáctica de la Matemática L.J. Blanco (Universidad de Extremadura), E. Castro (Universidad de Granada), E. de la Torre (Universidad de La Coruña) han dirigido tesis doctorales y/o proyectos de investigación, presentando una importante producción científica. Actualmente, T. Ortega (Universidad de Valladolid) dirige un proyecto nacional sobre dominio afectivo y formación inicial de Maes-

tros que involucra a varias universidades españolas.

El desarrollo de las competencias en la enseñanza obligatoria fue objeto de un seminario específico en la X SEIEM (Huesca, 2006) con la participación de F. Moreno (Universidad de Almería), L. Puig (Universidad de Valencia) y C. Burgués (Universidad de Barcelona). Actualmente, se están desarrollando proyectos de investigación sobre competencias matemáticas relacionadas con la estadística (C. Batanero, Universidad de Granada), sobre resolución de problemas de probabilidad (P. Huertas, Universidad de Valencia), y resolución de problemas aritméticos-algebraicos (L. Puig, Universidad de Valencia), sobre resolución de problemas haciendo uso de herramientas tecnológicas (M. Camacho, Universidad de La Laguna) y en el nivel de educación primaria en la Universidad de Almería o en la formación de profesores de secundaria (L. Rico, Universidad de Granada). J. M. Fortuny (Universidad Autónoma de Barcelona) dirige actualmente un proyecto sobre análisis y mejora de las competencias matemáticas en educación secundaria en un entorno tecnológico.

La educación infantil es un tema escasamente abordado desde el área de Didáctica de la Matemática pero no así desde el ámbito de la pedagogía y psicología. No obstante, podemos encontrar trabajos de M. Edo (Universidad Autónoma de Barcelona), T. Sierra (Universidad Complutense de Madrid) y M. Marín (Universidad de Castilla La Mancha)²⁰.

En la revisión hemos encontrado algunas investigaciones acerca del uso de recursos en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas que resultan interesantes. Así, hemos encontrado tesis y proyectos de investigación sobre el uso de juegos y matemática recreativa para la resolución de problemas o la literatura como recurso didáctico (M. Marín, Universidad de Castilla La Mancha).

Finalmente, quisiéramos señalar que en los diferentes seminarios de investigación se han abordado de forma periódica el análisis de la metodología e instrumentos de investigación en educación matemática. Consideramos que el debate sobre los instrumentos de investigación es un elemento importante que nos permite consolidar y validar, tanto el trabajo desarrollado como los resultados obtenidos.

De esta manera podemos encontrar referencias específicas en las

²⁰ En el XIV SEIEM (Lérida, 2010), como consecuencia de la implantación del Grado de Infantil, hemos adquirido el compromiso de volver a formar el grupo de investigación sobre la educación matemática en el nivel de infantil.

actas del I SEIEM (Zamora, 1997). En el II SEIEM (Pamplona, 1998) se analizó la entrevista como instrumento de investigación y en la VI SEIEM (Logroño, 2002) C. Chamorro (Universidad Complutense) disertó sobre la observación. La descripción de diferentes marcos teóricos y metodológicos para la investigación en educación matemática fue objeto de debate en la III (Valladolid, 1999) y V SEIEM (Almería, 2001). El Análisis Didáctico fue objeto de debate en el X SEIEM (Huesca, 2006) y constituye una línea de trabajo de Juan Díaz Godino (Universidad de Granada).

Finalmente, quisiera señalar la existencia de un grupo de trabajo que centra su actividad en Analizar y confrontar las nociones básicas de aproximaciones epistemológica, antropológica, psicológica y semiótica en didáctica de las matemáticas. Conforman este grupo, entre otros investigadores, D. Carrillo (Universidad de Murcia), Juan Díaz Godino (Universidad de Granada) y Josep Gascón (Universidad Autónoma de Barcelona).

Conclusión

Somos conscientes de ausencias que puedan ser significativas en relación a la investigación e investigadores en educación matemática, fundamentalmente, de las desarrolladas en otras áreas relacionadas con la psicología y pedagogía. Pero, estimados que se da una información útil para aquellos que, por diferentes motivos, deseen tener una idea de los problemas de investigación abordados, en relación a la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Las referencias que se indican permiten al lector iniciar la búsqueda sobre aquellos temas que le interese.

Los pocos años de vida de la investigación en educación matemática en España hace que cada vez sean más los problemas que se abordan así como los instrumentos de investigación utilizados.

Finalmente, quisiera recordar la importancia de trasladar los resultados de la investigación a la práctica escolar, ya que un objetivo básico en toda investigación educativa es mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje. A este respecto, retomo la reflexión de C. Azcárate a propósito de la distancia entre estamentos dedicados a la educación: "Unos piensan acerca de lo que es la enseñanza, otros deciden lo que hay que enseñar y otros hacen el trabajo práctico" (Blanco y Casas, 1994, 80).

Sirva esta cita para significar la importancia que las instituciones edu-

cativas debieran darle a la investigación en educación matemática si queremos mejorar la calidad de la enseñanza/aprendizaje y el rendimiento de nuestros alumnos.

Referencias bibliográficas

- Armendáriz, M.V.; Azcárate, C. y Delofeu, J. (1993). Didáctica de la Matemática y psicología. *Infancia y Aprendizaje*, nº 62-63, 77-99.
- Balbuena, L. (1991). La educación matemática y sus protagonistas. *Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado*, nº 21. 23-31.
- Blanco, L.J. (1998). Otro nivel de aprendizaje: perspectivas y dificultades de aprender a enseñar Matemáticas. *Cultura y Educación* 9, 77 - 96.
- Blanco, L.J. y Casas, L. (Coord.) (1994). *Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas*. Badajoz: S.E.E.M.
- Blanco, L.J. y Guerrero, E. (2002). Profesores de Matemáticas y Psicopedagogos. Un encuentro necesario. En Penalva, M.C.; Torregrosa, G. y Valls J. (Coords). *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*. Universidad de Alicante. 121-140.
- Castro, E. y Lupiáñez, J.L. (Eds) (2007). *Investigaciones en educación matemática: Pensamiento numérico*. Libro homenaje a J. Cázares. Universidad de Granada.
- Castro, E. (2008). Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. *Actas de la XII SEIEM*. Badajoz. 113-140.
- Contreras, L.C. y Blanco, L.J. (Coords.) (2002). *Aportaciones a la Formación Inicial de Maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura. ISBN: 84-7723-510-4 Depósito Legal: S. 1.142-2002.
- De Moya, F. (2003). Visibilidad internacional de la investigación española en Ciencias de la Educación. El caso de la Didáctica de la Matemática. *Actas de la VII SEIEM*. Granada. 11 – 24.
- Gutiérrez, A. (1991): *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde “ISI-web of knowledge” y ERIH. *Actas de la XII SEIEM*. Badajoz. 25-53.
- Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas*. Comares. Granada.
- Rico, L. (1994). Mitos y realidades de la Educación Matemática en España. En Blanco, L. y Casas, L. (Coord.) *Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas* (pp. 41-62). Badajoz: SEEM.
- Rico, L. y Sierra, M. (1994). Educación matemática en la España del Siglo XX. En En Kilpatrick, J.; Rico, L. y Sierra, M.; *Educación Matemática e investigación* (pp. 97 – 207). Madrid: Síntesis.
- Rico, L. (1999). Desarrollo en España de los estudios de Doctorado en Didáctica de la

- Matemática. En Katt, K. y Hitt, F. (eds.): Dirección de Tesis de Doctorado en Educación Matemática: Una perspectiva Internacional. 1-28. México: CINVESTAV. Extraído el 20 de Agosto de 2010 desde <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL99-142.PDF>.
- Rico, L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de la matemática e investigación. En J. Carrillo y L.C. Contreras (eds). Matemática española en los albores del siglo XXI (pp. 77-131). Huelva: Regué.
- Torralbo, M., Vallejo, M. y Fernández, A. (2003). Panorama de la investigación en educación matemática en España a través de las Tesis Doctorales. Actas de la VII SEIEM. Granada.
- Torralbo et all (2003). Tesis Doctorales españolas en Educación Matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 22 (2), 295 – 305.
- Torralbo, M., Vallejo, M., Fernández, A. y Rico, L. (2004). Análisis metodológico de la producción española de tesis doctorales en educación matemática (1976-1998). RELIEVE, v.10 (1), 41-59. http://www.uv.es/RELIEVE/v10n1/RELIEVEv10n1_3.htm
- Vallejo, M., Torralbo, M. y Fernández, A. (2005). Análisis diacrónico de la producción española de tesis doctorales en educación matemática mediante la metodología ARIMA en datos de diseños longitudinales. Actas de la IX SEIEM. Córdoba. 163-174.
- Vallejo, M., Fernández, A., Torralbo, M. y Maz, A. (2007). La investigación española en educación matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 25 (2), 259-266.
- Villar, L.M. (1986). *Pensamiento de los profesores y toma de decisiones*. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad.

