



UNIVERSIDAD DE MURCIA
ESCUELA INTERNACIONAL DE DOCTORADO
TESIS DOCTORAL

SIMULACIÓN NUMÉRICA, MEDIANTE ANALOGÍA
TERMOELÉCTRICA, DE PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DE
CALOR EN DISTINTAS GEOMETRÍAS CON PROPIEDADES DE
LOS MATERIALES DEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA

D.^a Martina Fernández García
2024



UNIVERSIDAD DE MURCIA
ESCUELA INTERNACIONAL DE DOCTORADO
TESIS DOCTORAL

SIMULACIÓN NUMÉRICA, MEDIANTE ANALOGÍA
TERMOELÉCTRICA, DE PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DE
CALOR EN DISTINTAS GEOMETRÍAS CON PROPIEDADES DE LOS
MATERIALES DEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA

Autor: D.^a Martina Fernández García

Director/es: D. Francisco del Cerro Velázquez

D. Juan Francisco Sánchez Pérez



**DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD
DE LA TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE DOCTOR**

Aprobado por la Comisión General de Doctorado el 19-10-2022

D./Dña. Martina Fernández García

doctorando del Programa de Doctorado en

Química Básica y Aplicada

de la Escuela Internacional de Doctorado de la Universidad Murcia, como autor/a de la tesis presentada para la obtención del título de Doctor y titulada:

Simulación numérica, mediante analogía termoelectrica, de problemas de transmisión de calor en distintas geometrías con propiedades de los materiales dependientes de la temperatura.

y dirigida por,

D./Dña. Francisco del Cerro Velázquez

D./Dña. Juan Francisco Sánchez Pérez

D./Dña.

DECLARO QUE:

La tesis es una obra original que no infringe los derechos de propiedad intelectual ni los derechos de propiedad industrial u otros, de acuerdo con el ordenamiento jurídico vigente, en particular, la Ley de Propiedad Intelectual (R.D. legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de Propiedad Intelectual, modificado por la Ley 2/2019, de 1 de marzo, regularizando, aclarando y armonizando las disposiciones legales vigentes sobre la materia), en particular, las disposiciones referidas al derecho de cita, cuando se han utilizado sus resultados o publicaciones.

Si la tesis hubiera sido autorizada como tesis por compendio de publicaciones o incluyese 1 o 2 publicaciones (como prevé el artículo 29.8 del reglamento), declarar que cuenta con:

- La aceptación por escrito de los coautores de las publicaciones de que el doctorando las presente como parte de la tesis.*
- En su caso, la renuncia por escrito de los coautores no doctores de dichos trabajos a presentarlos como parte de otras tesis doctorales en la Universidad de Murcia o en cualquier otra universidad.*

Del mismo modo, asumo ante la Universidad cualquier responsabilidad que pudiera derivarse de la autoría o falta de originalidad del contenido de la tesis presentada, en caso de plagio, de conformidad con el ordenamiento jurídico vigente.

En Murcia, a 23 de septiembre de 2024

FERNANDEZ GARCIA,
MARTINA
(AUTENTICACIÓN)

Firmado digitalmente por
FERNANDEZ GARCIA, MARTINA
(AUTENTICACIÓN)
Fecha: 2024.09.23 17:49:32 +02'00'

Fdo.: Martina Fernández García

Esta DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD debe ser insertada en la primera página de la tesis presentada para la obtención del título de Doctor.

Información básica sobre protección de sus datos personales aportados	
Responsable:	Universidad de Murcia. Avenida teniente Flomesta, 5. Edificio de la Convalecencia. 30003; Murcia. Delegado de Protección de Datos: dpd@um.es
Legitimación:	La Universidad de Murcia se encuentra legitimada para el tratamiento de sus datos por ser necesario para el cumplimiento de una obligación legal aplicable al responsable del tratamiento. art. 6.1.c) del Reglamento General de Protección de Datos
Finalidad:	Gestionar su declaración de autoría y originalidad
Destinatarios:	No se prevén comunicaciones de datos
Derechos:	Los interesados pueden ejercer sus derechos de acceso, rectificación, cancelación, oposición, limitación del tratamiento, olvido y portabilidad a través del procedimiento establecido a tal efecto en el Registro Electrónico o mediante la presentación de la correspondiente solicitud en las Oficinas de Asistencia en Materia de Registro de la Universidad de Murcia

RESUMEN

Para la resolución de problemas transmisión de calor, generalmente, una de las aproximaciones más extendidas es suponer que las propiedades de los materiales son constantes con la temperatura. Sin embargo, para modelizar y simular este tipo de problemas con mayor precisión, podría resultar interesante considerar la densidad, la conductividad térmica y el calor específico de los materiales variables con la temperatura. Por ello, en la tesis, se planteó como objetivo general la implementación de problemas de transmisión de calor considerando la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura. En este sentido, se propusieron ejemplos y ensayos con distintos materiales y distintas geometrías para valorar cuantitativa y cualitativamente la reducción de errores y, con ello, la mayor exactitud de cálculo en la resolución numérica de los procesos de transmisión de calor.

La metodología que se siguió contó con varias fases diferenciadas. En primer lugar, se desarrollaron los modelos matemáticos en distintas geometrías (pared plana, cilíndrica y esférica) para la resolución de los problemas de transmisión de calor, considerando en todos los casos modelos con las propiedades de los materiales dependientes de la temperatura. En segundo lugar, se diseñaron los modelos en red equivalentes a los modelos matemáticos desarrollados anteriormente para cada una de las geometrías. De esta forma, se definieron los circuitos equivalentes para cada una de las celdas asociadas a cada geometría. A continuación, se programaron los modelos en red en Matlab y Ngspice y las distintas posibilidades para la representación gráfica de la solución de los problemas.

Antes de comenzar las simulaciones de problemas reales, se validó el software mediante un ensayo de laboratorio comparando los resultados obtenidos experimentalmente con los resultados arrojados por el programa. Para ello, se tomaron tres botellas de uso común en el consumo de agua de diferentes materiales, con un doble objetivo: en primer lugar, validar el modelo propuesto con datos experimentales y, en segundo lugar, estudiar la variación de temperatura en el interior de la botella, ya que ésta podría conllevar un aumento en la migración de sustancias al líquido en materiales plásticos. Los resultados obtenidos en el experimento nos llevaron a concluir que el software implementado seguía fielmente la realidad de lo sucedido en el laboratorio, por tanto, se validó de forma favorable.

Tras este experimento, se simularon problemas con el software para las diferentes geometrías. Se realizaron 4 simulaciones distintas: tanque cilíndrico con etanol líquido y acero inoxidable AISI 316; tanque esférico con CO_2 líquido y acero inoxidable AISI 304; botella cilíndrica con amoníaco y aluminio Al 7075 y puerta de aluminio Al 6061. Para todos estos ejemplos, se comparó el efecto

existente en la consideración o no de las propiedades de los materiales dependientes de la temperatura y el error cometido al considerarlas constantes. Como conclusiones de la tesis puede afirmarse, por un lado, que la variabilidad de las propiedades de los materiales: densidad, conductividad térmica y calor específico, debe tenerse en cuenta al simular problemas de transmisión de calor donde se requiera una mayor precisión en los resultados y, por otro lado, que el programa desarrollado en Matlab, permite simular problemas con las geometrías: pared plana, cilíndrica y esférica considerando las propiedades dependientes de la temperatura, siguiendo una ecuación de grado dos como máximo, minimizando, con ello, el error de cálculo respecto al que se cometería considerando las propiedades constantes.

ABSTRACT

In solving heat transfer problems, one of the most common approaches is to assume that material properties are constant with temperature. However, in order to model and simulate this type of problems more accurately, it could be interesting to consider the density, thermal conductivity and specific heat of materials varying with temperature. Therefore, in the thesis, the general objective was the implementation of heat transfer problems considering the dependence of material properties on temperature. In this sense, examples and tests with different materials and different geometries were proposed in order to quantitatively and qualitatively evaluate the reduction of errors and, thus, the highest calculation accuracy in the numerical resolution of heat transfer processes.

The methodology followed consisted of several distinct phases. First, mathematical models were developed for different geometries (flat wall, cylindrical and spherical) to solve the heat transfer problems, considering in all cases models with temperature-dependent material properties. Secondly, the network models equivalent to the mathematical models previously developed for each of the geometries were designed. In this way, the equivalent circuits were defined for each of the cells associated with each geometry. Then, the network models were programmed in Matlab and Ngspice and the different possibilities for the graphical representation of the solution of the problems were programmed.

Before starting the simulations of real problems, the software was validated by means of a laboratory test comparing the results obtained experimentally with the results obtained by the program. For this purpose, three bottles of different materials commonly used in water consumption were taken, with a double objective: firstly, to validate the proposed model with experimental data and, secondly, to study the temperature variation inside the bottle, since this could lead to an increase in the migration of substances to the liquid in plastic materials. The results obtained in the experiment led us to conclude that the software implemented faithfully followed the reality of what happened in the laboratory and was therefore validated favourably.

After this experiment, problems were simulated with the software for the different geometries. Four different simulations were performed: cylindrical tank with liquid ethanol and AISI 316 stainless steel; spherical tank with liquid CO₂ and AISI 304 stainless steel; cylindrical bottle with ammonia and Al 7075 aluminum and Al 6061 aluminum door. For all these examples, the existing effect of considering or not considering temperature-dependent material properties and the error made when considering them constant were compared.

As conclusions of the thesis it can be stated, on the one hand, that the variability of the properties of the materials: density, thermal conductivity and specific heat, must be taken into account when simulating heat transfer problems where greater precision in the results is required and, on the other hand, that the program developed in Matlab, allows simulating problems with the geometries: flat, cylindrical and spherical wall considering the properties dependent on temperature, following an equation of degree two at most, thus minimizing the calculation error with respect to that which would be committed considering the constant properties.

Índice

GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	17
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	21
1.1. Introducción	21
1.2. Objetivos	23
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	25
2.1. INTRODUCCIÓN.....	25
2.2. CONDUCCIÓN DE CALOR.....	28
2.2.1. Modelo geometría plana	30
2.2.2. Modelo geometría cilíndrica	31
2.2.3. Modelo geometría esférica	32
2.2.4. Medios multicapa	33
2.3. CONDUCCIÓN DE CALOR EN ALETAS	35
2.3.1. Introducción	35
2.3.2. Ecuación diferencial de la aleta 1-D. Hipótesis simplificadoras.....	37
2.4. CONVECCIÓN DE CALOR	39
2.4.1. Convección natural.....	39
2.4.2. Convección forzada	40
2.4.2.1. Ejemplos de convección forzada en la vida cotidiana	41
2.4.2.2. Ejemplos de convección forzada en la industria.....	42
2.5. RADIACIÓN	42
2.6. CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA	44
2.6.1. Condición de contorno de primera clase	45
2.6.2. Condición de contorno de segunda clase	45
2.6.3. Condición de contorno de tercera clase	46
2.6.4. Condición de radiación	46
2.6.5. Condición de contacto entre medios.....	46
2.7. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES DEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA.....	47
2.7.1. Conductividad térmica	48
2.7.2. Calor específico.....	48

2.7.3. Densidad	49
2.7.4. Ecuaciones dependientes de la temperatura	49
CAPÍTULO 3. MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES.....	53
3.1. INTRODUCCIÓN.....	53
3.2. ELEMENTOS PASIVOS Y ACTIVOS	55
3.2.1. Elementos pasivos.....	56
3.2.1.1. Resistencias.....	56
3.2.1.2. Condensadores	56
3.2.2. Elementos activos	57
3.2.2.1. Fuentes constantes o dependientes del tiempo	57
3.2.2.2. Fuentes controladas de tensión o corriente.....	58
3.3. MESIR como método numérico	59
CAPÍTULO 4. MODELOS EN RED	61
4.1. Analogía termoeléctrica	61
4.2. Modelos en red para medios homogéneos y sus condiciones de contorno	62
4.2.1. Modelo 2-D para la pared plana	62
4.2.2. Modelo 2-D para el cilindro	65
4.2.3. Modelo 1-D para la esfera.....	69
4.2.4. Modelo en red para las propiedades dependientes de la temperatura	71
4.2.5. Modelo en red para las condiciones de contorno	72
4.3. Programación con Matlab	74
4.4. Ngspice	76
4.4.1. Análisis en DC.....	76
4.4.2. Análisis en AC.....	77
4.4.3. Análisis en transitorio	77
4.4.4. Análisis a diferentes temperaturas.....	77
CAPÍTULO 5. RESULTADOS.....	79
5.1. Validación del software.....	79
5.1.1. Propiedades de los materiales dependientes de la temperatura.....	79
5.1.2. Validación del modelo.....	86
5.1.3. Resultados y casos prácticos.....	88
5.1.4. Discusión.....	94

5.2. Tanque cilíndrico	95
5.2.1. Introducción	95
5.2.2. Propiedades del etanol	95
5.2.2.1. Propiedades constantes.....	95
5.2.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	96
5.2.3. Propiedades del acero inoxidable 316	98
5.2.3.1. Propiedades constantes.....	98
5.2.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	98
5.2.4. Simulaciones.....	100
5.2.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora.....	100
5.2.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas	102
5.2.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas	105
5.2.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora	107
5.2.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas.....	110
5.2.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas.....	112
5.2.5. Resumen de resultados	115
5.2.6. Discusión.....	116
5.3. Tanque esférico	118
5.3.1. Introducción	118
5.3.2. Propiedades del CO ₂	118
5.3.2.1. Propiedades constantes.....	118
5.3.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	119
5.3.3. Propiedades del AISI 304	121
5.3.3.1. Propiedades constantes.....	121
5.3.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	121
5.3.4. Simulaciones.....	123
5.3.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora.....	123
5.3.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas	125
5.3.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas	127
5.3.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora	129
5.3.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas.....	131
5.3.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas.....	133
5.3.5. Resumen de resultados	136
5.3.6. Discusión.....	137

5.4. Botella de almacenaje de amoniaco.....	139
5.4.1. Introducción	139
5.4.2. Propiedades del amoniaco	139
5.4.2.1. Propiedades constantes.....	139
5.4.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	139
5.4.3. Propiedades aleación aluminio 7075	141
5.4.3.1. Propiedades constantes.....	141
5.4.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	141
5.4.4. Simulaciones.....	143
5.4.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora.....	143
5.4.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas	145
5.4.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas	148
5.4.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora	150
5.4.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas.....	153
5.4.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas.....	155
5.4.5. Resumen de resultados	158
5.4.6. Discusión.....	159
5.5. Pared plana	160
5.5.1. Introducción	160
5.5.2. Propiedades del aluminio 6061.....	160
5.5.2.1. Propiedades constantes.....	160
5.5.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura.....	160
5.5.3. Simulaciones.....	162
5.5.3.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 minuto	162
5.5.3.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 minutos....	163
5.5.3.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 30 minutos....	165
5.5.3.4. Simulación bajo condiciones de verano durante 60 minutos....	166
5.5.3.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 minuto	168
5.5.3.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 minutos ..	169
5.5.3.7. Simulación bajo condiciones de invierno durante 30 minutos ..	171
5.5.3.8. Simulación bajo condiciones de invierno durante 60 minutos ..	172
5.5.4. Resumen de resultados	173
5.5.5. Discusión.....	174
CAPÍTULO 6. SÍNTESIS Y CONCLUSIONES.....	175

6.1. Consecución de los objetivos	175
6.2. CONCLUSIONES.....	177
REFERENCIAS	179

Índice de Figuras

Figura 1. Balance de energía de un cuerpo	29
Figura 2. Coordenadas rectangulares.....	31
Figura 3. Coordenadas cilíndricas	32
Figura 4. Coordenadas esféricas.....	33
Figura 5. Ejemplo de medio multicapa para geometría cilíndrica.....	35
Figura 6. Nomenclatura aleta longitudinal	37
Figura 7. Densidad polipropileno dependiente de la temperatura.....	50
Figura 8. Conductividad térmica polipropileno dependiente de la temperatura	50
Figura 9. Calor específico polipropileno dependiente de la temperatura.....	51
Figura 10. Difusividad térmica polipropileno dependiente de la temperatura...	51
Figura 11. Analogía variables térmicas y eléctricas.....	54
Figura 12. Representación de una resistencia lineal	56
Figura 13. Representación de un condensador lineal.....	57
Figura 14. Representación de fuentes constantes	57
Figura 15. Representación de fuentes dependientes del tiempo.....	58
Figura 16. Representación de fuentes controladas de tensión y corriente.....	58
Figura 17. Nomenclatura de elementos de volumen para pared plana.....	64
Figura 18. Modelo en red de un elemento de volumen para pared plana.....	65
Figura 19. Nomenclatura de elementos de volumen para cilindro.	67
Figura 20. Modelo en red de un elemento de volumen para cilindro.....	68
Figura 21. Modelo en red de un elemento de volumen para esfera.	70
Figura 22. Modelo en red para la densidad.....	71
Figura 23. Modelo en red para la conductividad térmica.....	71
Figura 24. Modelo en red para el calor específico.	71
Figura 25. Modelo en red para la difusividad térmica.	72
Figura 26. Condición isoterma	73
Figura 27. Condición temperatura dependiente del tiempo	73
Figura 28. Condición flujo de calor constante	73
Figura 29. Condición flujo de calor dependiente del tiempo.....	74
Figura 30. Condición adiabática.....	74
Figura 31. Dependencia de la densidad del Al 319 con la temperatura.	80
Figura 32. Dependencia de la conductividad térmica del Al 319 con la temperatura.....	81
Figura 33. Dependencia del calor específico del Al 319 con la temperatura. ...	81
Figura 34. Dependencia de la densidad del agua con la temperatura.	82
Figura 35. Dependencia de la conductividad térmica del agua con la temperatura.	82
Figura 36. Dependencia del calor específico del agua con la temperatura.....	83
Figura 37. Dependencia de la densidad del PET con la temperatura.....	84
Figura 38. Dependencia del calor específico del PET con la temperatura.	84

Figura 39. Dependencia de la densidad del PP con la temperatura.....	85
Figura 40. Dependencia de la conductividad térmica del PP con la temperatura.	85
Figura 41. Dependencia del calor específico del PP con la temperatura.	86
Figura 42. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de Al319 en el centro de la botella.	87
Figura 43. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de PET en el centro de la botella.....	88
Figura 44. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de PP en el centro de la botella.....	88
Figura 45.Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.	90
Figura 46.Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.	90
Figura 47.Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.	91
Figura 48.Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.	91
Figura 49.Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.	92
Figura 50.Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.	92
Figura 51.Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.	93
Figura 52.Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.	93
Figura 53.Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.	94
Figura 54. Dependencia de la densidad del etanol con la temperatura.	96
Figura 55. Dependencia de la conductividad térmica del etanol con la temperatura.....	97
Figura 56. Dependencia del calor específico del etanol con la temperatura....	97
Figura 57. Dependencia de la densidad del AISI 316 con la temperatura.	98
Figura 58. Dependencia de la conductividad térmica del AISI 316 con la temperatura.....	99
Figura 59. Dependencia del calor específico del AISI 316 con la temperatura.	99
Figura 60. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 1 hora.	100
Figura 61. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 1 hora.	101
Figura 62. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 1 hora.	101
Figura 63. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 1 hora.	102

Figura 64. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 5 horas.	103
Figura 65. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 5 horas.	103
Figura 66. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 5 horas.	104
Figura 67. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 5 horas.	104
Figura 68. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 10 horas.	105
Figura 69. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 10 horas.	106
Figura 70. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 10 horas.	106
Figura 71. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 10 horas.	107
Figura 72. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 1 hora.	108
Figura 73. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 1 hora.	108
Figura 74. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 1 hora.	109
Figura 75. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 1 hora.	109
Figura 76. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 5 horas.	110
Figura 77. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 5 horas.	111
Figura 78. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 5 horas.	111
Figura 79. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 5 horas.	112
Figura 80. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 10 horas.	113
Figura 81. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 10 horas.	113
Figura 82. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 10 horas.	114
Figura 83. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 10 horas.	114
Figura 84. Dependencia de la densidad del CO ₂ con la temperatura.	119
Figura 85. Dependencia de la conductividad térmica del CO ₂ con la temperatura.	120
Figura 86. Dependencia del calor específico del CO ₂ con la temperatura.	120

Figura 87. Dependencia de la densidad del AISI 304 con la temperatura.	122
Figura 88. Dependencia de la conductividad térmica del AISI 304 con la temperatura.....	122
Figura 89. Dependencia del calor específico del AISI 304 con la temperatura.	123
Figura 90. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 1 hora.	124
Figura 91. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 1 hora.	124
Figura 92. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 1 hora.	125
Figura 93. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 1 hora.	125
Figura 94. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 5 horas.....	126
Figura 95. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 5 horas.	126
Figura 96. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 5 horas.	127
Figura 97. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 5 horas.	127
Figura 98. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 10 horas.....	128
Figura 99. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 10 horas.	128
Figura 100. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 10 horas.	129
Figura 101. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 10 horas.	129
Figura 102. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 1 hora.	130
Figura 103. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 1 hora.	130
Figura 104. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 1 hora.	131
Figura 105. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 1 hora.	131
Figura 106. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 5 horas.....	132
Figura 107. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 5 horas.	132
Figura 108. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 5 horas.	133

Figura 109. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 5 horas.....	133
Figura 110. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero constantes. 10 horas.....	134
Figura 111. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ variables y del acero constantes. 10 horas.....	134
Figura 112. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ constantes y del acero variables. 10 horas.....	135
Figura 113. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO ₂ y del acero variables. 10 horas.....	135
Figura 114. Dependencia de la densidad del amoníaco con la temperatura. ..	140
Figura 115. Dependencia de la conductividad térmica del amoníaco con la temperatura.....	140
Figura 116. Dependencia del calor específico del amoníaco con la temperatura.	141
Figura 117. Dependencia de la densidad del aluminio 7075 con la temperatura.	142
Figura 118. Dependencia de la conductividad térmica del aluminio 7075 con la temperatura.....	142
Figura 119. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio constantes. 1 hora.....	143
Figura 120. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco variables y del aluminio constantes. 1 hora.....	144
Figura 121. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco constantes y del aluminio variables. 1 hora.....	144
Figura 122. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio variables. 1 hora.....	145
Figura 123. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio constantes. 5 horas.	146
Figura 124. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco variables y del aluminio constantes. 5 horas.	146
Figura 125. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco constantes y del aluminio variables. 5 horas.	147
Figura 126. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio variables. 5 horas.	147
Figura 127. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio constantes. 10 horas.....	148
Figura 128. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco variables y del aluminio constantes. 10 horas.....	149
Figura 129. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco constantes y del aluminio variables. 10 horas.....	149
Figura 130. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoníaco y del aluminio variables. 10 horas.	150

Figura 131. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 1 hora.....	151
Figura 132. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 1 hora.....	151
Figura 133. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 1 hora.....	152
Figura 134. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 1 hora.....	152
Figura 135. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 5 horas.	153
Figura 136. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 5 horas.	154
Figura 137. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 5 horas.	154
Figura 138. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 5 horas.	155
Figura 139. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 10 horas.....	156
Figura 140. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 10 horas.....	156
Figura 141. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 10 horas.....	157
Figura 142. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 10 horas.	157
Figura 143. Dependencia de la densidad del Aluminio 6061 con la temperatura.	161
Figura 144. Dependencia de la conductividad térmica del Aluminio 6061 con la temperatura.....	161
Figura 145. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 1 minuto.....	162
Figura 146. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 1 minuto.	163
Figura 147. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 10 minutos.	164
Figura 148. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 10 minutos.	164
Figura 149. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 30 minutos.	165
Figura 150. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 30 minutos.	166
Figura 151. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 60 minutos.	167
Figura 152. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 60 minutos.	167

Figura 153. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 1 minuto.....	168
Figura 154. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 1 minuto.	169
Figura 155. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 10 minutos.	170
Figura 156. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 10 minutos.	170
Figura 157. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 30 minutos.	171
Figura 158. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 30 minutos.	171
Figura 159. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 60 minutos.	172
Figura 160. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 60 minutos.	172

Índice de tablas

Tabla 1. Coeficientes propiedades dependientes polipropileno	52
Tabla 2. Dimensiones de las botellas	86
Tabla 3. Mediciones de temperatura	87
Tabla 4. Resultados de temperatura de las simulaciones (°C).....	89
Tabla 5. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en un tanque cilíndrico	115
Tabla 6. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en un tanque cilíndrico	115
Tabla 7. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en un tanque esférico.....	136
Tabla 8. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en un tanque esférico	136
Tabla 9. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en una botella.....	158
Tabla 10. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en una botella	158
Tabla 11. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en una pared plana para 1 y 10 minutos.....	173
Tabla 12. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en una pared plana para 30 y 60 minutos	173
Tabla 13. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en una pared plana para 1 y 10 minutos.....	173
Tabla 14. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en una pared plana para 30 y 60 minutos	174

GLOSARIO DE TÉRMINOS

A: Área.

a_1 : Término independiente para la ecuación de la densidad de un material.

a_2 : Término independiente para la ecuación de la conductividad térmica de un material.

a_3 : Término independiente para la ecuación del calor específico de un material.

a_i : Término independiente para la ecuación de una propiedad térmica de un material.

α : Difusividad térmica.

B: Generador de corriente o voltaje en Ngspice en función de la programación.

b: Anchura de la aleta.

b_1 : Coeficiente que acompaña a T para la ecuación de la densidad de un material.

b_2 : Coeficiente que acompaña a T para la ecuación de la conductividad térmica de un material.

b_3 : Coeficiente que acompaña a T para la ecuación del calor específico de un material.

b_i : Coeficiente que acompaña a T para la ecuación de una propiedad térmica de un material.

C: Condensador.

C_a : Perímetro de la aleta.

c_1 : Coeficiente que acompaña a T^2 para la ecuación de la densidad de un material.

c_2 : Coeficiente que acompaña a T^2 para la ecuación de la conductividad térmica de un material.

c_3 : Coeficiente que acompaña a T^2 para la ecuación del calor específico de un material.

C_e : Calor específico.

c_i : Coeficiente que acompaña a T^2 para la ecuación de una propiedad térmica de un material.

c_T : Condensador dependiente de la temperatura.

e: Espesor de la aleta.

ε : Emisividad del material.

G_i : Generador.
 h : Coeficiente de película.
 h_c : Coeficiente de transferencia de calor por convección.
 $h_{1,2}$: Conductancia térmica de contacto entre medios.
 $I_{entrada}$: Intensidad de entrada al nodo.
 I_{salida} : Intensidad de salida del nodo.
 $J(t)$: Flujo eléctrico dependiente del tiempo.
 j_{conv} : Flujo de calor de fuentes convectivas.
 j_i : Flujo de calor en el centro de la celda.
 j_{fuente} : Flujo de calor de una fuente externa.
 j_n : Flujo de calor que atraviesa la superficie.
 j_o : Flujo de calor constante.
 j_{rad} : Flujo de calor por radiación.
 $j(t)$: Flujo de calor dependiente del tiempo.
 k : Conductividad térmica.
 k_f : Conductividad térmica del fluido.
 L : Tamaño de capa.
 L_a : Longitud de la aleta.
 m : Parámetro de la aleta.
 N : Número de celda estudiado.
 n : Número de capas del problema.
 ρ : Densidad.
 q : Flujo de calor.
 q_c : Flujo de calor por convección.
 q_r : Flujo de calor por radiación.
 q_G : Generación de energía interna.
 r : Radio de la esfera o del cilindro.
 R : Resistencia.

R_{inf} : Resistencia inferior.
 $R_{r,l}$: Resistencia radial lado izquierdo.
 $R_{r,r}$: Resistencia radial lado derecho.
 R_{uni} : Resistencia unidad.
 $R_{x,l}$: Resistencia lado izquierdo.
 $R_{x,r}$: Resistencia lado derecho.
 $R_{z,d}$: Resistencia inferior.
 $R_{z,u}$: Resistencia superior.
 S_i : Superficie exterior del elemento de volumen.
 σ : Constante de Stefan-Boltzmann.
 θ : Ángulo de la esfera.
 $\emptyset$: Ángulo de la circunferencia.
 t : Tiempo.
 T : Temperatura.
 T_b : Temperatura en la base de la aleta.
 T_i : Temperatura en el centro de la celda.
 T_{pared} : Temperatura en la pared para radiación.
 T_r : Temperatura de referencia del medio exterior.
 T_s : Temperatura en la superficie sólida.
 V_k : Voltaje por elemento.
 V_o : Voltaje constante.
 $V(t)$: Voltaje dependiente del tiempo.
 w : espesor de la aleta anular.
 x : Coordenada x en el eje.
 $X(t)$: Fuerza dependiente del tiempo.
 y : Coordenada y en el eje.
 z : Coordenada z en el eje.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Introducción

En el año 2004, con el objetivo de facilitar la aplicación del Método de Simulación por Redes en problemas de conducción del calor, el grupo de investigación de Simulación por Redes, la Universidad de Murcia y la Universidad Politécnica de Cartagena, elaboró dos programas básicos de conducción de calor, uno para la conducción de calor en medios multicapas rectangulares y otro para el cálculo y diseño de aletas simples, con la idea de extenderlos posteriormente a otras geometrías y ampliar los objetivos en el campo general de conducción de calor.

En 2005 aparecieron las primeras versiones educativas de estos programas, el segundo de los cuales se registró en su versión definitiva en 2007, PRODASIM 1 [© 2007], y el primero se registró posteriormente en su versión definitiva, en 2010 PESCAR [© 2010]. El objeto de los programas indicados anteriormente pretendía aunar todo el potencial existente en la analogía termoelectrica con la potencia de cálculo numérico de los ordenadores.

En este sentido, el software empleado para la resolución de los modelos en red tiene las ventajas de trabajar con dispositivos ideales, disponer de amplias librerías de componentes, aportar soluciones con errores tan pequeños como se soliciten y requerir tiempos de ejecución relativamente pequeños.

Tras la finalización de los anteriores programas, en 2009 se realizó el registro industrial de un programa más amplio y refinado, PROCCA-09 [© 2010], a raíz de la tesis publicada (Del Cerro, 2009). El programa se desarrollaba en un ambiente (o interfaz) bajo Windows agradable para el usuario, al que sólo se le exige unas nociones fundamentales de la teoría de conducción de calor.

La introducción sucesiva y ordenada de datos, la manipulación y tratamiento de los archivos de programa generados, el acceso al módulo de cálculo y la obtención y tratamiento de los resultados gráficos y numéricos son aspectos que se elaboraron cuidadosamente y con la información de ayuda necesaria.

El programa PROCCA-09 dispone de herramientas autocorrectoras que informan al usuario de los límites en los valores de los rangos numéricos y de posibles errores en la introducción de datos. PROCCA-09 [© 2010] es un programa con registro de propiedad intelectual basado en el método de Simulación por Redes (MESIR) (Del Cerro, 2009), el cual utiliza la analogía que existe entre las

ecuaciones del calor y de la electricidad, para simular la evolución del calor (espacial y temporal) en el interior de un cuerpo.

El Método de Simulación por Redes nos permite simular problemas de transmisión del calor, pero dicho método no se centra solo en esta tipología de problemas, sino que abarca una amplia gama de posibilidades de trabajo, entre las que se encuentran la simulación de problemas de elasticidad y resistencia de materiales o la simulación de problemas de hidráulica, entre otros.

El programa PROCCA-09, apoyándose en MESIR, es capaz de modelizar un determinado cuerpo mediante un circuito eléctrico, dividiendo dicho cuerpo en nudos y empleando componentes eléctricos como resistencias, condensadores, baterías, etc., de tal modo que se pueden extrapolar los resultados del problema eléctrico a un problema de transmisión del calor.

El programa se sirve de las ecuaciones y leyes de la electricidad, para explicar cómo circula el calor por el interior de un cuerpo en un caso particular, es decir, en un cuerpo fabricado de un material determinado y con unas condiciones de contorno específicas. Por tanto, mediante analogías eléctricas se resuelven las complejas ecuaciones diferenciales de la transmisión de calor en distintas geometrías.

Generalmente en la resolución de problemas de transmisión de calor una de las aproximaciones más extendida es la de suponer las propiedades de los materiales constantes con la temperatura. En este sentido, el programa PROCCA-09 también se programó con esta aproximación en los cálculos de transmisión de calor. Por ello, sería interesante estudiar y, en su caso, cuantificar qué errores puede suponer esta aproximación dependiendo del material que se esté estudiando. Para modelizar y simular problemas de la manera más precisa posible, es necesario considerar la densidad, la conductividad térmica y el calor específico de los materiales variables con la temperatura.

Como finalidad general de la tesis se propuso la implementación de la dependencia de las propiedades de los materiales de la temperatura en distintos materiales y distintas geometrías para valorar cuantitativa y cualitativamente la reducción de errores y, con ello, la mayor exactitud de cálculo en la resolución numérica de los procesos de transmisión de calor.

La presente memoria está organizada en 6 capítulos:

- En el primero se exponen los objetivos y las perspectivas esperadas en este trabajo.
- En el segundo se presentan los fundamentos teóricos sobre la transmisión de calor y la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura, objetivo principal de esta tesis.

- En el tercero se estudia el método de simulación por redes, en el cual nos apoyamos para la resolución de los problemas de transmisión de calor.
- En el cuarto se presentan los modelos en red para cada una de las geometrías estudiadas en este trabajo.
- En el quinto capítulo, grueso de esta tesis, se presenta, mediante un experimento, la validación del software. Posteriormente, se plantean problemas para las distintas geometrías de esta tesis (pared plana, cilindro y esfera) donde se contrasta la influencia de la dependencia de las propiedades de los materiales de la temperatura en la obtención de los resultados.
- Por último, en el sexto capítulo, se presentan la síntesis y las conclusiones de la tesis.

1.2. Objetivos

Partiendo de la finalidad u objetivo general antes descrito, se establecen los siguientes objetivos específicos para la tesis:

1. Desarrollar los modelos matemáticos en distintas geometrías para la resolución de problemas de transmisión de calor donde las propiedades de los materiales se consideran variables.
2. Diseñar los modelos en red equivalentes a los modelos matemáticos desarrollados para cada una de las geometrías.
3. Programar los modelos en red en Matlab y Ngspice y sus distintas posibilidades de representación gráfica.
4. Validar experimental del modelo en red propuesto.
5. Estudiar casos reales para diferentes geometrías.
6. Comparar el efecto de la variabilidad de las propiedades de los materiales respecto a la temperatura frente a mantenerlas constantes.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. INTRODUCCIÓN

Los procesos de transmisión de calor juegan un papel fundamental en la actualidad, sobre todo en el desarrollo del mundo industrial. Tanto la termodinámica como la transmisión de calor van siempre de la mano y no se concibe la una sin la otra. Si la termodinámica se centra en el estudio de la cantidad de calor transmitida en un proceso mientras cambia de un estado a otro sin importarle el tiempo que transcurra entre estados, la transmisión de calor se centra precisamente en estudiar la rapidez con la que dicho proceso termodinámico ocurre. Esto último es de suma importancia, puesto que al usuario final lo que le interesa es el tiempo que tarda un proceso en llegar a su equilibrio y no solo la cantidad de calor que se ha transmitido en dicho intervalo de tiempo.

En este capítulo se estudian los distintos métodos de transmisión de calor que existen: conducción, convección y radiación (Jack P. Holman, 2010; Lienhard, 1981), los cuales pueden darse de manera combinada, así como la dependencia de la temperatura que tienen las propiedades de los materiales y su influencia en los procesos de transmisión de calor.

Como resumen de lo que se verá a continuación:

- La conducción de calor tiene lugar entre cuerpos adyacentes como consecuencia de la interacción entre ellos (por ejemplo, los instrumentos para el soplado de vidrio, los cuales tienen una longitud de mango larga para que la transferencia de calor sea más lenta y de esta manera evitar quemaduras al usuario).
- La convección tiene lugar entre un cuerpo sólido y el fluido que lo rodea, el cual está en movimiento (este proceso ocurre por ejemplo en los globos aerostáticos, los cuales se mantienen en el aire gracias al medio caliente de su interior, si dicho medio baja su temperatura y se enfría, el globo tenderá a descender hasta tocar tierra).
- La radiación es la energía que emite un cuerpo en forma de ondas electromagnéticas (la aplicación más conocida de dicho método es la radiación solar emitida a la tierra, esta es la responsable de la temperatura existente en el planeta).

Para que dé lugar un proceso de transferencia de calor se requiere de una diferencia de temperaturas, si esta no se encuentra presente, no se produce un

transporte de calor entre dos medios. Para entender la importancia que existe en la presencia del gradiente de temperatura, este es la fuerza que impulsa la transmisión de calor, al igual que la diferencia de tensión es la que impulsa el flujo de corriente eléctrica. Por tanto, cuanto mayor sea el gradiente de temperatura existente en el proceso, mayor será la transmisión de calor ocurrida en el mismo. Para poder conocer la velocidad a la que la transferencia de calor ocurre en un proceso, hay que saber que ésta es directamente dependiente de la razón de cambio de temperatura en una dirección.

La transmisión de calor tiene un gran peso en la industria actual puesto que hay numerosos equipos de transmisión de calor que se utilizan recurrentemente en los procesos, tales como: radiadores, calentadores, hornos, intercambiadores de calor, calderas... Para su diseño se deben tener en cuenta dos factores principalmente: por un lado, la capacidad de transporte de calor y, por otro lado, el dimensionamiento del equipo, dado que en la industria el espacio para la maquinaria, a veces, es limitado. Por tanto, a la hora de diseñar un equipo, es necesario ajustarse a la transferencia de calor requerida para un proceso con un gradiente de temperatura especificado, siempre teniendo en cuenta el dimensionamiento del equipo para cumplir con las especificaciones del cliente.

Existen dos maneras de estudiar un proceso de transmisión de calor:

- Experimentalmente mediante toma de datos y pruebas: tiene la desventaja del coste y tiempo requerido, mientras que aporta la ventaja de estudiar directamente el proceso real que se pretende analizar.
- De manera analítica mediante los cálculos teóricos correspondientes: ofrece la ventaja de ser más rápido que el experimental, pero, sin embargo, presenta errores mayores a la hora de obtener los resultados al no trabajar directamente con el proceso real que se pretende analizar.

No obstante a lo anterior, es necesario tener en cuenta que, para conseguir resultados coherentes y sin errores, la metodología a seguir debe estar bien definida desde un principio. Por ejemplo, para el estudio de la instalación de aire acondicionado de una vivienda, es necesario conocer el dimensionamiento previo a la construcción a partir de las especificaciones dadas. Si esto no fuera así, se podría instalar, por error, una máquina de aire acondicionado sin la capacidad de enfriamiento suficiente en una vivienda, lo que conllevaría una reinstalación de la máquina o, por el contrario, sobredimensionar innecesariamente la máquina. En definitiva, no siempre es posible hacer aproximaciones en los cálculos de un determinado problema, dado que podrían resultar erróneos e, igualmente, es necesario una buena definición de las condiciones iniciales en los problemas si se pretenden analizar con rigor y obtener resultados que se ajusten a la realidad.

Para reducir el error cometido cuando se estudia analíticamente un problema, debe considerarse que las propiedades de los materiales (densidad, conductividad térmica y calor específico) son dependientes de la temperatura a la que este se encuentre (Alhama & González-Fernández, 2002). Es habitual que, en los estudios básicos de los procesos de transmisión de calor, estas propiedades se consideren constantes por simplificar la solución de los problemas, pero es imprescindible tener en cuenta que, si se hace esa consideración, el error del estudio aumentará, tal como se mostrará en secciones posteriores de esta tesis.

Algunas de las aplicaciones donde la transmisión de calor tiene especial importancia en la industria están relacionadas con los procesos de fabricación de materiales y en la unión de materiales, siendo ejemplo de ello:

- Soldadura: se utiliza el calor para fundir los bordes de dos materiales, los cuales más tarde se unen.
- Fundición: el calor es utilizado para fundir el metal, que posteriormente es vertido en un molde para crear piezas de distintas formas.
- Mecanizado de materiales: en este caso, el calor no es aplicado sino generado por el propio proceso debido a la fricción entre las herramientas de corte y la pieza con la que se trabaja, esto puede provocar una deformación térmica en el material. Para evitar dicha deformación se utiliza un refrigerante (taladrina) que reduce la temperatura del punto de unión de la herramienta con la pieza y es posible trabajar con ella sin dañarla.

En la actualidad, otra aplicación de las más importantes donde intervienen los procesos de transmisión de calor es en las centrales térmicas de generación de energía (Muñoz et al., 2022). El proceso que se lleva a cabo en las centrales térmicas es el siguiente:

1. El combustible (carbón, gas natural o petróleo) se quema en una caldera provocando la energía térmica, la cual es utilizada para calentar agua.
2. Esa agua es transformada en vapor a una presión muy elevada. Aquí es donde reside la importancia de los procesos de transmisión de calor en este tipo de aplicación.
3. Ese vapor provoca que una turbina de grandes dimensiones gire, convirtiendo de esa manera la energía térmica en energía mecánica.
4. Dicha energía mecánica es transformada en energía eléctrica en un alternador.
5. El vapor utilizado para mover la turbina se condensa, convirtiéndose en agua de nuevo y repitiendo el proceso.

Una de las desventajas que tienen las centrales térmicas de ciclo abierto es que pueden provocar el calentamiento de ríos y mares cercanos, dicho impacto

también puede resolverse mediante procesos de transmisión de calor, utilizando sistemas de refrigeración que permitan disminuir la temperatura del agua hasta niveles adecuados para el medioambiente.

Otra manera de generar energía eléctrica a partir de energía térmica desde un punto de vista más respetuoso para el medioambiente es con la cogeneración (Moon, 2021; Mungyeko Bisulandu et al., 2023). Este tipo de instalación, a diferencia de las centrales térmicas convencionales, aprovecha parte del calor residual después de producir energía mecánica en la turbina, para generar simultáneamente agua caliente para las necesidades térmicas de la planta o industria. De esta manera, conseguimos una eficiencia muy superior en el ciclo al no ceder directamente la energía a un foco frío y aprovechando parte ella.

Existe una derivada de las plantas de cogeneración, las de trigeneración (Calise et al., 2021; Kavvadias & Maroulis, 2010; Radchenko et al., 2022). Estas plantas, además de suministrar energía eléctrica y calor a partir de un proceso térmico de combustión, son capaces de aportar refrigeración. Este proceso funciona mediante una planta de cogeneración acoplada a una unidad frigorífica de absorción, la cual transforma la energía térmica de la combustión en energía frigorífica, cambiando el estado del refrigerante.

Estos son algunos de los ejemplos que evidencian la importancia de los procesos de transmisión de calor en la actualidad más cotidiana y en la industria en general y, por ello, la necesidad de estudiar estos procesos con el mayor rigor posible.

2.2. CONDUCCIÓN DE CALOR

El proceso de conducción de calor se presenta cuando existe un gradiente de temperatura entre dos puntos de un sólido, propagándose siempre la energía de puntos con mayor temperatura hacia puntos con menor temperatura («Heat conduction and mass diffusion», 1993).

Este método de transmisión de calor puede darse en sólidos (Carslow et al., 1986; Seeniraj & Arunachalam, 1979), gases y líquidos, aunque en estos últimos, si no están en reposo, es poco común ya que una vez el calor empieza a propagarse en un fluido, comienzan a formarse corrientes convectivas pasando a un segundo plano la conducción de calor y priorizándose el método de convección.

Para ver su aplicación en entornos industriales, hay que indicar que este proceso de transferencia de calor es fundamental en los hornos industriales, donde se

debe distribuir el calor uniformemente en el interior del horno para garantizar una distribución equitativa del calor para todo el material que haya en su interior.

Del mismo modo, los materiales aislantes utilizados en la construcción de dichos hornos tienen unas propiedades específicas que les permiten resistir las altas temperaturas que se alcanzan en el interior y mantener un ambiente controlado dentro del horno.

Estos hornos son fundamentales en procesos de fabricación que necesitan altas temperaturas, tales como fundición de metales, cerámica o fabricación de vidrio.

La Ley de Fourier define la conductividad térmica de la siguiente manera:

$$q = -k\nabla T \quad (2.1)$$

Donde el signo menos indica la dirección de flujo mencionada anteriormente (de la zona con mayor temperatura a la zona con menor temperatura) y la conductividad térmica es una propiedad del material, la cual indica la cantidad de calor que fluye por unidad de tiempo a través de una determinada área. Más adelante se estudiará la importancia de la dependencia de la temperatura de esta última propiedad del material.

Esta ecuación muestra la conservación de energía en una sustancia sólida. No obstante, en un material sólido es necesario considerar, que además de recibir o ceder calor, puede generarlo en su interior. Esta generación de calor puede venir de corrientes eléctricas que atraviesen el material o reacciones químicas que se produzcan en el interior de este. Además, el calor que genera o que se le cede a un material puede almacenarse como energía interna dentro de él. Conforme esta energía interna aumenta, la temperatura del material también, afectando a las propiedades del material como veremos más adelante. (Lin, 1979)

La Figura 1 muestra el balance de energía producido en un cuerpo. El calor entrante al sólido que sumado al calor generado por el propio cuerpo debe ser igual a la suma del calor almacenado en el sólido más el calor saliente de este.

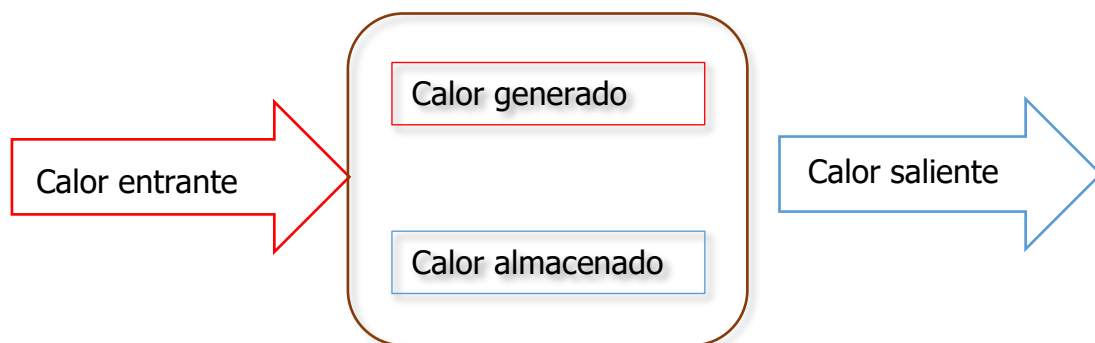


Figura 1. Balance de energía de un cuerpo

2.2.1. Modelo geometría plana

Para el estudio de la geometría plana se debe partir de la ecuación (2.1) en términos de coordenadas rectangulares que expresen el proceso de conducción en este tipo de geometría.

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_G = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.2)$$

Donde el primer término de la izquierda es la conducción de calor neta que atraviesa el cuerpo (calor entrante, calor saliente), el segundo término de la izquierda representa la generación de energía interna del cuerpo y la parte derecha de la ecuación representa el aumento de energía interna del cuerpo. La densidad (ρ) y el calor específico (C_e) son propiedades que dependen del material a estudiar, las cuales, a su vez, dependen de la temperatura a la que este se encuentre.

El siguiente paso es expresar la ecuación (2.2) unidimensional, en términos tridimensionales, considerando las propiedades independientes de la temperatura.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = \frac{\rho C_e}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.3)$$

Teniendo en cuenta que la difusividad térmica es:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_e} \quad (2.4)$$

Uniendo las ecuaciones (2.3) y (2.4), la ecuación de la conducción de calor en geometrías planas queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.5)$$

Para régimen permanente donde la temperatura del material no depende del tiempo y no existe una acumulación de energía interna, la ecuación (2.5) queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = 0 \quad (2.6)$$

Para sistemas que no generen calor internamente, la ecuación de la conducción de calor queda simplificada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) es la conocida ecuación de Laplace, dando lugar a la ecuación (2.8) simplificada al operador laplaciano, el cual es independiente de las

coordenadas, por tanto, será útil en secciones siguientes cuando se estudien las coordenadas cilíndricas y esféricas.

$$\Delta^2 T = 0 \quad (2.8)$$

Para el modelo matemático considerando las propiedades de los materiales dependientes de la temperatura, se debe tener en cuenta la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_G = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.9)$$

En la Figura 2 puede verse la representación para una geometría en coordenadas rectangulares.

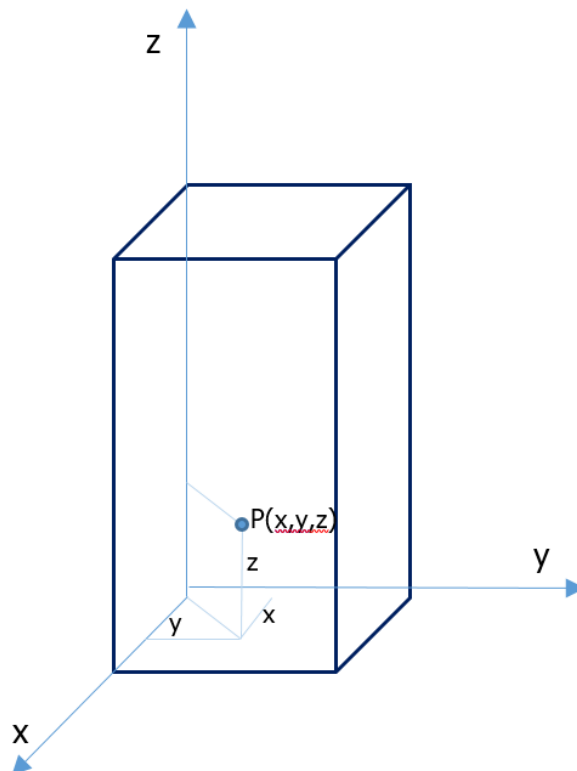


Figura 2. Coordenadas rectangulares

2.2.2. Modelo geometría cilíndrica

Teniendo en cuenta todo lo mencionado en el apartado anterior, se puede escribir una ecuación general de la conducción independiente de las coordenadas como:

$$\Delta^2 T + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10)$$

Si se introduce el operador laplaciano en coordenadas cilíndricas, la ecuación de la conducción queda de la siguiente forma considerando las propiedades de los materiales constantes respecto de la temperatura:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.11)$$

O bien, para medios donde la temperatura no depende del tiempo transcurrido y no hay acumulación de energía:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = 0 \quad (2.12)$$

Mientras que para el modelo matemático considerando las propiedades de los materiales dependientes de la temperatura, se debe tener en cuenta la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_G = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

En la Figura 3 se presenta la representación para una geometría en coordenadas cilíndricas.

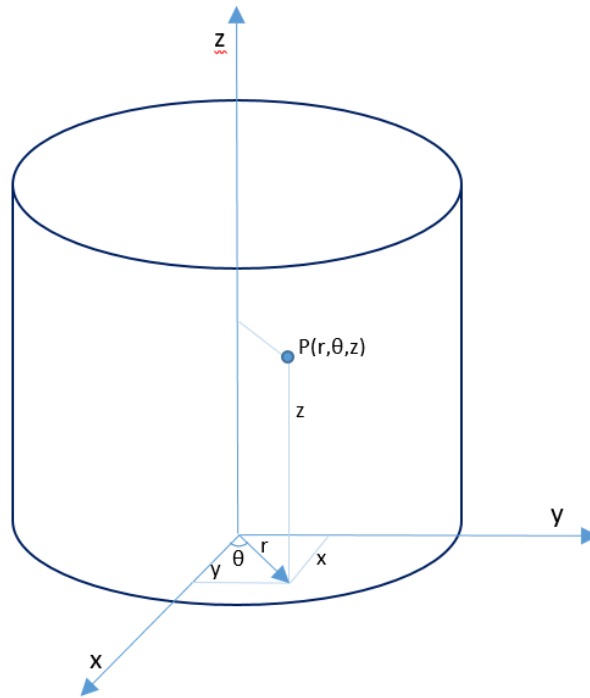


Figura 3. Coordenadas cilíndricas

2.2.3. Modelo geometría esférica

Introduciendo en la ecuación (2.10) del apartado anterior el laplaciano correspondiente, la ecuación general de la conducción en coordenadas esféricas queda de la siguiente forma para las propiedades de los materiales dependientes de la temperatura:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + q_G = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.14)$$

O bien, considerando las propiedades de los materiales constantes respecto de la temperatura:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{q_G}{k} = 0 \quad (2.15)$$

En la Figura 4 puede verse la representación para una geometría en coordenadas esféricas.

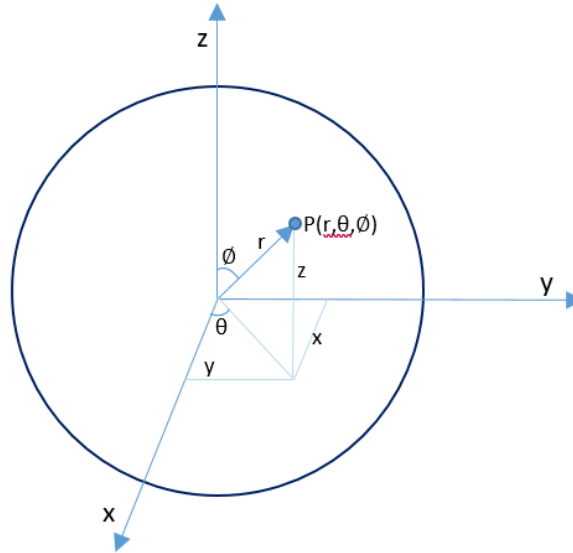


Figura 4. Coordenadas esféricas

2.2.4. Medios multicapa

En la realidad es habitual encontrarnos con casos en los que el problema se presente con varias capas en una misma geometría (Alhama et al., 1997; Crank & Nicolson, 1947; Liebmann, 1956a; Orivuori, 1979), como, por ejemplo, las ventanas de los edificios modernos, las cuales poseen una o varias capas de un gas para mejorar el aislamiento térmico y acústico de la vivienda.

Por tanto, es importante estudiar la ecuación general de la conducción de calor para medios multicapa, la cual queda de la siguiente forma para cada una de las geometrías considerando las propiedades de los materiales constantes:

- Coordenadas rectangulares

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z_i^2} + \frac{q_{iG}}{k_i} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.16)$$

- Coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r_i} \frac{\partial}{\partial r_i} \left(r_i \frac{\partial T_i}{\partial r_i} \right) + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 T_i}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} + \frac{q_{iG}}{k_i} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.17)$$

- Coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r_i^2} \frac{\partial}{\partial r_i} \left(r_i^2 \frac{\partial T_i}{\partial r_i} \right) + \frac{1}{r_i^2 \sin^2 \theta_i} \left(\sin \theta_i \frac{\partial T_i}{\partial \theta_i} \right) + \frac{1}{r_i^2 \sin \theta_i} \frac{\partial^2 T_i}{\partial \phi_i^2} + \frac{q_{iG}}{k_i} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.18)$$

Donde n es el número de capas del problema.

Para problemas multicapa donde las propiedades de los materiales dependen de la temperatura, la ecuación general de la conducción para cada una de las geometrías queda de la siguiente manera:

- Coordenadas rectangulares

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial y_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial y_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial z_i} \right) + q_{iG} = \rho_i C_{ei} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.19)$$

- Coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r_i} \frac{\partial}{\partial r_i} \left(k_i r_i \frac{\partial T_i}{\partial r_i} \right) + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial}{\partial \phi_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial \phi_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial z_i} \right) + q_{iG} = \rho_i C_{ei} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.20)$$

- Coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r_i^2} \frac{\partial}{\partial r_i} \left(k_i r_i^2 \frac{\partial T_i}{\partial r_i} \right) + \frac{1}{r_i^2 \sin^2 \theta_i} \left(k_i \sin \theta_i \frac{\partial T_i}{\partial \theta_i} \right) + \frac{1}{r_i^2 \sin \theta_i} \frac{\partial}{\partial \phi_i} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial \phi_i} \right) + q_{iG} = \rho_i C_{ei} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.21)$$

Además, en este tipo de problemas se deben cumplir las siguientes condiciones de frontera en las distintas capas:

1. Conservación de calor entre medios.

$$\frac{-k_1 \partial T}{\partial n} |_{pared} = \frac{-k_2 \partial T}{\partial n} |_{pared} \quad (2.22)$$

2. Continuidad de la temperatura entre capas:

$$T(x_i = L_i) = T(x_{i+1} = 0) \quad (2.23)$$

Donde L_i es el tamaño de capa y el origen de coordenadas es el inicio de cada capa.

En la Figura 5 se puede observar la representación de un medio multicapa con geometría cilíndrica.

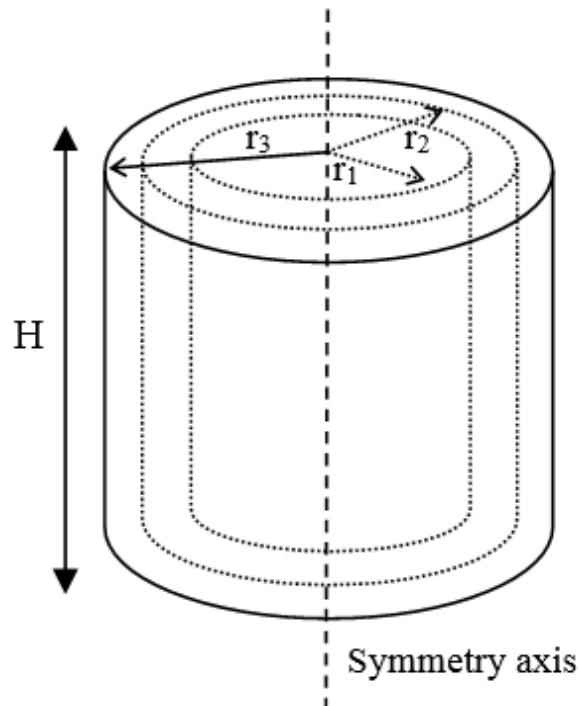


Figura 5. Ejemplo de medio multicapa para geometría cilíndrica.

2.3. CONDUCCIÓN DE CALOR EN ALETAS

2.3.1. Introducción

Las aletas son adhesiones que se realizan a la superficie de otro cuerpo para poder desprender calor del cuerpo hacia ella. El material de la aleta no debe coincidir necesariamente con el mismo material que el del cuerpo, puede tener una composición distinta. Las aletas son elementos muy utilizados en la industria actualmente, su uso es tan variado que va desde transformadores eléctricos, cuadros eléctricos, compresores, motores, intercambiadores de calor, e incluso sirven de disipadores de calor para pequeños dispositivos electrónicos.

Es muy habitual en los equipos eléctricos encontrar aletas instaladas para evitar el uso de ventiladores. En los casos donde se dispone de ventiladores instalados, estos fuerzan al aire a entrar y disipar el calor generado, es lo que se denomina, como se verá más adelante, transmisión de calor mediante convección forzada. Para casos en los que no hay ventiladores instalados, se requiere de la instalación de aletas en los equipos de manera que se pueda conseguir disipar el calor generado en el interior de los mismos. Esto se lleva a cabo sobre todo en equipos con un grado IP elevado, el cual, debido a que la estanqueidad requerida,

complica la instalación de un ventilador, o en envolventes totalmente estancas. Por otro lado, si la generación de calor en el interior del equipo es lo suficientemente elevada, se puede combinar el uso de ventiladores y de aletas en el equipo.

Al añadir la aleta al cuerpo, la superficie a través de la cual este intercambia calor con el medio es superior. Pese a que esto puede llevar a pensar que, al poner una aleta a un elemento, desprenderá calor con mayor facilidad al medio, esto no tiene por qué ocurrir en todos los casos, puesto que, al aumentar el área de transmisión de calor, también lo hace la resistencia térmica. Por tanto, debido a ese aumento de resistencia, pese a que, en la mayoría de los usos, las aletas son utilizadas para la disipación de calor, en ciertas aplicaciones y haciendo el diseño para tal efecto, pueden actuar como elementos que provocan una ganancia de calor al objeto al que se adhiere.

La geometría de las aletas longitudinales se caracteriza por las siguientes partes (Figura 6):

- Base de la aleta: superficie en contacto con la pared sobre la que se apoya la aleta.
- Extremo o punta de la aleta: punto más alejado de la base.
- Flancos: o llamadas también superficies laterales, son las que disipan el calor principalmente al ser las de mayor superficie.
- Bordes: son las superficies que cierran este volumen de la aleta.

De igual modo, las dimensiones principales de las aletas son las siguientes:

- L_a : longitud de la aleta.
- $2e$: el espesor de la aleta.
- b : anchura de la aleta.

Se denominan las siguientes secciones en las aletas:

- Sección transversal: sección ubicada en el plano YZ, este plano es perpendicular al flujo térmico.
- Sección longitudinal: sección ubicada en el plano XY, la cual define el perfil de la aleta.
- Plano de simetría: ubicado en el plano XZ, dirección principal por la que fluye el calor.

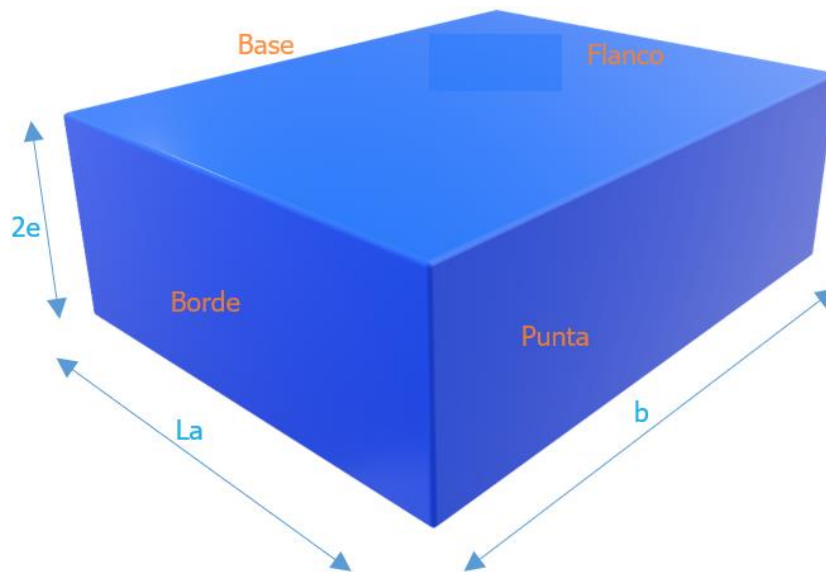


Figura 6. Nomenclatura aleta longitudinal

2.3.2. Ecuación diferencial de la aleta 1-D. Hipótesis simplificadoras

Para la ecuación diferencial de la aleta en una dimensión, se asumen las siguientes hipótesis para el diseño práctico de las mismas:

- El calor a través de la aleta, así como su temperatura son constantes a lo largo del tiempo, es decir, es un proceso estacionario.
- El medio en el que está es uniforme e isótropo con conductividad térmica constante, aquí se desprecia el efecto de la temperatura sobre la conductividad.
- En toda la superficie exterior de la aleta el coeficiente de convección es constante y uniforme.
- La temperatura que rodea la aleta es uniforme.
- El espesor es lo suficientemente pequeño en comparación con la longitud o altura de la aleta, lo que permite despreciar el gradiente térmico en esta dirección.
- La temperatura en la base de la aleta es uniforme y conocida, lo que nos permite considerar que la aleta está aislada del cuerpo para poder estudiarla independientemente, despreciando su interacción con la pared colindante.
- No existe una resistencia térmica entre la aleta y la pared.
- No existen fuentes internas de calor ni consumidores internos de este.
- La aleta es tan ancha como para despreciar los efectos de la transmisión de calor en el borde.

- El calor que intercambia la aleta con el medio es proporcional al gradiente de temperaturas entre la aleta y el medio.
- Extremo adiabático.

La ecuación de conducción 1-D para aletas rectangulares viene dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - m^2 \theta = 0 \quad (2.24)$$

Donde m es lo que se conoce por el parámetro de la aleta y viene dado por la expresión:

$$m = \sqrt{\frac{hC_a}{kA}} \quad (2.25)$$

Donde A es la sección transversal de la aleta y C_a es el perímetro de la misma.

Para aletas anulares, la ecuación quedaría de la forma:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{2h}{kw} \theta = 0 \quad (2.26)$$

A estas ecuaciones, deben añadirse las condiciones de contorno.

Por último, si la aleta está en dos dimensiones, las ecuaciones de gobierno, incluyendo las condiciones de contorno serían:

$$0 < x < 1 ; 0 < y < e ; \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (2.27)$$

$$0 < x < 1 ; y = e ; -k \frac{\partial T}{\partial y} = hT \quad (2.28)$$

$$0 < x < 1 ; y = 0 ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (2.29)$$

$$x = 0 ; 0 < y < e ; T = 1 \quad (2.30)$$

$$x = 1 ; 0 < y < e ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.31)$$

O bien:

$$x = 1 ; 0 < y < e ; -k \frac{\partial T}{\partial x} = hT \quad (2.32)$$

Para todas las ecuaciones, se ha tomado la temperatura como parámetro adimensional dado por la fórmula:

$$T = \frac{(T - T_r)}{(T_b - T_r)} \quad (2.33)$$

Donde T_b es la temperatura de la base de la aleta y T_r es la temperatura de referencia del medio exterior.

La ecuación (2.31) representa una condición adiabática mientras que la ecuación (2.32) representa una condición convectiva.

2.4. CONVECCIÓN DE CALOR

La convección de calor es un proceso de transmisión de calor mediante el cual el calor se transfiere entre el medio y la superficie de un cuerpo. Este método está compuesto por dos mecanismos simultáneos, conducción junto con un transporte macroscópico entre el fluido en movimiento y la superficie del cuerpo sin preferencia del sentido de transporte de este (Aziz, 1992; Bangian-Tabrizi & Jaluria, 2018; Cao et al., 2021; Razelos, 1979; Yaji et al., 2022).

La convección de calor depende de las propiedades del material del cuerpo y del fluido (conductividad térmica y calor específico) así como la velocidad del fluido, viscosidad y densidad. Por tanto, la razón de transmisión de calor de este método estará altamente ligada a la temperatura a la que se encuentren tanto el medio como el cuerpo ya que las propiedades son dependientes de la temperatura (densidad, calor específico y conductividad térmica).

La tasa general de transmisión de calor por convección se puede expresar de manera simplificada como:

$$q_c = h_c A \Delta T \quad (2.34)$$

La transferencia de calor entre la superficie y la capa de fluido por conducción cuando la velocidad adyacente a la pared es cero es:

$$q''_c = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = h_c (T_s - T_\infty) \quad (2.35)$$

El gradiente de temperatura en la superficie indica que, a mayor velocidad, mayor gradiente de temperatura y por tanto mayor tasa de transferencia de calor. Igualmente, puede observarse cómo la conductividad térmica del fluido en el que se encuentre inmerso el cuerpo influye considerablemente en dicha tasa de transferencia de calor.

2.4.1. Convección natural

En la convección natural, el fluido se mueve libre debido a cambios existentes en la densidad del medio (Najafi & Enjilela, 2014; Verdério Júnior et al., 2022). Dichas variaciones provienen del calentamiento o enfriamiento del fluido. Esto es debido a la dependencia existente de la densidad con la temperatura, la cual

variará de una manera u otra en función del fluido que se esté estudiando. Debido a que el flujo térmico se debe a la existencia de un gradiente de temperatura, como ya se ha comentado anteriormente, es dicha diferencia la que genera el movimiento del fluido y no una fuerza externa. Como consecuencia de la no existencia de una fuerza externa que promueva dicho movimiento, este proceso de transmisión de calor se da a velocidades muy bajas, por tanto, el tiempo necesario para transmitir la misma cantidad de calor que en un proceso forzado será mucho mayor.

En la convección natural, que es el caso que nos ocupa, la velocidad primero alcanza un máximo, tendiendo a cero cuando se aleja de la superficie del cuerpo. Esto es consecuencia de un efecto de la viscosidad, la cual disminuye debido a que la diferencia de densidad entre el fluido y la superficie también se ve aminorada.

El ejemplo más conocido del proceso de transmisión de calor por convección natural son los radiadores de calor tradicionales de las viviendas. Por el interior de los radiadores circula agua caliente o bien se instalan unas resistencias eléctricas que calientan el aire interior. Una vez el interior del radiador ha alcanzado la temperatura suficiente, el aire que rodea el calentador se calienta, lo que provoca un cambio de densidad debido a la dependencia de esta con la temperatura. Habitualmente, al aumentar la temperatura de un fluido, su densidad tiende a disminuir, por tanto, el aire caliente tiende a ascender. Cuando este aire asciende, ocupa el espacio de las moléculas de aire que había, provocando que estas desciendan. Estas moléculas más frías atraviesan de nuevo el radiador, provocando que el aire se caliente y repita el proceso anterior. Este movimiento de partículas es lo que provoca el flujo de calor, el problema es que, al ser un proceso natural, la velocidad de transmisión de calor es baja, por tanto, para procesos en los que se requiera un aporte de calor rápido, se deberá optar por procesos de transmisión de calor por convección forzada.

2.4.2. Convección forzada

A diferencia de la convección natural, en la convección forzada existe una fuerza externa la cual es la encargada de obligar al fluido a moverse alrededor de un cuerpo para que el proceso se lleve a cabo (Kang & Kwon, 2022; Leyli et al., 2019). Se pueden considerar fundamentalmente tres agentes que intervienen en la convección forzada:

- Fluido: es el medio a través del cual se transfiere calor. Este puede ser gaseoso o líquido. La eficacia en el proceso de transmisión de calor

dependerá del fluido seleccionado ya que interfieren parámetros como la viscosidad, la conductividad térmica y el calor específico.

- Agente externo: es la fuerza que impulsa el fluido. Esta fuerza suele ser un dispositivo mecánico, bomba o ventilador, que fuerza al fluido a moverse a través del objeto.
- Objeto: es el cuerpo alrededor del cual se fuerza el fluido a moverse, esto es lo que produce el proceso de transmisión de calor, es desde o hacia donde se transfiere ese calor.

La convección forzada es de suma importancia tanto en la vida cotidiana como en las aplicaciones industriales.

2.4.2.1. Ejemplos de convección forzada en la vida cotidiana

Sin la existencia de la convección forzada, no podría concebirse la sociedad actual.

- Aire acondicionado y calefacción: un ventilador (agente externo) fuerza el aire frío o caliente a moverse a través del habitáculo, transfiriendo de esta manera el calor. En el ejemplo del aire acondicionado, en el interior de la máquina existe un refrigerante que experimenta una serie de ciclos de cambios de fase de líquido a gas para de esta manera absorber el calor de un espacio. Además, existe otra convección forzada en este proceso que es la existencia de un ventilador el cual fuerza al aire sobre las tuberías calientes de un condensador, obligando de esta manera a transferir al ambiente exterior el calor captado en el interior.
- Frigorífico: los frigoríficos aprovechan la convección forzada para enfriar los alimentos. Mediante un ventilador empuja el aire frío facilitando la transferencia de calor de los alimentos al aire. Es un ciclo similar al anterior, por lo que en el exterior del frigorífico (condensador) también se produce otro proceso de convección del calor.
- Ordenadores: Todos los ordenadores disponen de un ventilador en su hardware. El objetivo de este ventilador es facilitar el enfriamiento de los componentes electrónicos y evitar sobrecalentamientos que dañarían el equipo, de esta manera, el ventilador fuerza al aire a entrar en el dispositivo, moviéndose el fluido a través de los componentes electrónicos a enfriar por convección forzada.

2.4.2.2. Ejemplos de convección forzada en la industria

Del mismo modo que ocurre con la vida cotidiana, la industria no podría haber evolucionado de la manera que lo ha hecho sin la existencia y la ayuda de la convección forzada.

- Centrales eléctricas: sin la convección forzada, debido a los sobrecalentamientos producidos en los núcleos de los reactores, no sería posible un funcionamiento continuo del proceso. Sin embargo, provocando que un fluido circule por tuberías de refrigerante impulsados por una bomba, se logra absorber el calor de estos núcleos y evitar sobrecalentamientos.
- Automoción: para enfriar los motores de los vehículos existen dos tipos de convección forzada instalados en ellos. Por un lado, disponen de un radiador, en el que, mediante una bomba que impulsa el líquido refrigerante, se absorbe el calor del motor. Por otro lado, cerca del radiador se dispone de un ventilador, el cual fuerza el aire a circular alrededor del motor, favoreciendo de esa manera también su enfriamiento.
- Intercambiadores de calor: son dispositivos diseñados única y exclusivamente para transferir calor de un medio a otro. Estos son utilizados en procesos químicos, centrales de generación eléctrica, climatización y automoción entre otras muchas aplicaciones. Un fluido (líquido o gas) circula de manera forzada por un sistema, consiguiendo transferir el calor del cuerpo más caliente al más frío. El sistema más frecuente de intercambiadores de calor es de tipo carcasa y tubos, en el que un fluido circula por los tubos y otro por el interior de la carcasa, provocando una transferencia de calor entre la superficie del tubo y el fluido que circula a través de la carcasa.

2.5. RADIACIÓN

La diferencia principal de la radiación con los otros dos métodos de transmisión de calor expuestos es que esta no depende del gradiente de temperaturas, es debido al efecto de la temperatura absoluta, así como la superficie del cuerpo (Howell et al., 2015; Oppenheim, 1956).

La radiación térmica no necesita de un medio para transferir el calor, esto significa que, si se coloca un cuerpo en un recinto cerrado y se realiza el vacío del medio, la temperatura del cuerpo disminuirá igualmente.

Por tanto, la tasa de calor es independiente de las condiciones que existan alrededor del cuerpo estudiado, solamente requiere de un diferencial de temperatura, siendo su expresión matemática:

$$q_r = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.36)$$

Donde el subíndice 1 representa el cuerpo radiante y el subíndice 2 representa el recinto en el cual se irradia. Así mismo, σ representa la constante de Stefan-Boltzmann, cuyo valor constante es $5.67 \times 10^{-8} \left(\frac{W}{m^2 K^4} \right)$.

El ejemplo más claro de radiación es la transferencia de calor del Sol hacia la Tierra. La mayor distancia que separa el Sol de la Tierra se encuentra en el vacío, por tanto, el único medio de transmisión de calor posible en el vacío es la radiación. En este proceso, el cuerpo caliente emite ondas electromagnéticas que el otro cuerpo absorbe. Dichas ondas reciben diferentes nombres en función de la longitud de onda que tengan: ondas de radio, microondas, infrarroja, luz visible, ultravioleta, rayos X y rayos gamma.

La energía que se transmite en la radiación depende de la longitud de onda de esta. A menor longitud de onda, mayor energía transmitida. Del mismo modo, se irradia mayor cantidad de calor, cuanto mayor es la temperatura del cuerpo radiante. En este sentido, a mayor temperatura, existe una mayor intensidad en todas las longitudes de onda, especialmente en las más cortas.

En la luz visible, la longitud de onda determina el color. Por tanto, un cambio de temperatura va asociado a un cambio en el color. El ejemplo más claro se puede observar en una resistencia eléctrica instalada en una estufa. Dicha resistencia variará su color de naranja a rojo mientras esté conectada dependiendo de su temperatura.

Por otro lado, la cantidad de calor transferido por este proceso depende también del color del objeto que está siendo irradiado. De esta manera, el negro es el color más eficaz a la hora de absorber radiación y el blanco el que menos. Matemáticamente se representa el color a través de la emisividad que tenga el material.

Otro ejemplo de la vida cotidiana donde la radiación de calor es fundamental es en los microondas. Esos pequeños electrodomésticos utilizan la radiación de microondas para calentar los alimentos. Estas microondas interactúan con las moléculas de agua y otros componentes que están presentes en los alimentos generando calor y calentando los alimentos de manera eficiente mediante la fricción de dichas moléculas.

En la industria es muy habitual encontrar este medio de transmisión de calor en calderas industriales, donde los cuerpos, al encontrarse a temperaturas elevadas,

emiten energía en forma de radiación térmica, la cual es absorbida por otro cuerpo y convertida en calor. Para que la transmisión de calor sea lo más efectiva posible, se debe evitar cualquier partícula, vapor u objeto que se interponga entre el foco emisor (cuerpo caliente) y el foco receptor (cuerpo frío).

La dirección en la cual se propagan estas ondas es en línea recta. Esto implica que la única zona del cuerpo frío que va a recibir dicha radiación es la que se encuentre directamente con el foco emisor, el resto del cuerpo, estará en lo que se denomina "sombra". Para calentar esas zonas, la energía recibida por la zona directamente expuesta se transmite mediante procesos de conducción y convección a dichas zonas.

2.6. CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA

Para la resolución de los problemas se deben establecer una serie de condiciones de contorno que están asociadas a los límites existentes en el medio (frontera) y a las condiciones iniciales del problema estudiado (tiempo y temperatura inicial).

Para poder solucionar un problema de transmisión de calor desde un punto de vista matemático, a la hora de resolver las ecuaciones diferenciales que lo rigen, surgen una serie de constantes arbitrarias que derivan de las integrales realizadas. Para llegar a la resolución íntegra del problema, será necesario establecer una serie de condiciones que definan dichas constantes y tener la solución única del proceso de transferencia de calor.

Para la conducción, la ecuación del flujo de calor que atraviesa la superficie de la frontera es la siguiente, expresada en W/m^2 :

$$j_n(x_{frontera}) = \left. \frac{-k\partial T}{\partial n} \right|_{pared} \quad (2.37)$$

Las causas que generan el flujo existente en la frontera entre el flujo y el cuerpo son debidas a distintas causas, entre las que destacan:

- j_{fuente} , el cual está asociado a una fuente externa incidente.
- j_{conv} , el cual está asociado a fuentes convectivas debido al contacto de la superficie del cuerpo con un fluido externo a él. La ecuación que define dicho flujo es:

$$j_{conv} = h(T_{pared} - T_{\infty}) \quad (2.38)$$

Siendo h el coeficiente de película, el cual depende del tipo de flujo que exista, de la geometría y del aspecto de la superficie de la pared, de las temperaturas, etc.

- j_{rad} , el cual representa las pérdidas o ganancias de calor por radiación del cuerpo hacia el medio exterior. La expresión de dicho flujo es:

$$j_{conv} = \varepsilon \sigma (T_{pared}^4 - T_r^4) \quad (2.39)$$

Donde ε es la emisividad del material de la superficie y T_r es la temperatura de referencia existente en el medio exterior.

Y con todo esto, el balance energético existente en la superficie es de la forma:

$$j_n(x_{frontera}) = j_{fuente} + j_{conv} + j_{rad} \quad (2.40)$$

Que puede expresarse de la siguiente manera utilizando todas las ecuaciones descritas anteriormente:

$$\left. \frac{-k \partial T}{\partial n} \right|_{pared} = -j_{fuente} + h(T_{pared} - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_{pared}^4 - T_r^4) \quad (2.41)$$

De acuerdo con lo comentado, las condiciones de contorno utilizadas se clasifican de la siguiente manera.

2.6.1. Condición de contorno de primera clase

En esta condición determina o define la temperatura en la frontera dependiendo de la posición y del tiempo $T(r_{frontera}, t)$.

Esto es debido a que la temperatura a la que una superficie está expuesta es fácilmente medible y, por ello, es una de las maneras más sencillas de especificar una condición de contorno para la resolución del problema.

Condición de contorno de primera clase homogénea: $T(r_{frontera}, t) = 0$.

2.6.2. Condición de contorno de segunda clase

En esta condición se determina el flujo de calor externo en la superficie de la pared, el cual debe coincidir con el flujo de calor de conducción, $\left. \frac{-k \partial T(r)}{\partial n} \right|_{pared}$.

Condición de contorno de segunda clase homogénea:

$$\left. \frac{-k \partial T(r)}{\partial n} \right|_{pared} = 0. \quad (2.42)$$

Esto es lo que se conoce como pared adiabática.

2.6.3. Condición de contorno de tercera clase

En esta condición el flujo de calor de conducción en la superficie de la pared coincide con el flujo de calor de convección del fluido exterior:

$$\left. \frac{-k\partial T}{\partial n} \right|_{pared} = h(T_{pared} - T_{\infty}) \quad (2.43)$$

Condición de contorno de tercera clase homogénea: $T_{\infty} = 0$.

Es fácil de ver cómo sustituyendo $k=0$ o bien $h=0$ se puede llegar a las condiciones de contorno de primera y segunda clase a partir de la condición de contorno de tercera clase.

2.6.4. Condición de radiación

En esta condición es necesario que la temperatura de la pared y la temperatura de referencia del medio sean similares, en caso contrario, si el gradiente de temperaturas es muy grande, no se cumpliría dicha condición.

La condición de radiación:

$$\left. \frac{-k\partial T(x)}{\partial n} \right|_{T_{pared}} = \varepsilon \partial [T_{pared}^4 - T_r^4] \quad (2.44)$$

Cuando entre las temperaturas se cumple la siguiente relación:

$$\left| \frac{T_{pared} - T_r}{T_r} \right| \ll 1 \quad (2.45)$$

Puede aproximarse a la siguiente ecuación lineal:

$$\left. \frac{-k\partial T(x)}{\partial n} \right|_{T_{pared}} = h_r(T_{pared} - T_r) \quad (2.46)$$

$$h_r = 4\varepsilon\sigma T_r^3 \quad (2.47)$$

2.6.5. Condición de contacto entre medios

Esta condición se da cuando dos medios están sometidos a un contacto térmico que no es perfecto. Por tanto, en la frontera, el balance energético debe cumplir la ecuación:

$$\left. \frac{-k_1\partial T}{\partial n} \right|_{pared,1} = h_{1,2}(T_{pared,1} - T_{pared,2}) = \left. \frac{-k_2\partial T}{\partial n} \right|_{pared,2} \quad (2.48)$$

Donde $h_{1,2}$ es la conductancia térmica de contacto entre medios.

Para el caso de un contacto perfecto entre medios, la ecuación anterior quedade la siguiente forma:

$$\left. \frac{-k_1 \partial T}{\partial n} \right|_{pared} = \left. \frac{-k_2 \partial T}{\partial n} \right|_{pared} \quad (2.49)$$

2.7. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES DEPENDIENTES DE LA TEMPERATURA

Tradicionalmente, las propiedades de los materiales que intervienen en los procesos de transmisión de calor: densidad, conductividad y calor específico, se han tomado como valores constantes en función del material a estudiar. Pero esto no se ajusta al comportamiento real de los materiales (Bejan, 2013; Bejan & D.Kraus, 2003).

Numerosos estudios (Alarcón et al., 2002; Fernández et al., 2019; Zueco, Alhama, & González-Fernández, 2006; Zueco & Alhama, 2007) han demostrado que, si variamos la temperatura a la que está sometido el material, podemos comprobar cómo estas propiedades ven alterados sus valores, bien sea aumentando o disminuyendo su valor respecto al valor constante tradicionalmente considerado.

Es por esto que los problemas de transmisión de calor que se realizan habitualmente teniendo en cuenta parámetros constantes incluyen en sus resultados un error debido a la no consideración de la variabilidad de las propiedades con el aumento o disminución de la temperatura. No obstante, pese a que dicho error no es significativo en la mayoría de los casos, hay problemas que requieren una precisión exhaustiva para la cual es necesario tener en cuenta la variabilidad de las propiedades con la temperatura (Del Cerro Velázquez et al., 2008).

En el desarrollo de los problemas que se plantearán en esta tesis, las propiedades van a considerarse dependientes de la temperatura para poder reducir el error cometido en la simulación de los diferentes ejemplos de transmisión de calor.

2.7.1. Conductividad térmica

La conductividad térmica es la propiedad que mide la facilidad con la que una sustancia transmite calor.

La conductividad es una propiedad que depende de varios factores:

- Composición química del material.
- Estado de agregación de la materia.
- Estructura cristalina.
- Homogeneidad del material.
- Presión.
- Temperatura.

Como norma general, los sólidos conducen mejor la temperatura que los líquidos y los líquidos son mejores conductores que los gases. Esto es debido a que la transmisión de calor debida a choques moleculares depende de la distancia existente entre las moléculas. Por tanto, en sólidos dicha distancia es menor que en líquidos y estos últimos a su vez tienen una distancia inferior a la de los gases.

- **Sólidos:** para una mayor temperatura, la conductividad térmica en los sólidos aumenta puesto que el recorrido de las moléculas tiende a disminuir conforme aumenta la temperatura.
- **Líquidos:** a medida que la temperatura aumenta, es habitual observar cómo la conductividad térmica de los líquidos disminuye a excepción del agua, elemento utilizado en numerosos procesos de transmisión de calor a temperaturas elevadas.
- **Gases:** existe una relación directa entre la temperatura y la conductividad térmica de los gases, de manera que conforme aumenta la temperatura, dicha propiedad aumenta también su valor.

2.7.2. Calor específico

Esta propiedad es la encargada de explicar la variación de temperatura que experimenta un material en función de la cantidad de calor que se almacena en él.

Si bien es cierto que la dependencia de esta propiedad respecto a la temperatura es muy leve en todos los estados de la materia, si se quiere tener un resultado lo más preciso posible del proceso estudiado, se debe tener en cuenta la existencia de esa leve variación.

2.7.3. Densidad

La temperatura influye de manera significativa en el valor de la densidad del material a estudiar, puesto que dependiendo de la temperatura a la que se encuentre el material, estará en un estado de la materia u otro.

Debido a que la densidad es la relación existente entre la masa y el volumen que ocupa un cuerpo, en los sólidos, la materia está compactada, por tanto, la densidad será mayor que en un líquido. Del mismo modo, los gases ocupan todo el espacio que le permite el recipiente que los contiene, por tanto, tienen un mayor volumen que los líquidos. Esto se traduce en que los gases tienen una densidad inferior a la de los líquidos.

2.7.4. Ecuaciones dependientes de la temperatura

Las ecuaciones que van a regir la dependencia de la temperatura serán ecuaciones polinómicas de hasta grado dos en función del material estudiado. Hay ciertos materiales que no verán afectada alguna de sus propiedades con la temperatura, por tanto, para esos materiales, se considerará dicha propiedad constante.

Estas ecuaciones pueden tener alguno de sus coeficientes nulos, esto es debido a que la dependencia de la propiedad con la temperatura no es estrictamente una ecuación de segundo grado. Es probable que dicha dependencia sea lineal o, como se ha comentado anteriormente, hay casos donde la propiedad se considera constante, es decir, los coeficientes b y c serán nulos.

Ecuación de la densidad:

$$\rho = a_1 + b_1T + c_1T^2 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \quad (2.50)$$

Ecuación de la conductividad:

$$k = a_2 + b_2T + c_2T^2 \left(\frac{W}{mK} \right) \quad (2.51)$$

Ecuación del calor específico:

$$C_e = a_3 + b_3T + c_3T^2 \left(\frac{J}{kgK} \right) \quad (2.52)$$

Para ver la dependencia existente de las propiedades respecto a la temperatura, se utilizará el polipropileno como ejemplo, tomando los datos de las ecuaciones del libro de propiedades físicas de polímeros (Mark, 2006).

A través de los datos sueltos del polipropileno a distintas temperaturas, se puede deducir la ecuación que rige la dependencia con la temperatura:

Para la densidad, se obtiene la siguiente gráfica (Figura 7) donde se puede apreciar la ecuación que rige la dependencia:

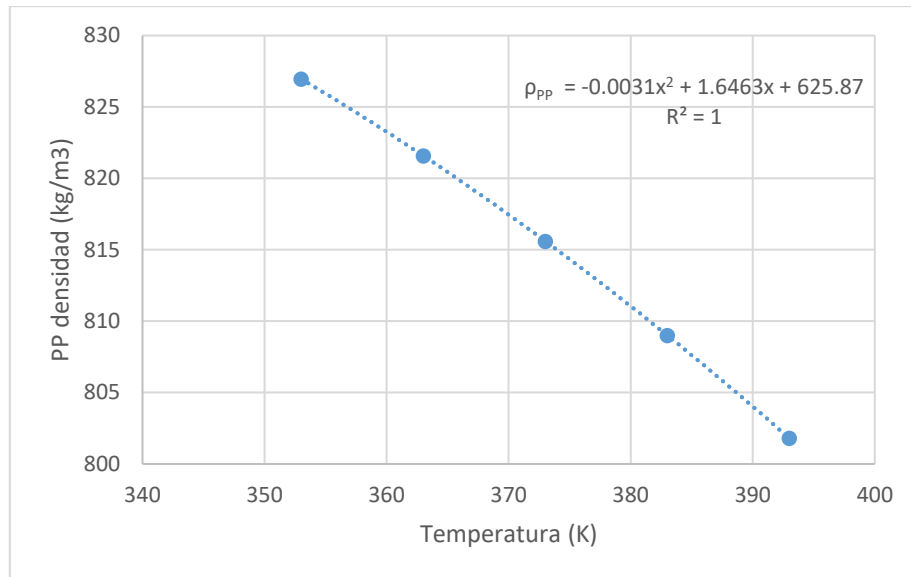


Figura 7. Densidad polipropileno dependiente de la temperatura

Para la conductividad térmica se sigue el mismo procedimiento mencionado anteriormente, lo que se muestra en la Figura 8:

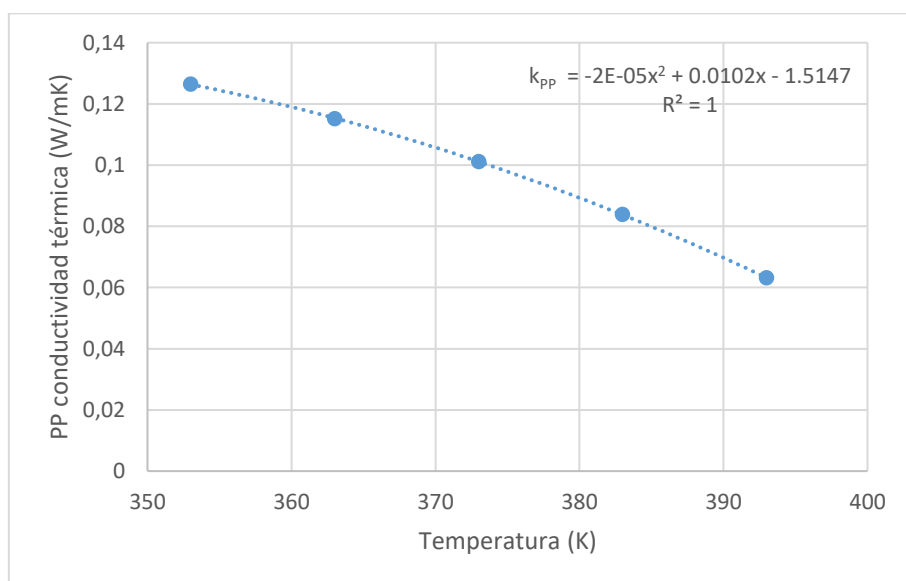


Figura 8. Conductividad térmica polipropileno dependiente de la temperatura

Por último, se obtiene la siguiente gráfica con su correspondiente ecuación que relaciona la temperatura con el calor específico del polipropileno (Figura 9):

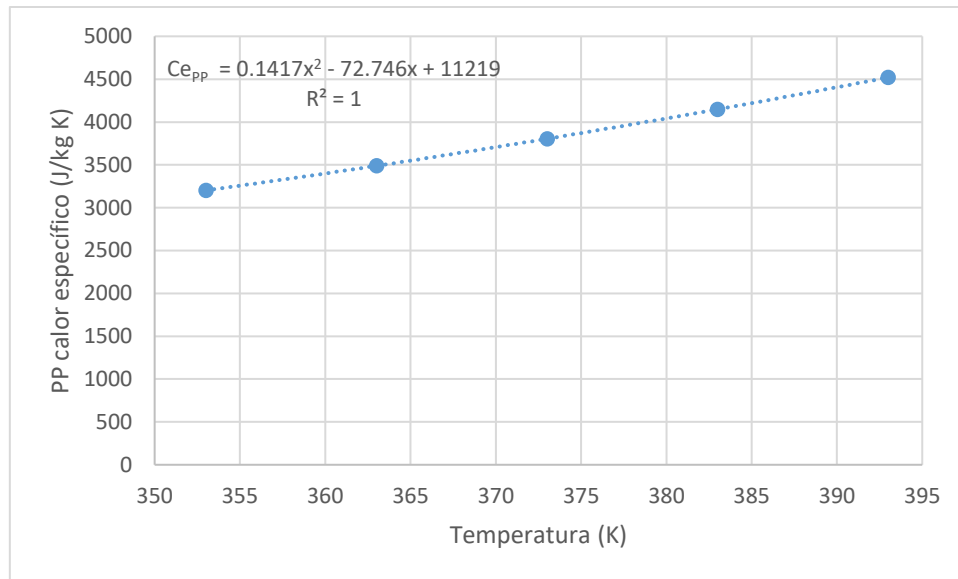


Figura 9. Calor específico polipropileno dependiente de la temperatura

Para hallar la difusividad térmica dependiente de la temperatura, se aplica la ecuación (2.4) con todas las variables dependientes de la temperatura. De esta manera se obtiene la siguiente gráfica con su correspondiente ecuación (Figura 10):

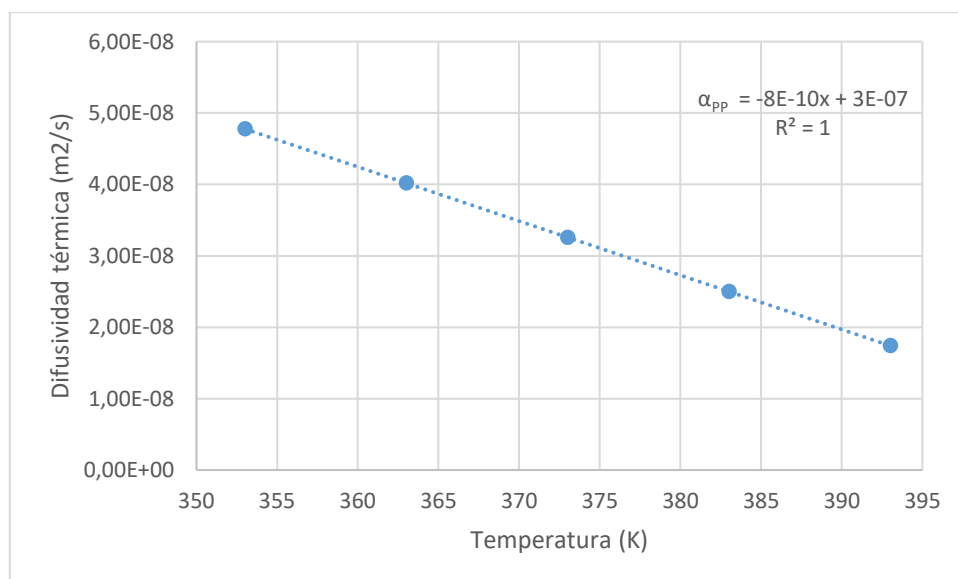


Figura 10. Difusividad térmica polipropileno dependiente de la temperatura

Por tanto, a partir de datos experimentales se llega a las siguientes ecuaciones de las propiedades del material dependiente de la temperatura.

Ecuación de la densidad:

$$\rho = 625.87 + 1.6463T - 0.0031T^2 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \quad (2.53)$$

Ecuación de la conductividad:

$$k = -1.5147 + 0.0102T - 2 \cdot 10^{-5}T^2 \left(\frac{W}{mK} \right) \quad (2.54)$$

Ecuación del calor específico:

$$C_e = 11219 - 72.746T + 0.1417T^2 \left(\frac{J}{kgK} \right) \quad (2.55)$$

A modo resumen, en la Tabla 1 se muestra el valor que habría que utilizar para poder simular un problema con este material:

Propiedad	a_i	b_i	c_i
Densidad	625.87	1.6463	-0.0031
Conductividad térmica	-1.5147	0.0102	$-2 \cdot 10^{-5}$
Calor específico	11219	-72.746	0.1417

Tabla 1. Coeficientes propiedades dependientes polipropileno

Con las gráficas se puede observar cómo va a afectar en la obtención de los resultados del mismo el hecho de introducir la dependencia de los materiales en la simulación de problemas.

Si bien es cierto, que, dependiendo del material, la dependencia respecto a la temperatura se verá más o menos influenciada, afectando de esta manera en un mayor o menor error a la hora de simular el mismo problema con las propiedades constantes o dependientes de la temperatura.

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES

3.1. INTRODUCCIÓN

El método de simulación por redes (MESIR) es una técnica de cálculo numérico que se utiliza para la resolución de problemas los cuales puedan definirse con un conjunto de ecuaciones o un modelo matemático.

Dicho método ha sido utilizado para estudiar la transmisión de calor en distintos procesos (Alhama & Campo, 2002; Alhama & González-Fernández, 2002; Del Cerro Velázquez et al., 2008; Sánchez Pérez et al., 2016; Sánchez-Pérez et al., 2018).

Para poder aplicar este método, es necesario seguir los siguientes pasos:

1. Elaboración de un modelo en red o circuito eléctrico que sea equivalente al problema de transmisión de calor que se quiere estudiar, incluyendo las condiciones tanto iniciales como de contorno.
2. Simulación de dicho proceso para poder obtener la solución del problema. Para ello, es necesaria la utilización de un programa que resuelva los circuitos eléctricos equivalentes.

De acuerdo con lo comentado, la base de esta técnica consiste en la equivalencia entre las ecuaciones en diferencias obtenidas por la discretización espacial de las variables del proceso y las ecuaciones de Kirchhoff que son utilizadas para resolver los circuitos eléctricos. El error cometido a la hora de realizar la resolución de un problema mediante este método es inferior a un 1% para problemas lineales, teniendo en cuenta la utilización de un número de celdas aceptables (60 aproximadamente). Este error se puede achacar al mallado geométrico realizado (Alarcón et al., 2002).

Para que un modelo en red sea equivalente a un determinado proceso llevado a estudio, las ecuaciones del modelo matemático y las del modelo en red para un elemento de volumen o celda elemental, deben coincidir. Dichas ecuaciones se corresponden con variables análogas.

La analogía entre las variables eléctricas y las variables térmicas es la que se muestra en la Figura 11:

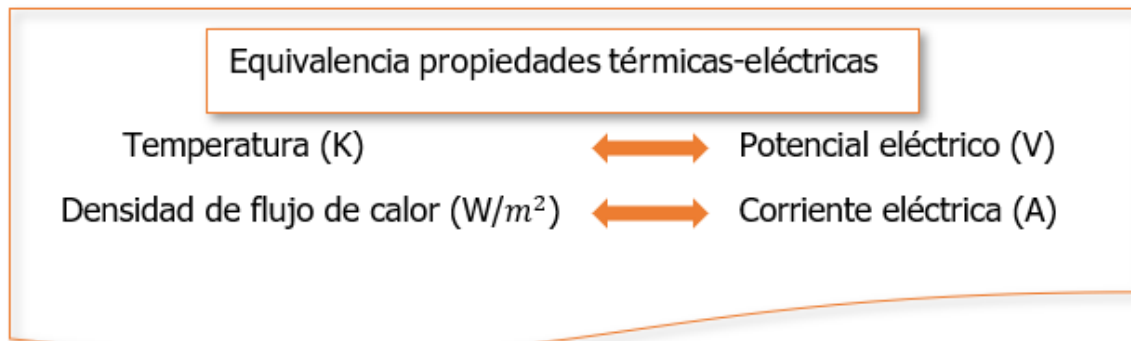


Figura 11. Analogía variables térmicas y eléctricas

Las técnicas de desarrollo del modelo incluyen dividir el espacio en elementos de volumen o celdas unitarias. Al aplicar ecuaciones diferenciales a estas redes, se obtiene un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas, que es el punto de partida para derivar el modelo de red correspondiente a cada celda unitaria. La correspondencia elegida entre las variables dependientes del problema y las variables eléctricas, de tensión y de corriente, en lugar de temperatura y densidad de flujo calórico, permite interpretar los resultados de la simulación en términos del proceso modelado. Conectar las celdas de acuerdo con la geometría del problema configura un modelo de red que corresponde a todo el entorno finito; cuanto mayor sea el número de celdas seleccionadas, mayor precisión se obtendrá en la simulación del proceso. Las condiciones iniciales y de contorno se introducen en el modelo utilizando el equipo eléctrico adecuado.

Aplicar el método de redes en problemas de transmisión de calor y realizar una analogía entre las propiedades de los materiales y una red o circuito eléctrico, permite definir algunas de las magnitudes de la red que son relevantes a la hora de describir el transporte calórico, el cual es similar al transporte de energía eléctrica.

Lo que plasmó Peusner en "Teoría de redes" (Peusner, 1986,1987) junto con el modelo matemático, permite obtener un grafo equivalente al problema a estudiar cuya solución va a ser obtenida mediante un programa informático. Con el grafo, de tipo eléctrico, el método de simulación por redes y el software que permite simular los circuitos eléctricos, se obtiene la solución del problema. En este trabajo el software utilizado es Ngspice.

Las ventajas que presenta el método de simulación por redes frente a métodos numéricos clásicos es que sustituye un complejo sistema de ecuaciones diferenciales por un circuito eléctrico equivalente el cual es resuelto por el software indicado anteriormente. Con el software de simulación además se pueden visualizar flujos y fuerzas de manera que resulta sencillo relacionar

procesos físicos con la evolución que experimentan los componentes eléctricos simulados.

Para poder resolver un determinado problema, es necesario tener en cuenta a la hora de diseñar nuestro modelo en red la primera y segunda Ley de Kirchoff:

- La primera ley nos indica que la suma de todas las corrientes entrantes a un nodo, debe ser igual a la suma de las corrientes salientes del mismo.

$$\sum I_{entrada} = \sum I_{salida} \quad (3.1)$$

- La segunda ley de Kirchoff nos indica que la suma de voltajes en una malla es igual a cero, o, dicho de otro modo, la suma de todas las caídas de tensión en una malla debe ser igual a la tensión suministrada.

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (3.2)$$

En el método MESIR para cada uno de los procesos simulados se deben elegir las variables conjugadas. Una vez obtenidas estas, a través del modelo matemático, se obtienen los elementos eléctricos que formarán parte del circuito e intervendrán en el modelo en red, así como la manera que tienen estos de interconectarse entre sí.

Para los procesos de transmisión de calor se establece normalmente una relación entre las variables de densidad de corriente eléctrica con el flujo de calor y las variables de potencial eléctrico con la temperatura.

3.2. ELEMENTOS PASIVOS Y ACTIVOS

Al modelo en red se le asocia un conjunto de fuerzas que cumplen la condición de unicidad en el dominio del problema, así como un conjunto de flujos que están regidos por la conservación local. Las ecuaciones constitutivas son las relaciones entre un par fuerza-flujo y estas definen los elementos del circuito eléctrico a simular.

El flujo $j_{N-N'}$ es una magnitud que se asocia a cada rama que une los puntos N-N' y cuya dirección es de N hacia N'. Este flujo $j_{N-N'}$ se rige por la ley de Kirchoff para corrientes.

La fuerza $X_{N-N'}$ se asocia a cada nudo, definida por $\Phi_N - \Phi_{N'}$, se rige por la ley de Kirchoff para tensiones.

Los elementos pasivos y activos se utilizan cuando las relaciones que se establecen entre un par flujo-fuerza, denominado como monpuerta, la cual es un elemento de circuito el cual dispone de dos nodos. Estas monpuertas pueden ser elementos pasivos y activos. Para los elementos pasivos, los cuales no

generan potencia, solamente la almacenan o la disipan (resistencias, condensadores), mientras que los elementos activos son elementos que si generan energía (fuentes de corriente, generadores de tensión).

3.2.1. Elementos pasivos

Los elementos pasivos utilizados en este estudio son las resistencias, las cuales disipan la energía, y los condensadores, los cuales la acumulan.

3.2.1.1. Resistencias

Las resistencias tienen un valor constante, designado por R , la cual va a ser la encargada de relacionar el flujo y la fuerza de una misma rama con la siguiente relación:

$$X(t) = R J(t) \quad (3.3)$$

La acción de la resistencia no depende del estado en el cual estuviese la variable anteriormente, esto significa que su acción es instantánea. La representación simbólica se representa en la Figura 12.



Figura 12. Representación de una resistencia lineal

3.2.1.2. Condensadores

Los condensadores, también tendrán un valor constante, designado por C , es un elemento que relaciona el flujo con la derivada temporal de la fuerza con la siguiente relación:

$$J(t) = C \frac{\partial X(t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

La acción del condensador, a diferencia de la resistencia, si depende el estado en el cual estuviese anteriormente la variable, esto es, tiene en cuenta lo que ha sucedido en momentos anteriores. La representación simbólica del condensador se representa en la Figura 13.

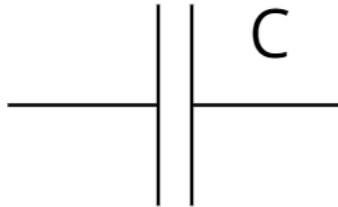


Figura 13. Representación de un condensador lineal

3.2.2. Elementos activos

Estos elementos son aquellos que aportan o consumen energía del sistema.

Existen fundamentalmente dos tipos de elementos activos: fuentes constantes o dependientes del tiempo y fuentes controladas de tensión o corriente.

3.2.2.1. Fuentes constantes o dependientes del tiempo

Estos elementos disponen de dos terminales los cuales van a especificar o bien fuerza o flujo, tanto constante como dependiente del tiempo, en función del tipo de fuente que tengamos. Eléctricamente corresponden generadores de tensión o corriente (Figuras 14 y 15).



Figura 14. Representación de fuentes constantes

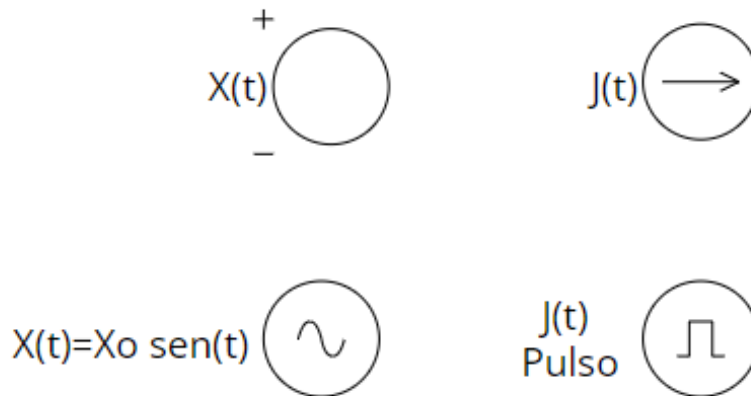


Figura 15. Representación de fuentes dependientes del tiempo

3.2.2.2. Fuentes controladas de tensión o corriente

Son elementos que disponen de cuatro terminales, dos dedicados a la entrada de la lectura de la variable de control y los otros dos dedicados a la salida de la señal. La conexión de los terminales de salida de los elementos con el modelo se realiza en serie o en paralelo dependiendo del tipo de fuente que tengamos, tensión o corriente.

Los softwares utilizados para la resolución de estos circuitos posibilitan la elección de variables de control, tanto corrientes como tensiones y, también, permite la elección de más de una variable de control para una fuente dada.

De este tipo de fuente existen cuatro tipos distintos (Figura 16): corriente controlada por corriente, tensión controlada por tensión, corriente controlada por tensión y tensión controlada por corriente.

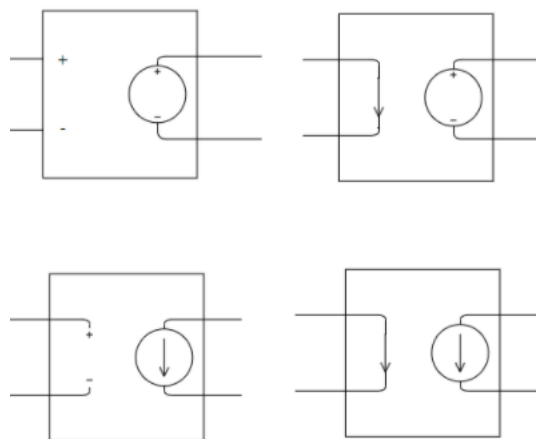


Figura 16. Representación de fuentes controladas de tensión y corriente

Estas fuentes son las que permiten asumir no linealidades en las ecuaciones de los modelos en red y acoplamientos en el modelo. Para ello, es necesario hacer uso de circuitos auxiliares a los principales. Esto no resulta dificultoso puesto que precisa de conocimientos básicos de teoría de circuitos.

3.3. MESIR como método numérico

MESIR se considera un método numérico puesto que los procedimientos utilizados para la resolución de los problemas de transmisión de calor, simulados mediante circuitos eléctricos, son numéricos exclusivamente. Los procedimientos numéricos se basan en la resolución de las ecuaciones en derivadas parciales dependientes del espacio y del tiempo que definen nuestro modelo completo.

La base fundamental del método de simulación por redes es que parte de un modelo matemático que representa un determinado proceso-problema. Este modelo matemático está formado por una serie de ecuaciones en derivadas parciales las cuales dependen del espacio y del tiempo, de ahí que también se denominen ecuaciones diferenciales. En este sentido, son ecuaciones dependientes del tiempo, en diferencias finitas, puesto que también dependen del espacio y representan el punto de partida para el diseño de cada una de las celdas elementales del modelo en red.

Para configurar el modelo en red completo, se deben interconexionar todas las celdas elementales del modelo en base a la geometría del problema y se deben implementar los componentes eléctricos que van a formar las celdas, los cuales dependerán de las condiciones de contorno e iniciales.

De esta manera, el modelo en red queda configurado y el siguiente paso es introducirlo en un software capaz de resolver circuitos eléctricos (Ngspice). Es este software el encargado de resolver las ecuaciones en red que han sido establecidas previamente y el que proporciona el resultado del modelo matemático del problema. Por tanto, puesto que el resultado del problema es una solución numérica, el método de simulación por redes es un método matemático de resolución numérica.

El método de simulación por redes ha abarcado con éxito la resolución de multitud de problemas tales como:

- Problemas de difusión a través de membranas.(García-Ros et al., 2019)
- Problemas de difusión en hormigón.(Sánchez-Pérez & Alhama, 2020)
- Problemas de corrosión.(Sánchez-Pérez et al., 2019)
- Problemas de cambio de fase (Alhama & González-Fernández, 2002).

- Problemas de procesos electroquímicos (Sánchez et al., 2012).
- Problemas de transferencia de calor (Liebmann, 1956b).
- Problemas inversos (Zueco, Alhama, & Gonzalez Fernandez, 2006).

La gran ventaja que presenta MESIR frente a los métodos numéricos clásicos, tales como: método de elementos finitos, métodos iterativos específicos y de autovalores, etc, es que estos últimos requieren de unos conocimientos matemáticos avanzados para la resolución de los problemas, así como modificaciones en el software puesto que cualquier dependencia paramétrica o de condiciones de contorno hacen que este cambie.

La diferencia principal existente entre MESIR y los métodos clásicos, es, además, que mientras que los métodos clásicos reticulan simultáneamente las variables independientes, espacio y tiempo, MESIR lo hace poco a poco, esto es, primero realiza una etapa haciendo la reticulación espacial de la cual obtenemos el modelo en red, mientras que, en una segunda etapa, se hace una reticulación temporal, la cual la realiza el propio software de simulación de circuitos en su proceso.

Respecto al error cometido al realizar la resolución de un problema mediante el método de simulación por redes, cabe destacar que este depende del número de celdas con las que resolvamos nuestro problema. El error cometido está por debajo del 0.2-0.5% en casos en los que se han tomado de 40 a 60 elementos de volumen para su resolución. Si los problemas son no lineales como, por ejemplo, un problema con un cambio de fase y su frontera sea móvil, para poder obtener el mismo orden de error, se debe duplicar el número de celdas escogido para la resolución.

CAPÍTULO 4. MODELOS EN RED

4.1. Analogía termoelectrónica

Para la resolución de problemas de transmisión de calor en el ámbito académico es habitual realizar una analogía entre las propiedades térmicas y las eléctricas para la simplificación de las ecuaciones a resolver, ya que las ecuaciones que relacionan los procesos de transmisión de calor son exactamente iguales a las ecuaciones que relacionan las variables eléctricas de tensión e intensidad. De esta manera, y, como ya se ha indicado anteriormente, la densidad de flujo de calor es análoga a la corriente eléctrica mientras que la temperatura es análoga al potencial eléctrico.

La bibliografía clásica existente, únicamente relaciona las variables térmicas con las eléctricas en problemas de transmisión de calor lineales y con condiciones de contorno simples, de primera clase y de segunda. En los diferentes trabajos publicados por el grupo de investigación de simulación por redes sí se realiza la analogía termoelectrónica como método numérico para la resolución de problemas de transmisión de calor (Horno et al., 1993; López-García et al., 1996; Moreno Nicolás et al., 2007; Soto Meca, Alhama, et al., 2007; Soto Meca, Alhama López, et al., 2007).

Uno de los referentes en la utilización de esta analogía es Chapman (Chapman, 2009), el cual dedica gran parte de su trabajo a la relación de las variables térmicas con las eléctricas para problemas de transmisión de calor lineales. Estos problemas utilizan resistencias y condensadores para la disipación y el almacenamiento de energía respectivamente y fuentes únicamente constantes para simular las condiciones de contorno.

Las aportaciones a los problemas reales que realizan los modelos en red y la analogía termoelectrónica de procesos de transmisión de calor es la construcción de circuitos eléctricos equivalentes mediante la utilización de resistencias para llegar a problemas no lineales, dependientes del tiempo, los cuales incluyen también procesos de cambio de fase.

Las aportaciones que realiza la analogía termoelectrónica a la realidad son mediante la utilización de lo que se llama la técnica "resistance-network model" (Liebmann, 1954, 1956b). Este método utiliza únicamente resistencias, las cuales construyen circuitos de gran complejidad en los cuales se manipula el tiempo para poder simular problemas no lineales.

Por tanto, puede concluirse que el MESIR, como método numérico, se diferencia de la analogía termoeléctrica en tanto en cuanto tiene la capacidad de resolver problemas, lineales o no y con condiciones de contorno arbitrarias de una manera sencilla mediante la utilización de software de resolución de circuitos eléctricos.

4.2. Modelos en red para medios homogéneos y sus condiciones de contorno

Como se ha comentado, el Método de Simulación de Redes es un método utilizado para resolver diversos procesos fisicoquímicos que pueden ser definidos por un modelo matemático. Consiste en convertir cada uno de los sumandos de la ecuación en un elemento de un circuito eléctrico, simulando así, en este caso, un problema de transmisión de calor a través de un circuito eléctrico. Es decir, se establece una analogía eléctrica entre las variables del problema y el voltaje en un nodo central. Este método ha sido ampliamente utilizado en diversos problemas de ingeniería. Por lo tanto, se deben convertir las ecuaciones para cada una de las coordenadas estudiadas en términos que puedan ser utilizados para el Método de Simulación de Redes.

Los modelos en red se constituyen por un único circuito eléctrico en cuyo nodo central de cada una de las celdas elementales se realiza un balance de cada una de las corrientes que proceden de cada una de las ramas, tantas como términos va a contener la ecuación de gobierno del problema a estudiar una vez discretizada.

Para poder desarrollar los modelos en red de las distintas geometrías se ha acudido a (Cengel, 2015) aunque para este trabajo se ha simplificado las ecuaciones obviando la generación interna de energía de cada una de las celdas.

4.2.1. Modelo 2-D para la pared plana

El balance energético en una pared plana 2-D puede expresarse de la siguiente manera:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } x \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } x + \Delta x \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } z \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } z + \Delta z \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de cambio de energía} \\ \text{dentro del elemento} \end{array} \right)$$

Partiendo de la ecuación del modelo matemático para coordenadas rectangulares:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Por simetría, la coordenada "y" se ignora puesto que, si se consideran las condiciones de contorno constantes respecto a toda la geometría, la representación que resulta de la pared plana en 2-D contempla solamente las coordenadas "x" y "z".

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.2)$$

Desarrollando las derivadas de la ecuación anterior, quedaría lo siguiente:

$$\frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.3)$$

Despejando la derivada de la temperatura respecto del tiempo, la ecuación queda:

$$\frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.4)$$

Teniendo en cuenta la fórmula de la difusividad térmica, ecuación (2.4):

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.5)$$

Para poder implementar las segundas derivadas como resistencias, es necesario que estén libres de términos variables:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.6)$$

$(\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z}$ se consideran fuentes de corriente controladas por voltaje,

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ se consideran como dos resistencias en serie,

$\frac{\partial T}{\partial t}$ representa un condensador.

Teniendo en cuenta que los términos que incluyen α son funciones dependientes de la temperatura, se considerarán las fuentes controladas por voltaje. Antes del desarrollo del modelo de red, las expresiones que incluyen ecuaciones diferenciales se discretizan espacialmente dividiendo el espacio en n elementos de volumen de acuerdo con la Figura 17, por lo tanto, las ecuaciones anteriores se pueden expresar en diferencias finitas. Por último, los centros de las celdas se equilibran con las corrientes eléctricas de cada uno de los elementos que componen el circuito.

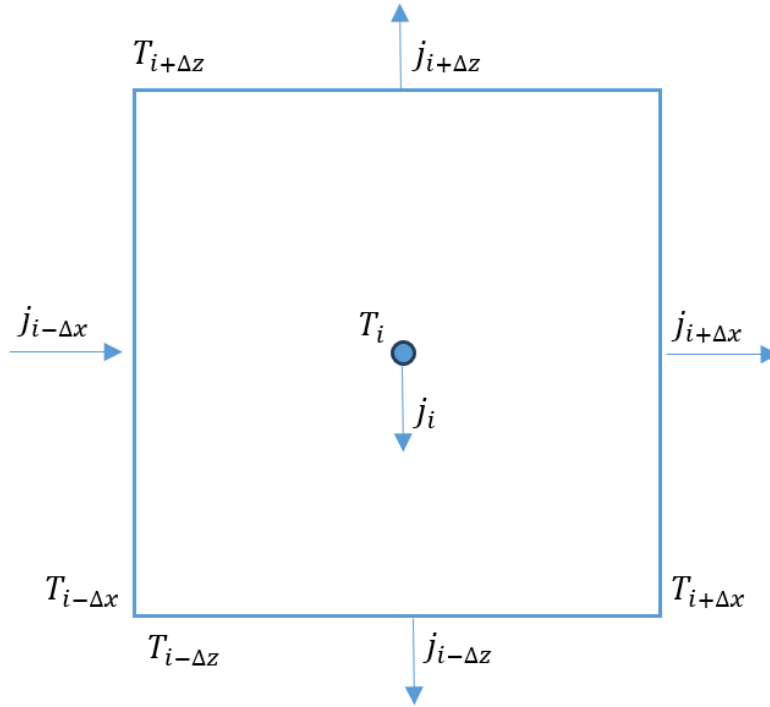


Figura 17. Nomenclatura de elementos de volumen para pared plana.

Utilizando la nomenclatura de la Figura 17, la discretización espacial de la primera y segunda derivada se realiza mediante balances entre los nodos centrales y los bordes de las celdas. Por lo tanto, la primera derivada en diferencias finitas viene dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (4.7)$$

Donde:

$$\Delta x = x_{i+1,j} - x_{i-1,j} \quad (4.8)$$

y la segunda derivada respecto de x por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{2}} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{\Delta x}{2}}}{\Delta x} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}}{\frac{\Delta^2 x}{2}} \quad (4.9)$$

donde la siguiente expresión es el valor de la resistencia al implementar el dispositivo eléctrico:

$$R_x = \frac{\Delta^2 x}{2} \quad (4.10)$$

y la segunda derivada respecto de z por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta z}{2}} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{\Delta z}{2}}}{\Delta z} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}}{\frac{\Delta^2 z}{2}} \quad (4.11)$$

donde la siguiente expresión es el valor de la resistencia respecto de la altura al implementar el dispositivo eléctrico:

$$R_z = \frac{\Delta^2 z}{2} \quad (4.12)$$

Por lo tanto, el circuito que representaría el problema, considerando todo lo anterior, sería el representado en la Figura 18.

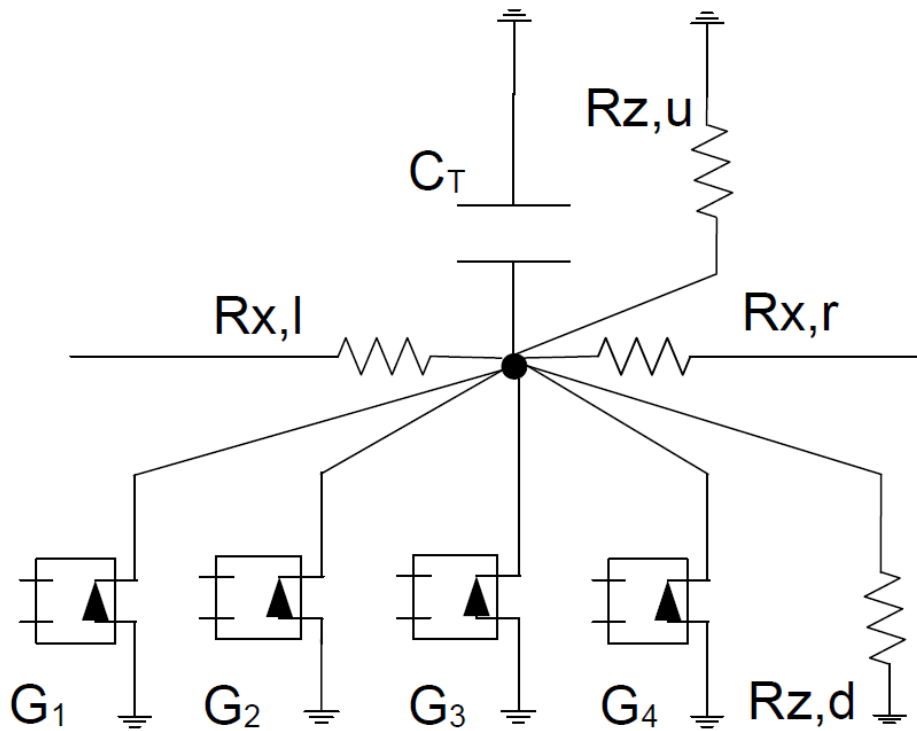


Figura 18. Modelo en red de un elemento de volumen para pared plana.

4.2.2. Modelo 2-D para el cilindro

El balance energético en un cilindro para 2-D puede expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } r \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } r + \Delta r \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } z \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de calor} \\ \text{por conducción} \\ \text{en } z + \Delta z \end{array} \right) \\ & = \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de cambio de energía} \\ \text{dentro del elemento} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Partiendo de la ecuación del modelo matemático para coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.13)$$

Dado que los problemas estudiados en esta tesis presentan simetría respecto a un eje, si las condiciones de contorno son homogéneas, el problema puede estudiarse en dos dimensiones, radial y en altura. Así, tomando esta simplificación, se muestra la ecuación a la que se le desarrollará el modelo de red:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.14)$$

Si se desarrollan las derivadas que se indican teniendo en cuenta que la conductividad térmica es dependiente, la ecuación anterior quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{r}{r} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + k \frac{r}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.15)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.4) de la difusividad térmica, la ecuación anterior, queda tal como sigue:

$$\frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\alpha}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.16)$$

Reordenando la ecuación anterior, se puede escribir de la siguiente manera:

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\alpha}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.17)$$

Como se ha indicado, para poder implementar las segundas derivadas como resistencias, es necesario que estén libres de términos variables:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\alpha}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.18)$$

Cualquier segunda derivada parcial libre de términos variables se identifica en el circuito como dos resistencias en serie, también cualquier segunda derivada parcial o primera derivada parcial con términos dependientes que se multipliquen se identifica en el circuito como fuentes de corriente controlada por voltaje y, finalmente, la derivada de tiempo representa en el circuito un condensador. Por lo tanto, para nuestro circuito la expresión matemática quedaría expresada de la siguiente forma:

$(\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}, (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z}, \frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r}, \frac{\alpha}{r} \frac{\partial T}{\partial r}$ se consideran fuentes de corriente controladas por voltaje,

$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$ se consideran como dos resistencias en serie,

$\frac{\partial T}{\partial t}$ representa un condensador.

Teniendo en cuenta que los términos que incluyen el factor α son funciones dependientes de la temperatura, se considerarán fuentes controladas por voltaje. Antes del desarrollo del modelo de red, las expresiones que incluyen ecuaciones diferenciales se discretizan espacialmente dividiendo el espacio en n elementos de volumen de acuerdo con la nomenclatura de la Figura 19. Por lo tanto, las ecuaciones anteriores se pueden expresar en diferencias finitas. Por último, los centros de las celdas se equilibran con las corrientes eléctricas de cada uno de los elementos que componen el circuito.

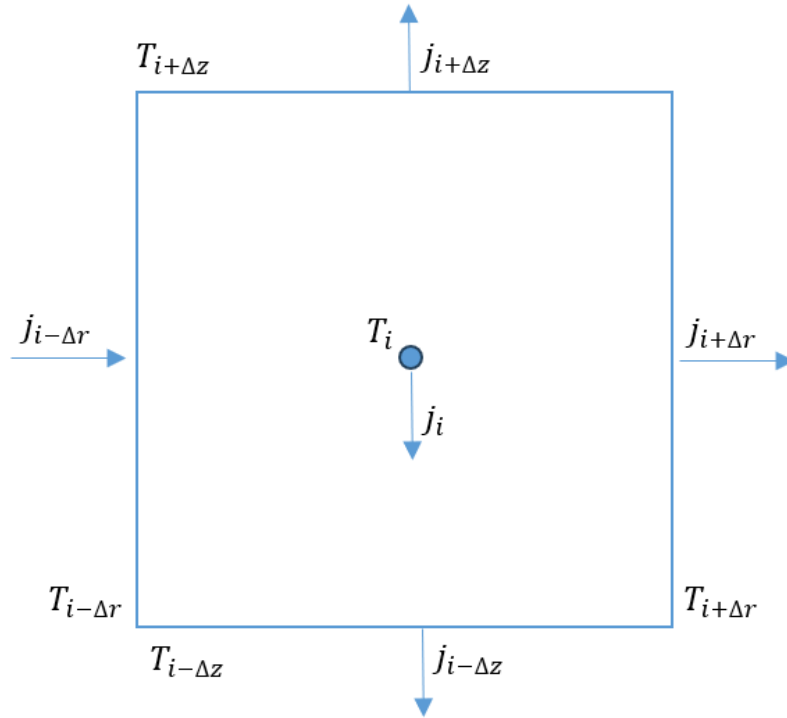


Figura 19. Nomenclatura de elementos de volumen para cilindro.

Utilizando la nomenclatura de la figura anterior, la discretización espacial de la primera y segunda derivada se realiza mediante balances entre los nodos centrales y los bordes de las celdas. Por ello, la primera derivada en diferencias finitas viene dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{\Delta r} \quad (4.19)$$

Donde:

$$\Delta r = r_{i+1,j} - r_{i-1,j} \quad (4.20)$$

y la segunda derivada respecto del radio "r" por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\frac{T_{i+1,j}-T_{i,j}}{\frac{\Delta r}{2}} - \frac{T_{i,j}-T_{i-1,j}}{\frac{\Delta r}{2}}}{\Delta r} = \frac{T_{i+1,j}+T_{i-1,j}-2T_{i,j}}{\frac{\Delta^2 r}{2}} \quad (4.21)$$

donde la siguiente expresión es el valor de la resistencia radial al implementar el dispositivo eléctrico:

$$R_r = \frac{\Delta^2 r}{2} \quad (4.22)$$

y la segunda derivada respecto de la coordenada "z" por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\frac{T_{i+1,j}-T_{i,j}}{\frac{\Delta z}{2}} - \frac{T_{i,j}-T_{i-1,j}}{\frac{\Delta z}{2}}}{\Delta z} = \frac{T_{i+1,j}+T_{i-1,j}-2T_{i,j}}{\frac{\Delta^2 z}{2}} \quad (4.23)$$

donde la siguiente expresión es el valor de la resistencia respecto de la altura al implementar el dispositivo eléctrico:

$$R_z = \frac{\Delta^2 z}{2} \quad (4.24)$$

En definitiva, el circuito equivalente que definiría el problema del cilindro quedaría representado por la Figura 20.

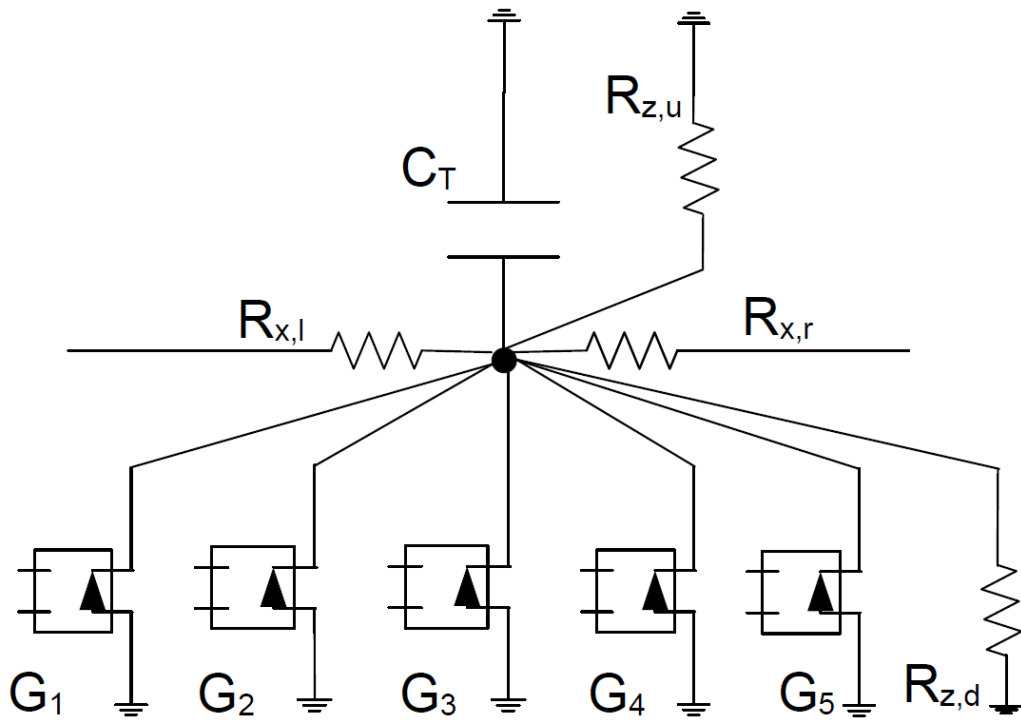


Figura 20. Modelo en red de un elemento de volumen para cilindro.

4.2.3. Modelo 1-D para la esfera

Partiendo de la ecuación del modelo matemático para coordenadas esféricas:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.25)$$

Si se consideran las condiciones de contorno idénticas alrededor de la esfera, la ecuación anterior queda reducida a términos exclusivos dependientes del radio "r":

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.26)$$

Desarrollando las derivadas anteriores, la ecuación queda:

$$\frac{r^2}{r^2} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2r}{r^2} k \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{r^2}{r^2} k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.27)$$

Simplificando la ecuación anterior:

$$\frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.28)$$

Como se ha indicado, para poder implementar las segundas derivadas como resistencias, es necesario que estén libres de términos variables:

$$\frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial T}{\partial r} + (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.29)$$

Cualquier segunda derivada parcial libre de términos variables se identifica en el circuito como dos resistencias en serie, también cualquier segunda derivada parcial o primera derivada parcial con términos dependientes que se multipliquen se identifica en el circuito como fuentes de corriente controlada por voltaje y, finalmente, la derivada de tiempo representa en el circuito un condensador. Por lo tanto, para el circuito la expresión matemática quedaría expresada de la siguiente forma:

$\frac{1}{\rho C_e} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r}, \frac{2}{r} \frac{k}{\rho C_e} \frac{\partial T}{\partial r}, (\alpha - 1) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$ se consideran fuentes de corriente controladas por voltaje,

$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$ se consideran como dos resistencias en serie,

$\frac{\partial T}{\partial t}$ representa un condensador.

La discretización espacial de la primera y segunda derivada se realiza mediante balances entre los nodos centrales y los bordes de las celdas. Por lo tanto, la primera derivada en diferencias finitas viene dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{\Delta r} \quad (4.30)$$

Donde:

$$\Delta r = r_{i+1,j} - r_{i-1,j} \quad (4.31)$$

y la segunda derivada respecto del radio "r" por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta r}{2}} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\frac{\Delta r}{2}}}{\Delta r} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}}{\frac{\Delta^2 r}{2}} \quad (4.32)$$

donde la siguiente expresión es el valor de la resistencia radial al implementar el dispositivo eléctrico:

$$R_r = \frac{\Delta^2 r}{2} \quad (4.33)$$

Por lo tanto, el circuito equivalente que definiría el problema de la esfera quedaría representado por la Figura 21.

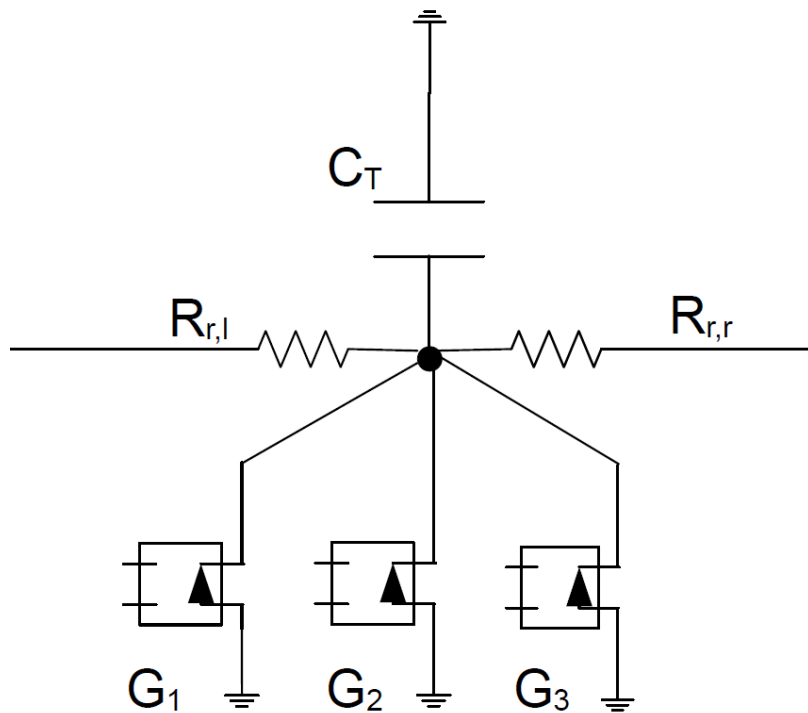


Figura 21. Modelo en red de un elemento de volumen para esfera.

4.2.4. Modelo en red para las propiedades dependientes de la temperatura

En las Figuras 22, 23, 24 y 25 se presentan los modelos en red que representan, respectivamente, las características: Densidad, conductividad, calor específico y difusividad térmica.

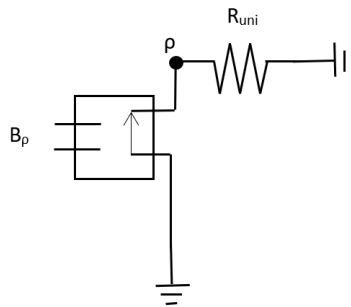


Figura 22. Modelo en red para la densidad.

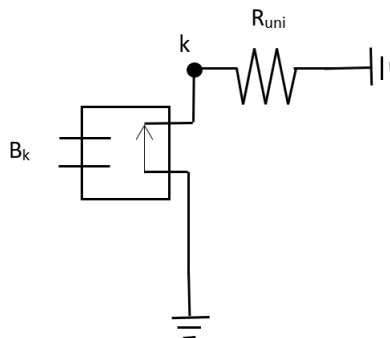


Figura 23. Modelo en red para la conductividad térmica.

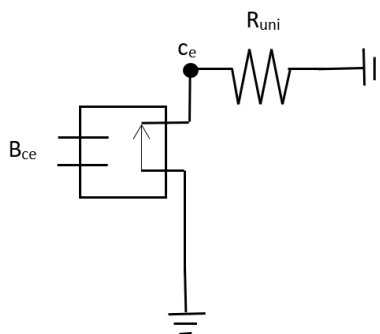


Figura 24. Modelo en red para el calor específico.

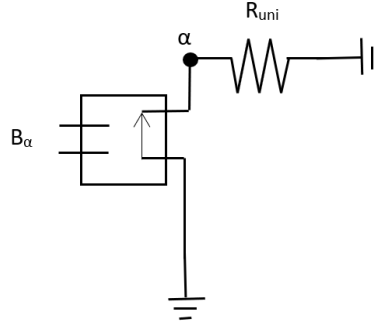


Figura 25. Modelo en red para la difusividad térmica.

4.2.5. Modelo en red para las condiciones de contorno

Finalmente, las condiciones de contorno, radiación y convección se implementan por medio de un generador de corriente controlado por voltaje. El modelo de red se simula utilizando un software de simulación de circuitos como es Ngspice (Nagel, 1975).

Si en un determinado problema existe una condición de contorno de convección, el modelo se ve modificado. Para reflejar esto en el circuito, se debe añadir un generador controlado por voltaje en el centro de la celda. La corriente de este generador será el flujo de convección, el cual está definido por la ley de Newton,

$$j_{conv} = h_c(T_i - T_r) \quad (4.34)$$

Donde T_i es la temperatura que hay en el centro de la celda, T_r es la temperatura del fluido exterior y " h_c " es el coeficiente de convección, como indicamos anteriormente.

Es importante tener en cuenta la polaridad que se da a estos generadores ya que el flujo de corriente debe circular de la zona con una temperatura mayor a zonas con menos temperatura.

Si la condición de contorno es de radiación en lugar de convección, el modelo en red no varía, pero la corriente vendrá definida por la ley de Stefan:

$$j_{rad} = \varepsilon \sigma S_i (T_1^4 - T_r^4) \quad (4.35)$$

Donde " ε " es la emisividad que tiene la superficie del cuerpo, " σ " es la constante de Stefan y S_i es la superficie exterior del elemento de volumen.

Si en un determinado problema existen simultáneamente condiciones de contorno de radiación y de convección, se puede implementar en el modelo por medio de dos generadores unidos en el centro de la celda elemental.

Respecto a las condiciones de contorno, que no sean convección y radiación, que ya se han comentado con anterioridad, son posibles los siguientes tipos (Figuras de 26 a 30):

1. Condición isoterma:

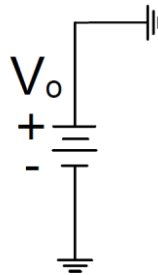


Figura 26. Condición isoterma

2. Condición de temperatura dependiente del tiempo:

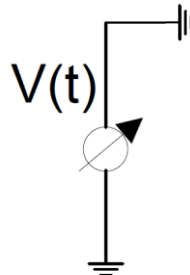


Figura 27. Condición temperatura dependiente del tiempo

3. Condición de flujo de calor constante:

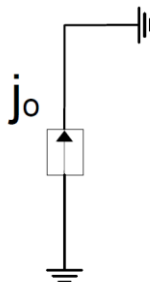


Figura 28. Condición flujo de calor constante

4. Condición deflujo de calor dependiente del tiempo:

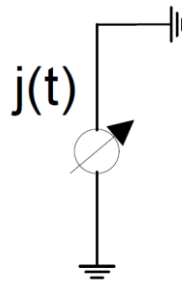


Figura 29. Condición flujo de calor dependiente del tiempo

5. Condición adiabática:

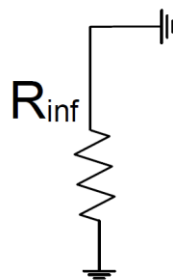


Figura 30. Condición adiabática

4.3. Programación con Matlab

Matlab es un software de programación y cálculo numérico que permite la resolución de problemas complejos de una manera sencilla. Es un programa utilizado por gran cantidad de usuarios por su versatilidad para la comunicación con otros programas y su capacidad de cálculo y de resolución mediante presentaciones gráficas que resultan muy interesantes para discutir las soluciones de los problemas.

Entre las muchas ventajas que ofrece Matlab, podemos destacar las siguientes:

- Simulación de procesos.
- Rapidez y precisión en la resolución de problemas.
- Ofrece Toolboxes complementarias para gran cantidad de aplicaciones para la ingeniería y la investigación.

- Visualiza, explora y analiza datos.
- Creación de gráficos para visualizar datos.
- Lenguaje de alto nivel para aplicaciones de ingeniería e investigación.
- Diseño de control, procesamiento de señales e imágenes.
- Identificación y simulación de sistemas.

Se podría decir que la estructura habitual de un problema en Matlab es la siguiente:

1. Comentarios: inicialmente se suelen añadir comentarios que no son parte de la programación como tal donde se explica y se da título al programa que se va a realizar. No es una parte obligatoria, pero es de gran ayuda para el usuario.
2. Entrada de datos: la siguiente fase es la introducción de los datos necesarios para la simulación y resolución del problema. En este apartado también es útil hacer uso de los comentarios para indicar qué representa cada variable y las unidades en las que se deben introducir en el programa.
3. Algoritmo: esta fase podríamos decir que representa el grueso de la programación en Matlab. Es el apartado en el cual se desarrolla la programación necesaria para la resolución del problema. En este apartado se hace uso del apartado anterior, datos de entrada, para poder llegar a la solución numérica del problema programado.
4. Salida de datos: los datos obtenidos de la resolución del problema mediante el algoritmo y los datos de entrada se deben mostrar al usuario, bien mediante escritura en pantalla o bien, como es el caso que nos ocupa en esta tesis, mediante la realización de un gráfico donde se muestren los resultados obtenidos. De esta manera es más fácil para el usuario interpretar los resultados del problema en cuestión.

Para los objetivos de esta tesis, Matlab es de gran utilidad puesto que permite importar y exportar datos para poder interactuar con otras aplicaciones, por ejemplo, en este trabajo, con Ngspice para la resolución de los circuitos eléctricos generados mediante el método de simulación por redes.

El programa se ha utilizado como lenguaje de programación para realizar los modelos en red de cada uno de los problemas que se proponen en la tesis, introduciendo tanto los datos de entrada como las condiciones de contorno de cada ejemplo. Por otro lado, es importante resaltar la calidad de las soluciones gráficas que Matlab que, como ya se ha comentado, resultan muy interesantes para interpretar los resultados y para visualizar cuál ha sido el proceso que ha sufrido el objeto de estudio en un determinado tiempo en toda su geometría.

4.4. Ngspice

El programa Ngspice es un software libre utilizado para la resolución de circuitos eléctricos, este programa se mantiene gracias a una comunidad de usuarios que interactúan para llevar a cabo el proyecto.

El software es capaz de simular circuitos para análisis lineal y no lineal. Estos circuitos pueden contener un amplio tipo de elementos eléctricos, tales como condensadores, resistencias, fuentes de tensión e intensidad tanto constantes como dependientes del tiempo, inductores, etc.

El software está basado en tres paquetes independientes:

- Spice 3: el cual es el origen de todos los simuladores de circuitos eléctricos.
- Xspice: el cual es una extensión del anterior que proporciona modelos de código en lenguaje C adicionales para poder resolver comportamientos analógicos y permite también realizar una co-simulación de componentes digitales mediante un algoritmo impulsado de suceso rápido.
- Cider: es un simulador numérico el cual se acopla a Ngspice. Este proporciona una reducción de los errores cometidos en la simulación, proporcionando una mayor precisión a la simulación. La desventaja de la utilización de este módulo es que requiere un mayor tiempo para realizar la simulación.

La ventaja que ofrece el programa es que se puede realizar una exportación de los datos de salida en formato ".txt", el cual puede introducirse a Matlab o a cualquier otro software de cálculo numérico para procesarlos y representarlos en gráficas que permitan entender mejor los resultados obtenidos.

A continuación, se comentan las características de los distintos tipos de análisis de los que dispone el software Ngspice.

4.4.1. Análisis en DC

- Permite el cálculo del punto de trabajo o punto de operación considerando inductancias nulas (cortos) condensadores nulos (abiertos) y excitaciones estáticas.
- Evalúa las características estáticas calculando el punto de trabajo para un rango de valores de excitación.
- Informa de los modelos en pequeña señal para los dispositivos eléctricos en el punto de trabajo.
- Analiza la sensibilidad en pequeña señal.

- Característica de transferencia, resistencia de salida y resistencia de entrada en pequeña señal.

4.4.2. Análisis en AC

- Respuesta frecuencial para pequeña señal linealizando el circuito alrededor del punto de trabajo. Para esto considera una entrada sinusoidal.
- Análisis de ruido calculado automáticamente.
- Análisis de distorsión superponiendo en la entrada una o varias señales de frecuencias diferentes.

4.4.3. Análisis en transitorio

- Análisis temporal de las variables de salida en las cuales se pueden identificar distintas excitaciones.
- Análisis de Fourier: distintas componentes de Fourier de la salida para una entrada sinusoidal.

4.4.4. Análisis a diferentes temperaturas

- Algunos parámetros de los semiconductores, así como las resistencias pueden variar su valor con la temperatura. Este módulo nos permite trabajar con estos, lo que resulta muy interesante en este trabajo.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. Validación del software

Antes de abordar simulaciones de problemas de transmisión de calor para analizar sus resultados y contrastar si la dependencia de la temperatura influye significativamente o no en el resultado de estos, fue necesario validar el software de trabajo.

Para ello, se realizó un ensayo experimental en el laboratorio con distintos materiales:

- Aluminio 319 (Al319) (Morales et al., 2020).
- Tereftalato de polietileno (PET).
- Polipropileno (PP).

La experiencia consistió en tres botellas de uso común en el consumo de agua de diferentes materiales, y cuyo objetivo era doble: en primer lugar validar el modelo propuesto con datos experimentales, y en segundo lugar, estudiar la variación de temperatura en el interior de la botella, ya que ésta en materiales plásticos podría conllevar a un aumento en la migración de sustancias al agua (Guart et al., 2014; Loyo-Rosales et al., 2004), como: BPA, ftalato de dimetilo (DMP), DEHP, OP, entre otras. Así, se mostró para el aluminio 319, el polietileno (PET) y el polipropileno (PP), que se utilizan en las botellas de agua, cómo varían sus propiedades en función de la temperatura en ambientes a los que usualmente están expuestas estas botellas. Ciertas propiedades no se vieron afectadas significativamente, y se supuso que no considerar la dependencia no supondría a un error sustancial, mientras que otras propiedades se vieron afectadas en mayor medida causando un error mayor si se consideraban constantes.

Los resultados de esta fase empírica o de experimentación fueron publicados (Fernández-García et al., 2023) y, de los mismos, se hace un resumen en el presente apartado de este capítulo 5 de la tesis.

5.1.1. Propiedades de los materiales dependientes de la temperatura

Como se mencionó anteriormente, el problema se focaliza en el estudio de la transferencia de calor que se produce en una botella de agua, teniendo en cuenta

que el valor de la densidad, el calor específico y la conductividad térmica de los materiales dependen de la temperatura (Geschke, 1997; Jagga & Vanapalli, 2020; Kalaprasad et al., 2000; Valencia & Quested, 2008). Los materiales utilizados recientemente para las botellas de agua son el aluminio (Al319 en este caso), el tereftalato de polietileno (PET) y el polipropileno (PP).

Para determinar la densidad, conductividad térmica y calor específico del aluminio 319 que será el material del que estará compuesto el envase se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{Al}(T) = 2668.4118 - 0.3111T \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.1)$$

$$k_{Al}(T) = 76.64 + 0.2633T - 2 \cdot 10^{-4}T^2 \text{ (W/mK)} \quad (5.2)$$

$$c_{eAl}(T) = 747.3 + 0.2T + 5 \cdot 10^{-4}T^2 \text{ (J/kgK)} \quad (5.3)$$

Las Figuras 31, 32 y 33 representan gráficamente dichas propiedades:

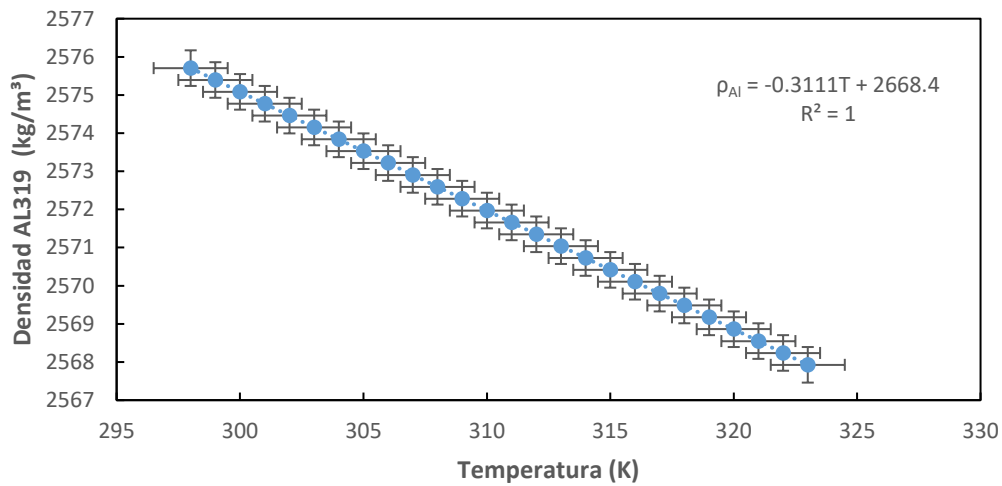


Figura 31. Dependencia de la densidad del Al 319 con la temperatura.

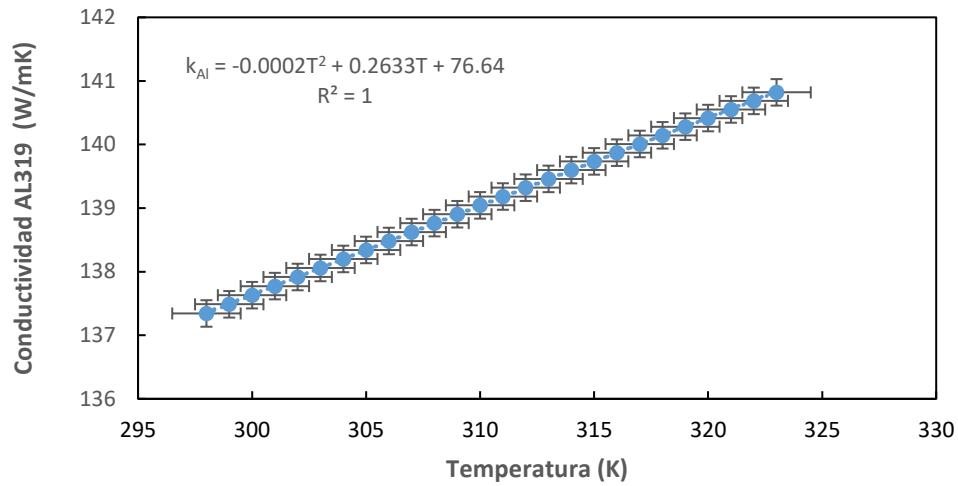


Figura 32. Dependencia de la conductividad térmica del Al 319 con la temperatura.

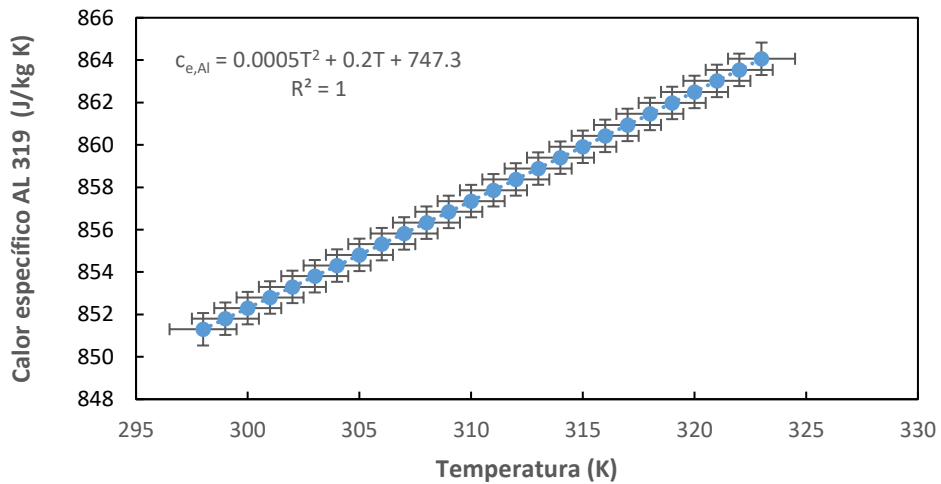


Figura 33. Dependencia del calor específico del Al 319 con la temperatura.

El interior de la botella contuvo agua, por lo que también fue necesario conocer sus propiedades. Para determinar la densidad, la conductividad térmica y el calor específico se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{agua}(T) = -0.0046T^2 + 2.5216T + 656.4 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.4)$$

$$k_{agua}(T) = -1 \cdot 10^{-5}T^2 + 0.009T - 0.9864 \text{ (W/mK)} \quad (5.5)$$

$$c_{agua}(T) = -2 \cdot 10^{-4}T^3 + 0.2026T^2 - 69.268T + 12010 \text{ (J/kgK)} \quad (5.6)$$

Las Figuras 34, 35 y 36 muestran dichas propiedades:

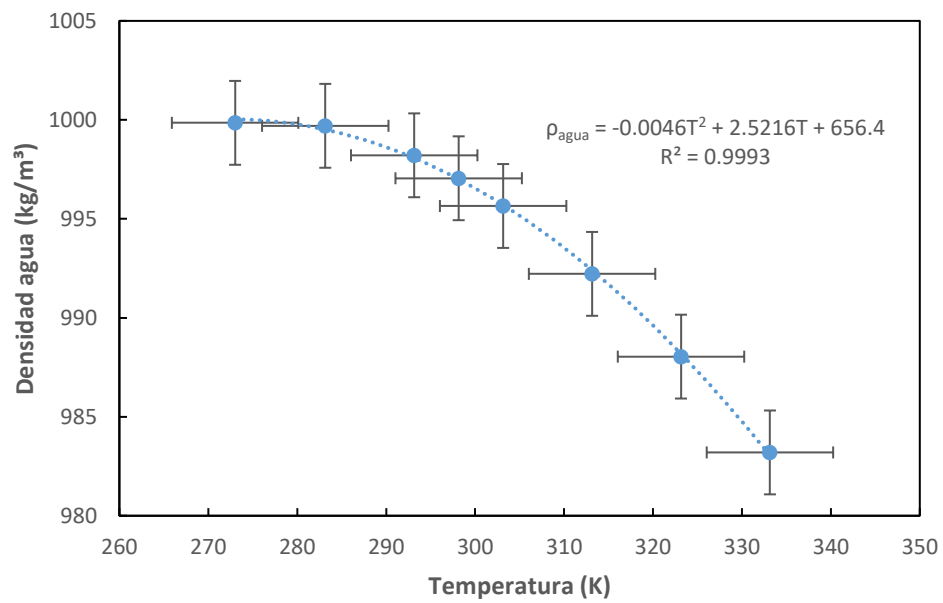


Figura 34. Dependencia de la densidad del agua con la temperatura.

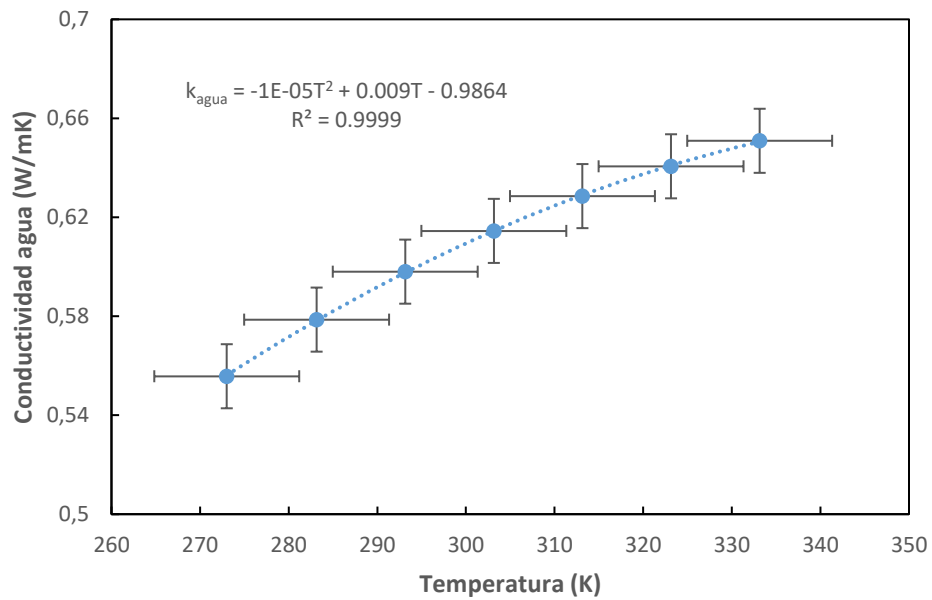


Figura 35. Dependencia de la conductividad térmica del agua con la temperatura.

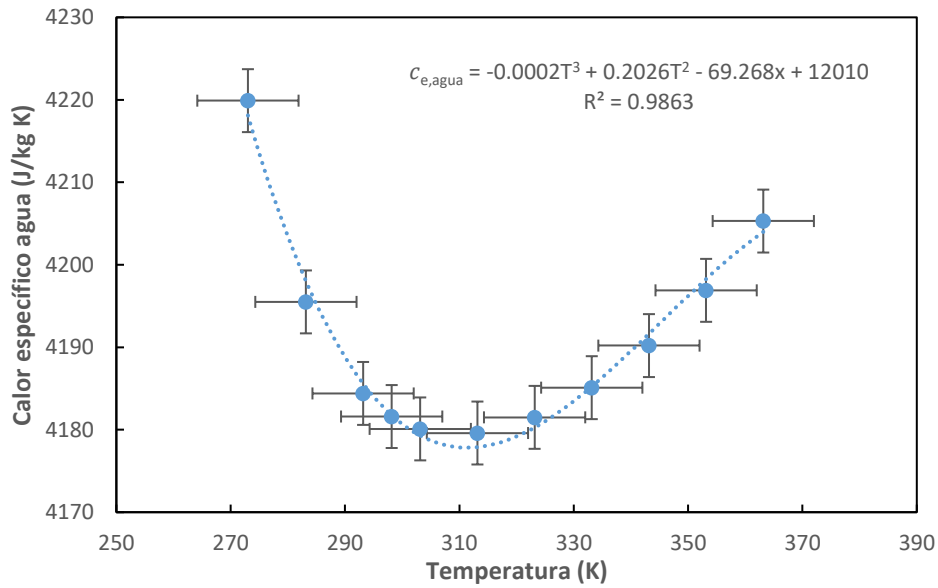


Figura 36. Dependencia del calor específico del agua con la temperatura.

Para determinar la densidad y el calor específico del PET, material comúnmente utilizado para botellas de agua, se recurrió a las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{PET}(T) = -0.6022T + 1038.2 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.7)$$

$$c_{ePET}(T) = 0.011T^2 - 2.8893T + 1045.5 \text{ (J/kgK)} \quad (5.8)$$

La conductividad térmica del PET se consideró constante, ya que en los rangos de temperatura en los que se realizó la experiencia no presentaban diferencias significativas en su valor, siendo este de 0.2976 (W/mK).

Las Figuras 37 y 38 representan gráficamente dichas propiedades:

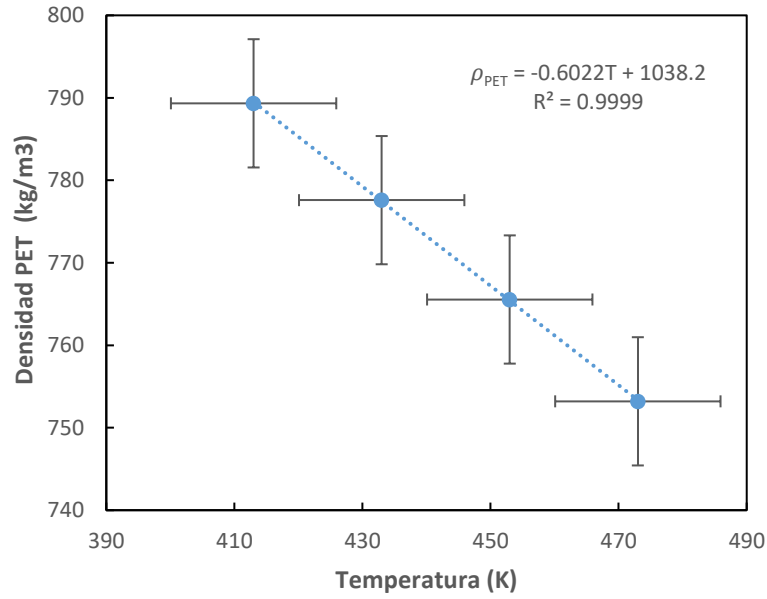


Figura 37. Dependencia de la densidad del PET con la temperatura.

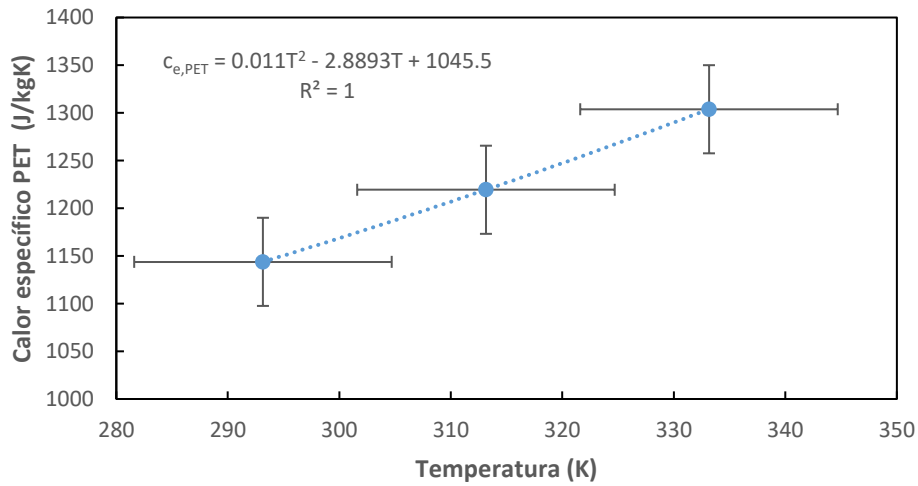


Figura 38. Dependencia del calor específico del PET con la temperatura.

Para determinar la densidad, el calor específico y la conductividad térmica del PP, se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{PP}(T) = -0.00305T^2 + 1.6463T + 625.87 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.9)$$

$$k_{PP}(T) = -0.0016T + 0.6872 \text{ (W/mK)} \quad (5.10)$$

$$c_{ePP}(T) = 0.1417T^2 - 72.746T + 11219 \text{ (J/kgK)} \quad (5.11)$$

Las Figuras 39, 40 y 41 representan gráficamente dichas propiedades:

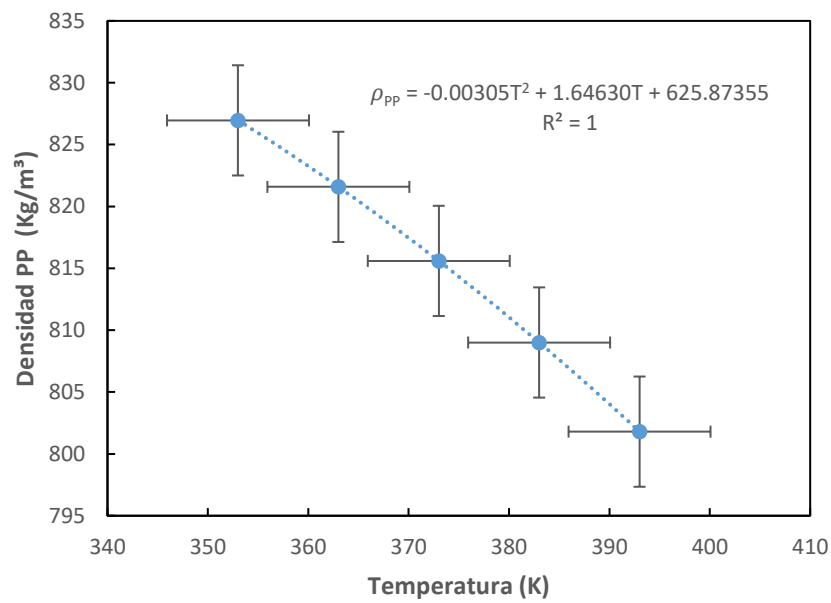


Figura 39. Dependencia de la densidad del PP con la temperatura.

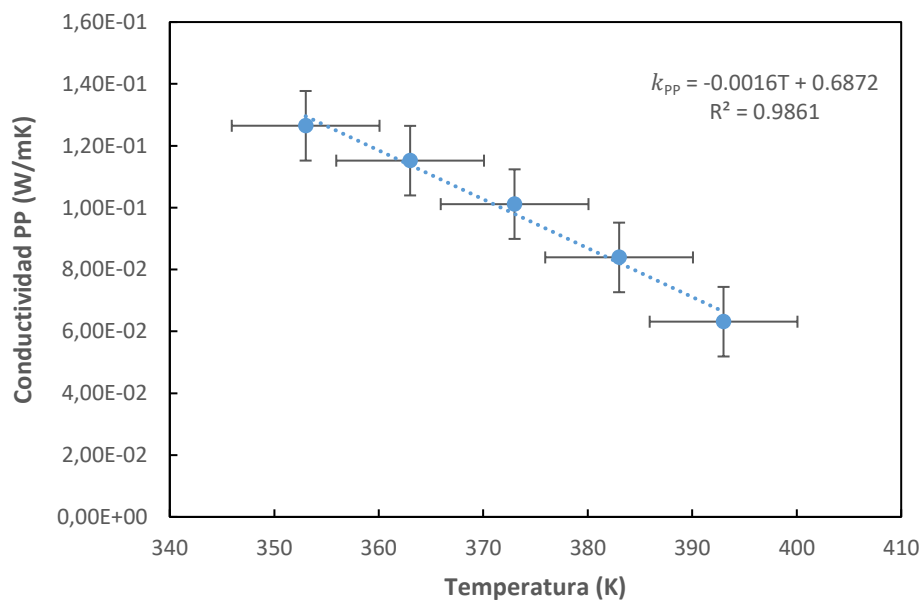


Figura 40. Dependencia de la conductividad térmica del PP con la temperatura.

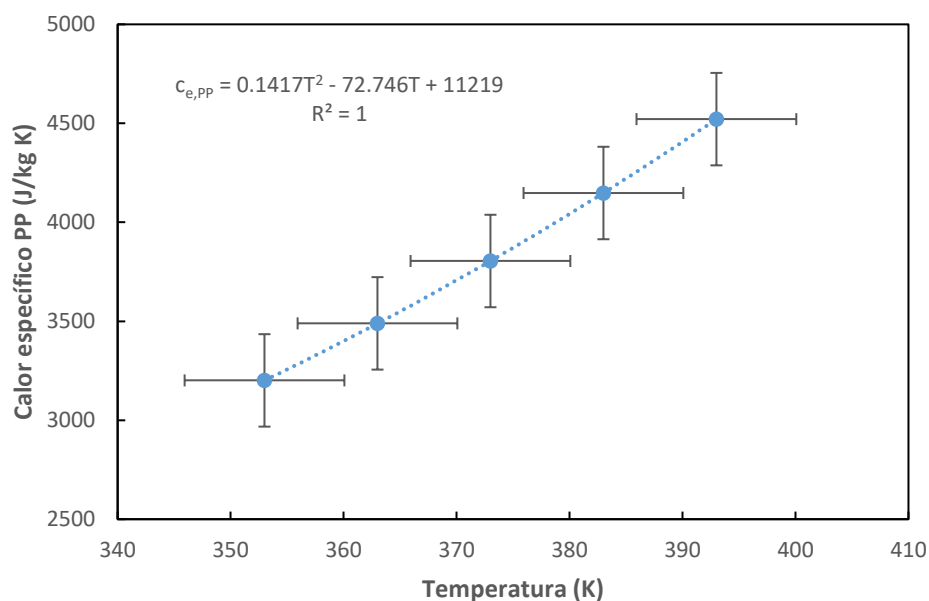


Figura 41. Dependencia del calor específico del PP con la temperatura.

Como se observa en las Figuras 31 a 41, en muchos casos, las propiedades mostraron amplias variaciones en su valor con la temperatura. La consideración de esta dependencia se traducirá en errores menores en la resolución de los problemas.

5.1.2. Validación del modelo

Para validar el modelo propuesto, se realizó un ensayo de laboratorio con tres botellas cilíndricas de dimensiones similares, cuyos materiales son los indicados en la subsección anterior, Tabla 2:

Material	Al319	PET	PP
Longitud (cm)	20.5	22.0	23.0
Radio (cm)	3.50	2.75	3.50
Espesor (mm)	3.05	1.80	2.20

Tabla 2. Dimensiones de las botellas

El procedimiento experimental consistió en verter agua a una temperatura superior a 50°C en cada una de las botellas y exponerlas a condiciones de refrigeración, principalmente por convección, y sin calentamiento por radiación solar. Las mediciones de temperatura, tomadas cada 15 minutos hasta alcanzar un tiempo total de una hora, se realizaron en el punto medio del eje vertical (eje

de simetría) de cada una de las botellas, Tabla 3. La temperatura ambiente al inicio del ensayo era de 18.7°C.

Tiempo (min)	T ^a Al319 (°C)	T ^a PET (°C)	T ^a PP (°C)
0	54.1	66.7	55.7
15	53.6	58.7	50.7
30	53.2	52.5	46.7
45	52.5	48	43.3
60	52.2	43.6	40.3

Tabla 3. Mediciones de temperatura

Los ensayos experimentales se simularon implementando las propiedades definidas anteriormente para cada uno de los materiales. Las Figuras 42 a 44 muestran la comparación entre los resultados obtenidos por la simulación y los experimentales. La tendencia mostrada en las figuras validó el modelo matemático propuesto, especialmente en el caso del aluminio. En los casos de materiales plásticos, PP y PET, la desviación fue mayor debido a la heterogeneidad en las propiedades de estos. Sin embargo, en todos los casos la tendencia evolutiva resultante de la simulación fue la misma que la de la prueba experimental.

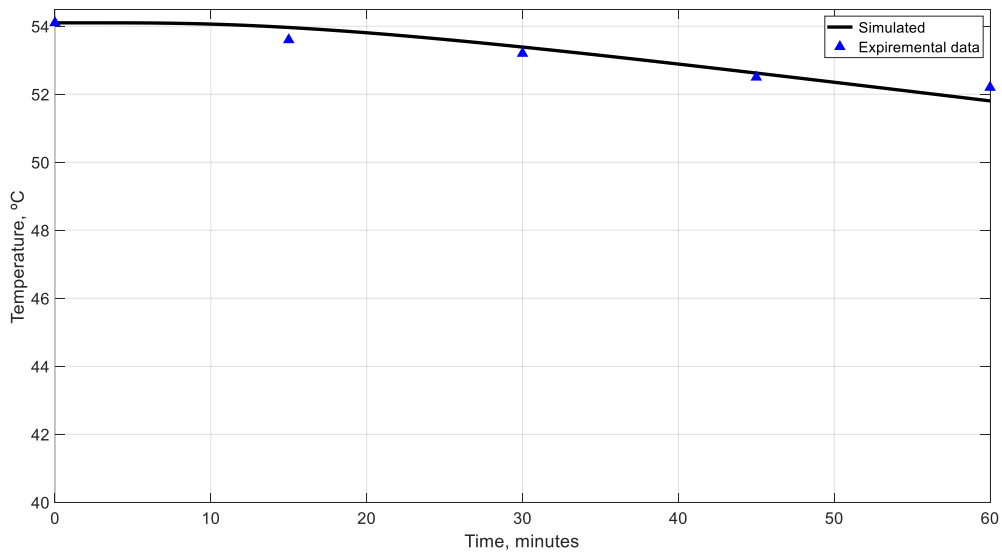


Figura 42. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de Al319 en el centro de la botella.

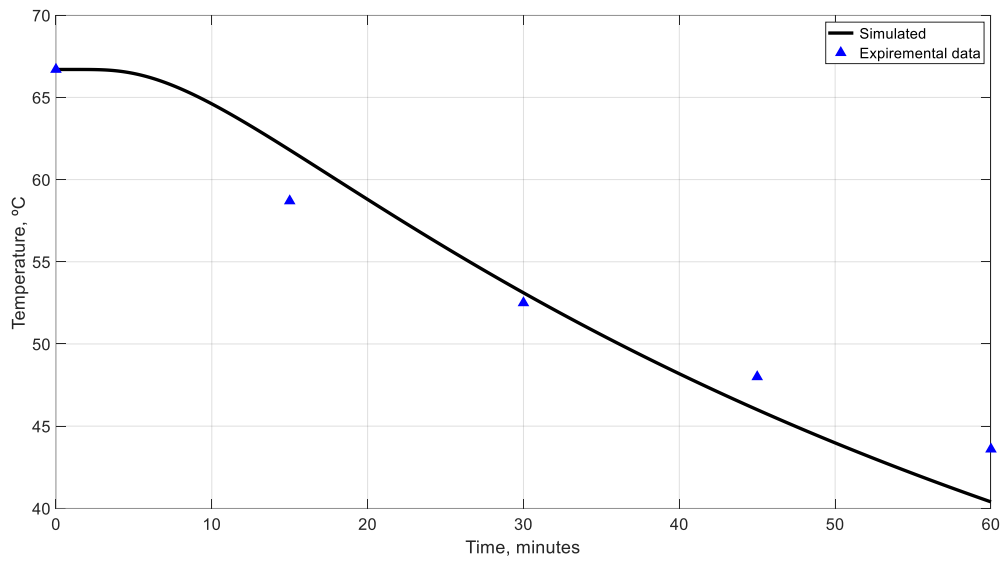


Figura 43. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de PET en el centro de la botella.

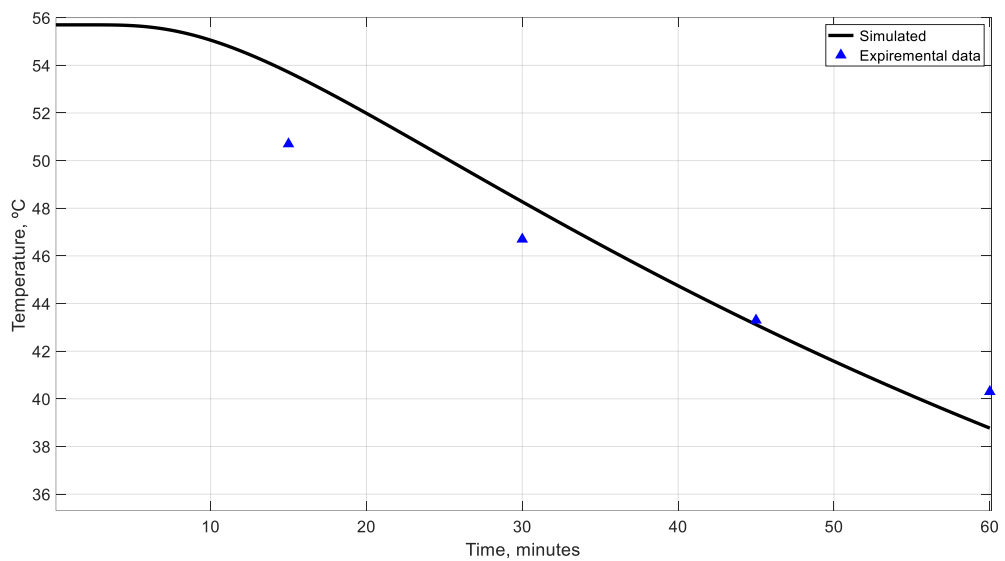


Figura 44. Comparación entre datos experimentales y simulados para la temperatura de PP en el centro de la botella.

5.1.3. Resultados y casos prácticos

Una vez validado el modelo matemático, se estudió el comportamiento de estos materiales, utilizados en las botellas de agua de uso común, cuando se exponían a temperaturas estivales, que en algunas zonas del Mediterráneo pueden oscilar entre los 30°C y temperaturas cercanas a los 50°C a la sombra. La base de este

estudio se asentó en la migración de sustancias de los materiales plásticos al agua de consumo humano. Estudios recientes han determinado que a una temperatura de 40°C, el agua de manantial embotellada en polietileno de alta densidad (HDPE) contiene 180 ng/l de nonilfenol, conocido por su potencial disruptor endocrino (Loyo-Rosales et al., 2004). Otros estudios realizados en botellas de PET han encontrado concentraciones de 19 a 78 ng/l de esta sustancia en agua mineral (Toyo'oka & Oshige, 2000). Otras investigaciones llevadas a cabo en botellas de agua de plástico PP y PET han encontrado migraciones de compuestos como el ftalato de dimetilo (DMP), DEHP, OP, entre otros (Guart et al., 2014).

Así mismo, para poder comparar el comportamiento de los materiales, se consideró que las botellas tendrían las mismas dimensiones, 25 cm de altura, 3 cm de radio y 1 mm de espesor. En todos los casos, la temperatura inicial del agua y del material, Al319, PP y PET, se fijó en 20°C, estando expuestas a diferentes temperaturas ambiente, Tabla 4. El calentamiento del material se produjo principalmente por convección, ya que se supuso que estaban aislados de la radiación solar. Así, las Figuras 45 a 53 muestran la distribución de la temperatura durante una hora para cada uno de los materiales y la temperatura ambiente. La línea negra en el lado derecho de la imagen representa el límite entre el agua y el material de la botella. Este punto será tomado como referencia para las comparaciones entre los materiales estudiados, Tabla 4. Además, se han añadido los resultados para una temperatura ambiente de 60°C. Como se puede observar, el material que menos aumentó su temperatura fue el Al319, presentando diferencias de temperatura de hasta 12°C con materiales plásticos para una temperatura ambiente de 50°C. Los materiales plásticos, PET y PP, arrojaron valores de temperatura similares, siendo ligeramente inferiores en el caso del PP. En ambos casos se encontraron temperaturas cercanas al ambiente. Finalmente, en las Figuras 45 a 53 se aprecia claramente la distribución radial del problema en temperaturas. Pese a que bajo condiciones reales de verano no es factible alcanzar temperaturas de 60°C, se decidió estudiar esta temperatura para analizar los resultados obtenidos.

Temperatura ambiente (°C)	T ^a Al319 punto referencia (°C)	T ^a PET punto referencia (°C)	T ^a PP punto referencia (°C)
30	23.72	27.77	27.58
40	27.43	35.59	35.14
50	31.13	43.48	42.69
60	34.72	51.43	50.22

Tabla 4. Resultados de temperatura de las simulaciones (°C)

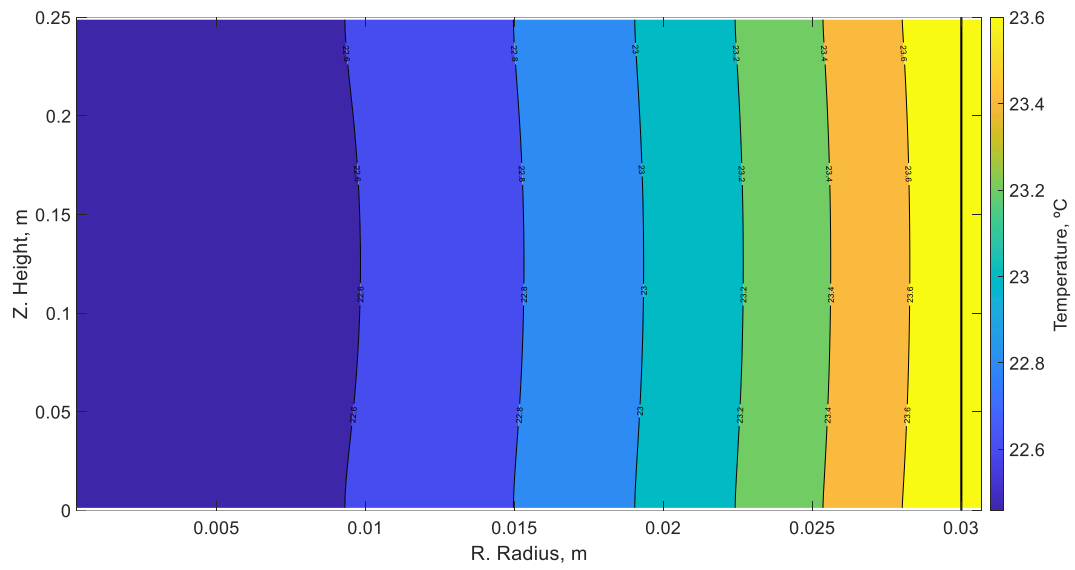


Figura 45. Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.

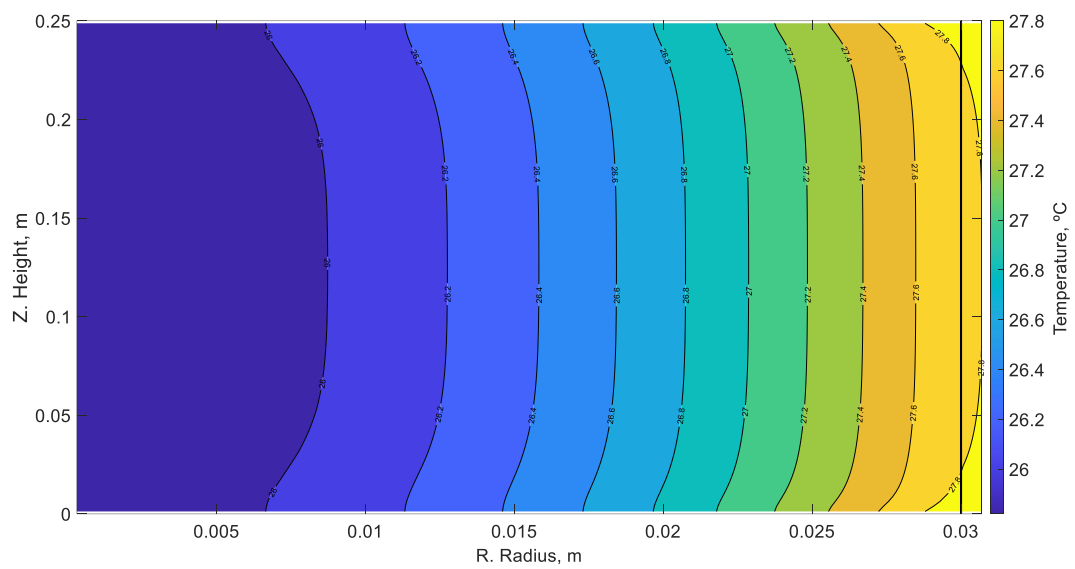


Figura 46. Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.

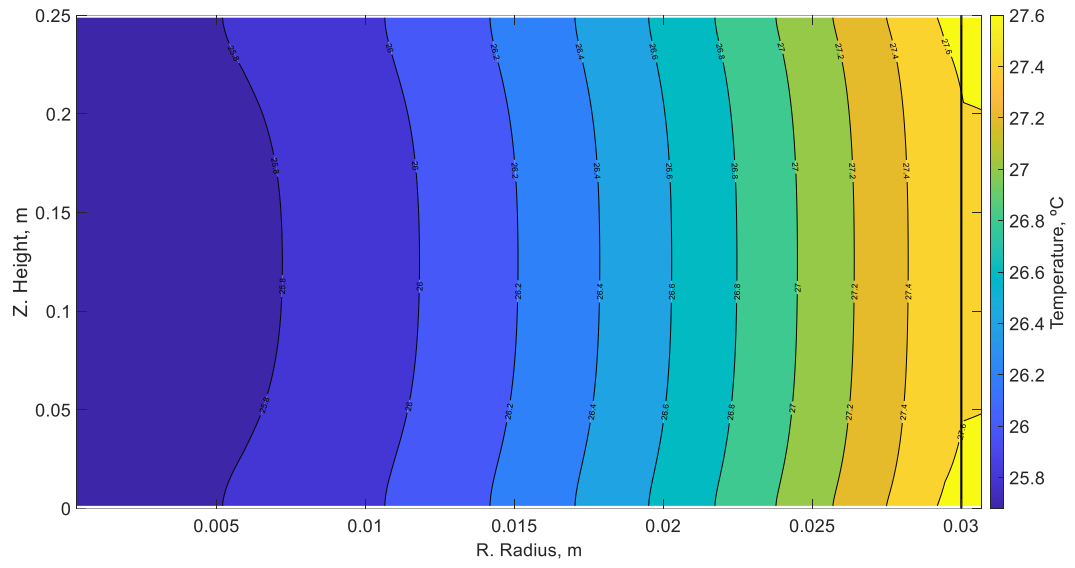


Figura 47. Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 30°C.

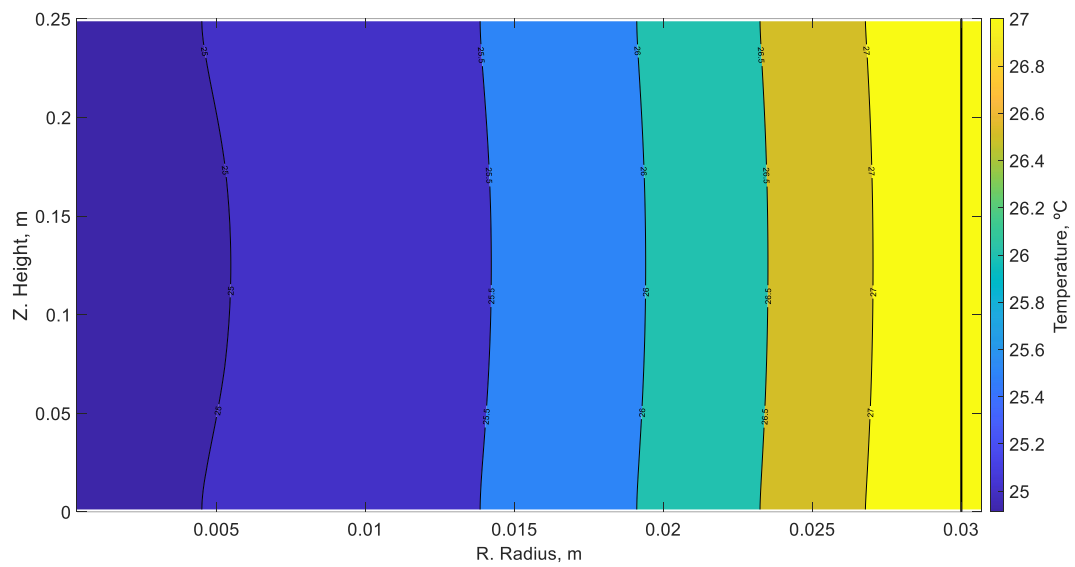


Figura 48. Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.

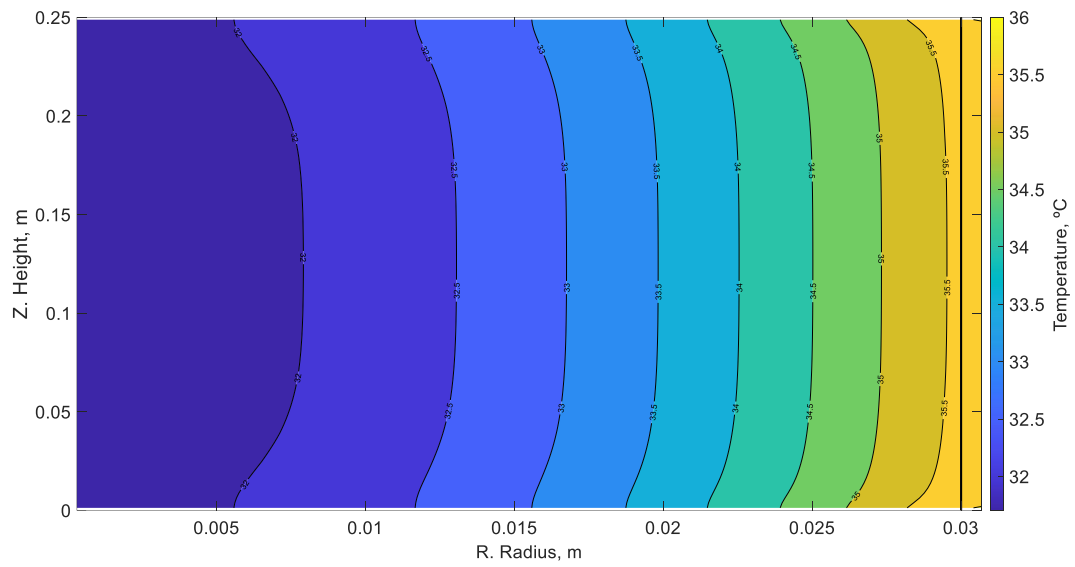


Figura 49. Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.

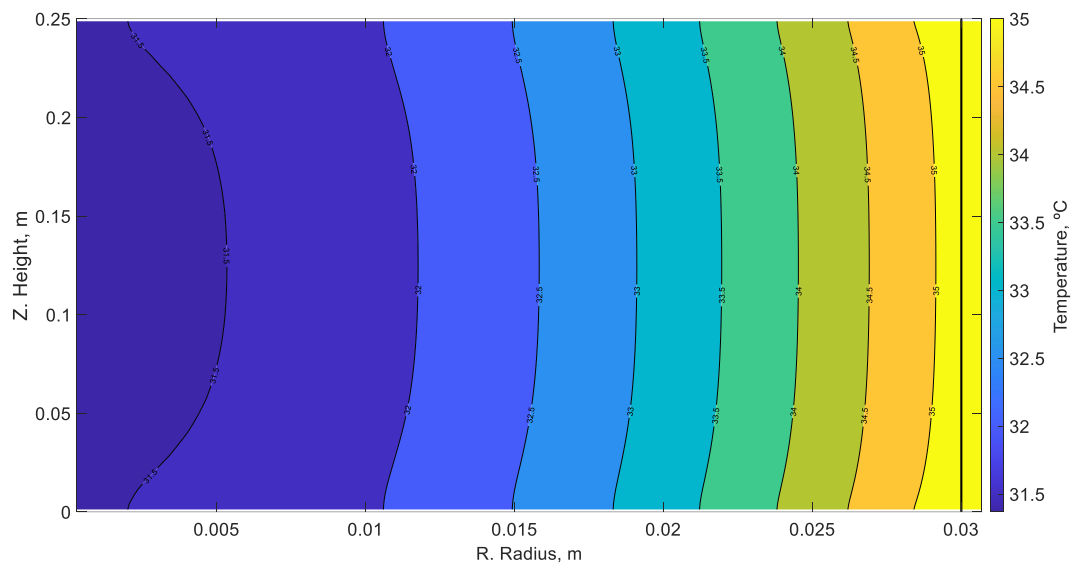


Figura 50. Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 40°C.

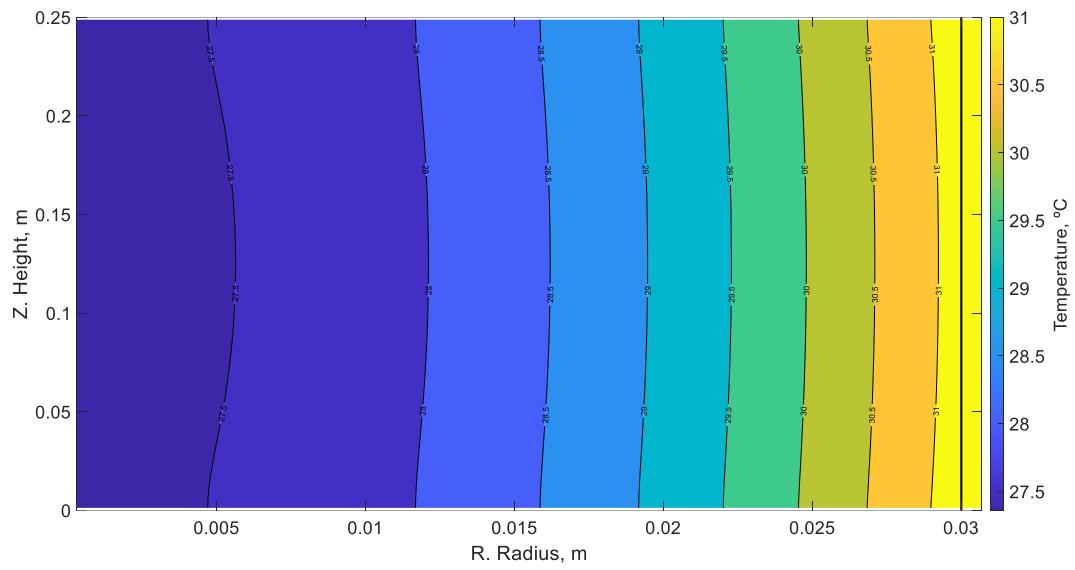


Figura 51. Distribución de temperaturas para Al319 a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.

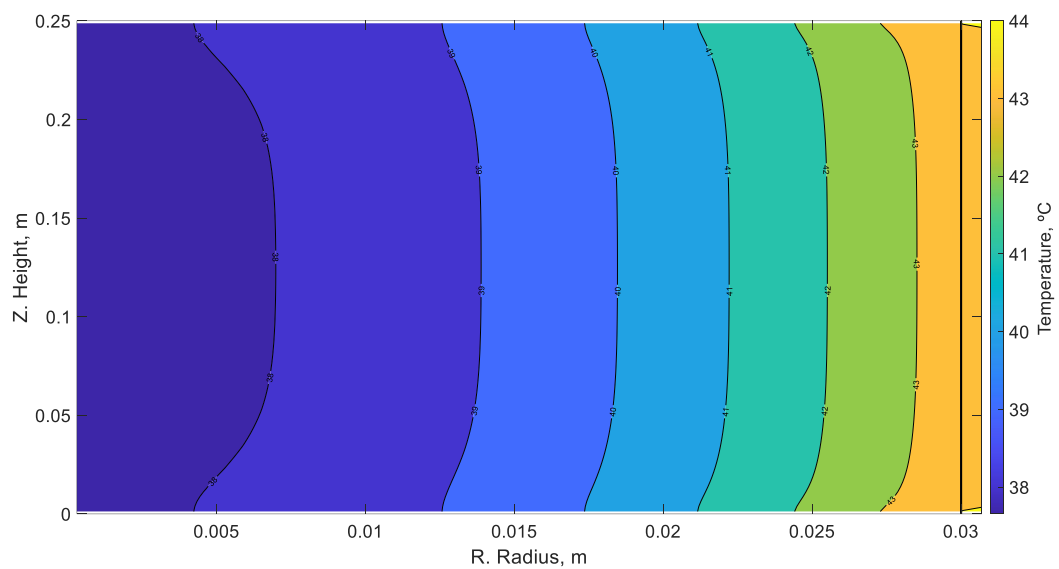


Figura 52. Distribución de temperaturas para PET a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.

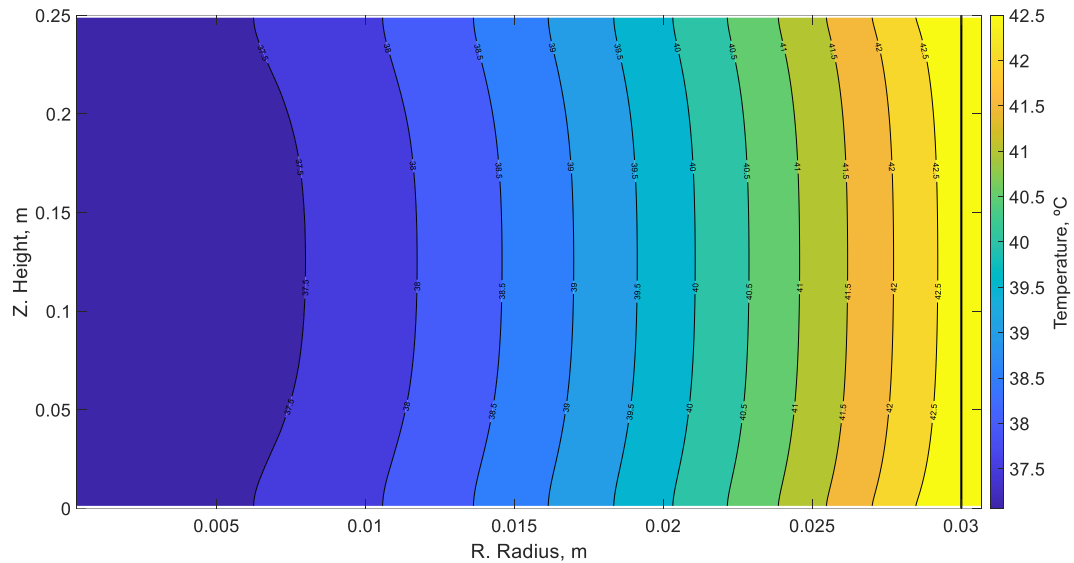


Figura 53. Distribución de temperaturas para PP a una hora y una temperatura ambiente de 50°C.

5.1.4. Discusión

En este problema se ha validado el modelo propuesto para la resolución de problemas de transmisión de calor mediante la ejecución de un experimento donde se tomaron datos de botellas de agua fabricadas con distintos materiales para contrastar los datos obtenidos con la simulación realizada.

Adicionalmente, se han presentado las propiedades de los materiales utilizados cuyo valor depende de la temperatura, destacando la dificultad de obtener valores experimentales en función de la temperatura en la bibliografía, ya que es común tomar un valor constante de estas propiedades.

Cabe destacar que el mejor comportamiento lo presenta el aluminio con una diferencia de temperatura de hasta 12°C con materiales plásticos. Como conclusión del estudio de caso, las temperaturas alcanzadas por el agua en la época estival podrían implicar migraciones de diferentes sustancias provenientes de materiales plásticos, PET y PP.

5.2. Tanque cilíndrico

5.2.1. Introducción

Es muy habitual encontrar en la industria la necesidad de almacenar grandes cantidades de productos. Para resolver esta casuística se recurre a la utilización de tanques de grandes dimensiones conectados a los procesos productivos de la empresa.

En el caso que se estudió, el producto seleccionado fue el etanol líquido almacenado en un tanque cilíndrico de acero inoxidable 316 de 10m de diámetro y 7m de altura y volumen interno de $550m^3$ aproximadamente. El espesor considerado de la chapa fue de 50mm. El tanque se situó dentro de una nave donde las condiciones térmicas exteriores a este podían mantenerse constantes durante largos periodos de tiempo.

Para contrastar el efecto que tiene la dependencia de la temperatura de las propiedades de los materiales (Lienhard, 2017; Perry, R.H., Green, 2004), en este problema se simuló el mismo, tanto con propiedades constantes, como variables.

Igualmente, se simularon distintos intervalos de tiempo (1 hora, 5 horas y 10 horas) para comprobar cómo influía también en la transmisión de calor el tiempo al que el tanque estuviese expuesto a esas temperaturas.

5.2.2. Propiedades del etanol

5.2.2.1. Propiedades constantes

Las propiedades del etanol considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 785.019 (kg/m^3)$
- Conductividad térmica: $k = 0.1678 (W/mK)$
- Calor específico: $C_e = 2447 (J/kg K)$

5.2.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura

Como ya se ha comentado durante todo este trabajo, es fundamental considerar la dependencia de la temperatura de las propiedades para obtener un resultado al problema con el menor error posible.

Las ecuaciones que rigen las propiedades del etanol dependientes de la temperatura fueron las siguientes: (Perry, R.H., Green, 2004)

$$\rho_{etanol}(T) = -0.0012T^2 - 0.1934T + 948.11 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.12)$$

$$k_{etanol}(T) = -0.0003T + 0.2468 \text{ (W/mK)} \quad (5.13)$$

$$c_{e,etanol}(T) = -0.0401T^2 - 15.502T + 3494 \text{ (J/kgK)} \quad (5.14)$$

Las Figuras 54, 55 y 56 representan las propiedades de dicho material:

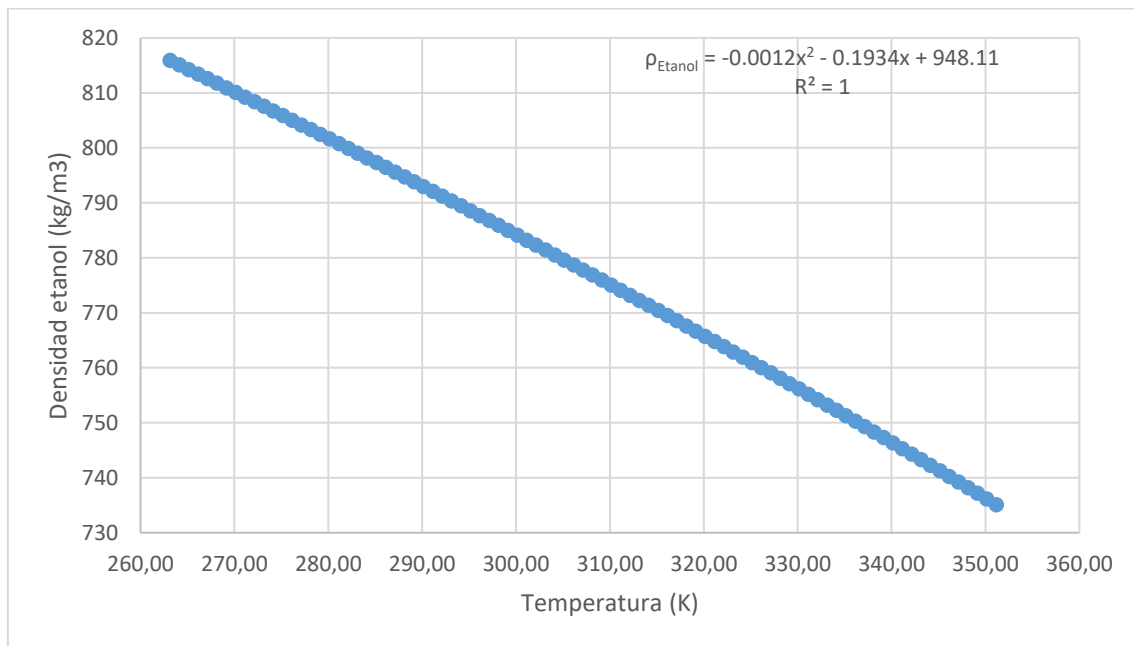


Figura 54. Dependencia de la densidad del etanol con la temperatura.

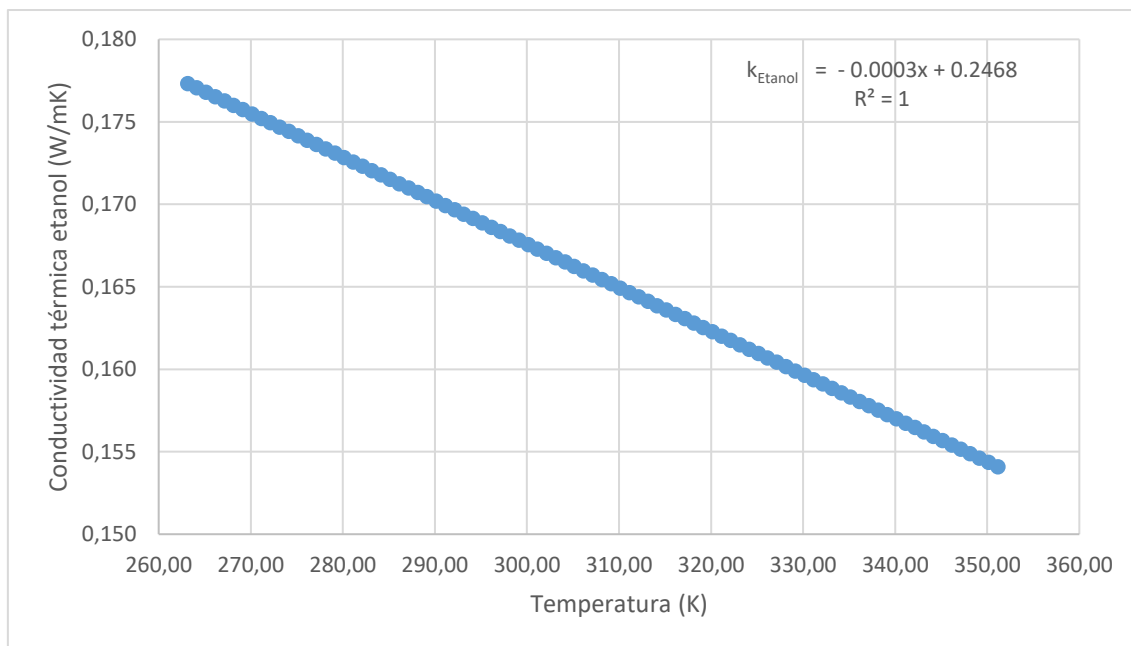


Figura 55. Dependencia de la conductividad térmica del etanol con la temperatura.

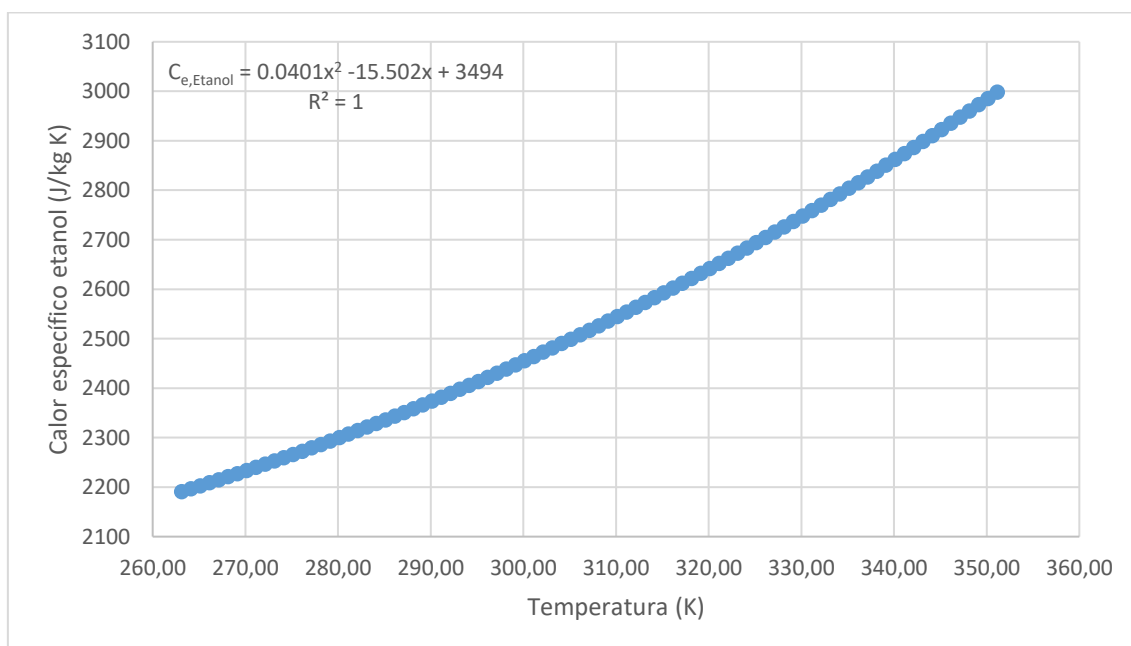


Figura 56. Dependencia del calor específico del etanol con la temperatura.

5.2.3. Propiedades del acero inoxidable 316

5.2.3.1. Propiedades constantes

Las propiedades del acero inoxidable AISI 316 considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 7980 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 15 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 500 \text{ (J/kg K)}$

5.2.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura

Las ecuaciones que rigen las propiedades del AISI 316 dependientes de la temperatura fueron las siguientes:

$$\rho_{\text{AISI 316}}(T) = -1 \cdot 10^{-4}T^2 - 0.37T + 8074 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.15)$$

$$k_{\text{AISI 316}}(T) = 0.0157T + 9.25 \text{ (W/mK)} \quad (5.16)$$

$$c_{e,\text{AISI 316}}(T) = 0.134T + 458.9 \text{ (J/kgK)} \quad (5.17)$$

Las Figuras 57 a 59 representan las propiedades anteriores:

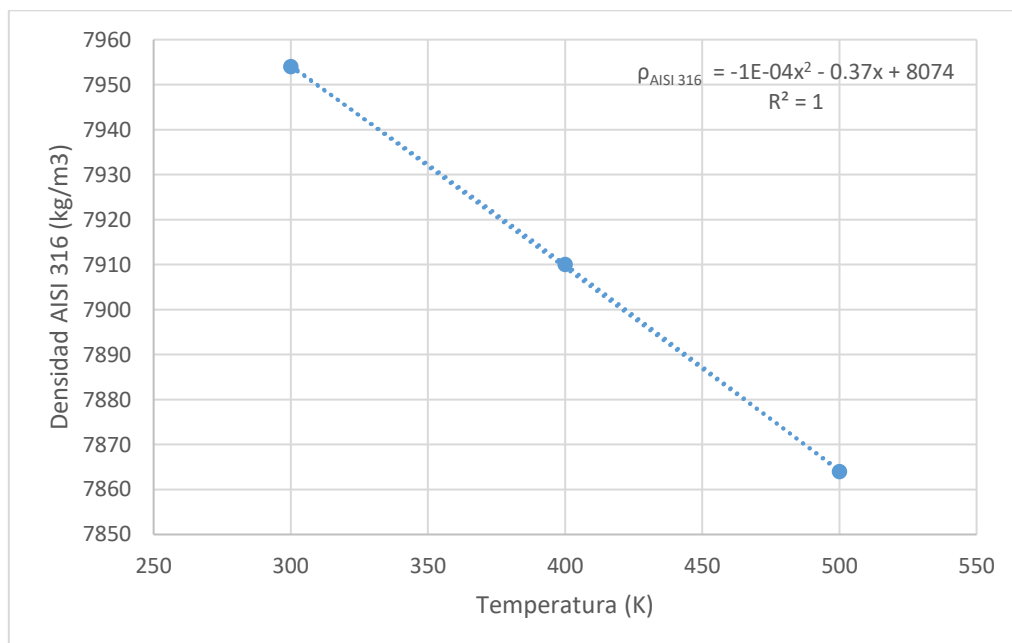


Figura 57. Dependencia de la densidad del AISI 316 con la temperatura.

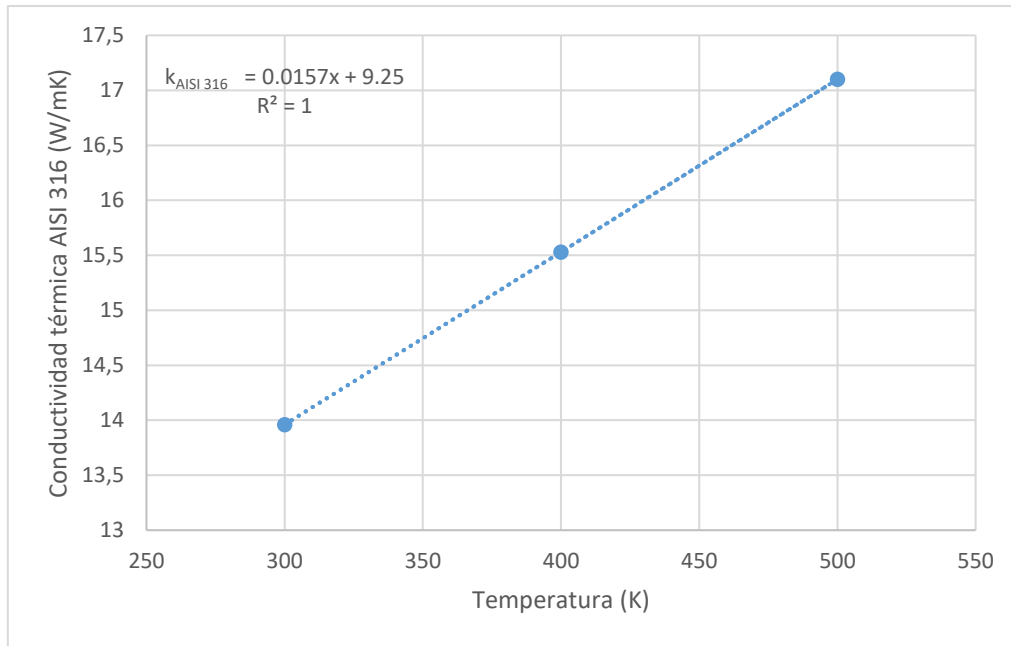


Figura 58. Dependencia de la conductividad térmica del AISI 316 con la temperatura.

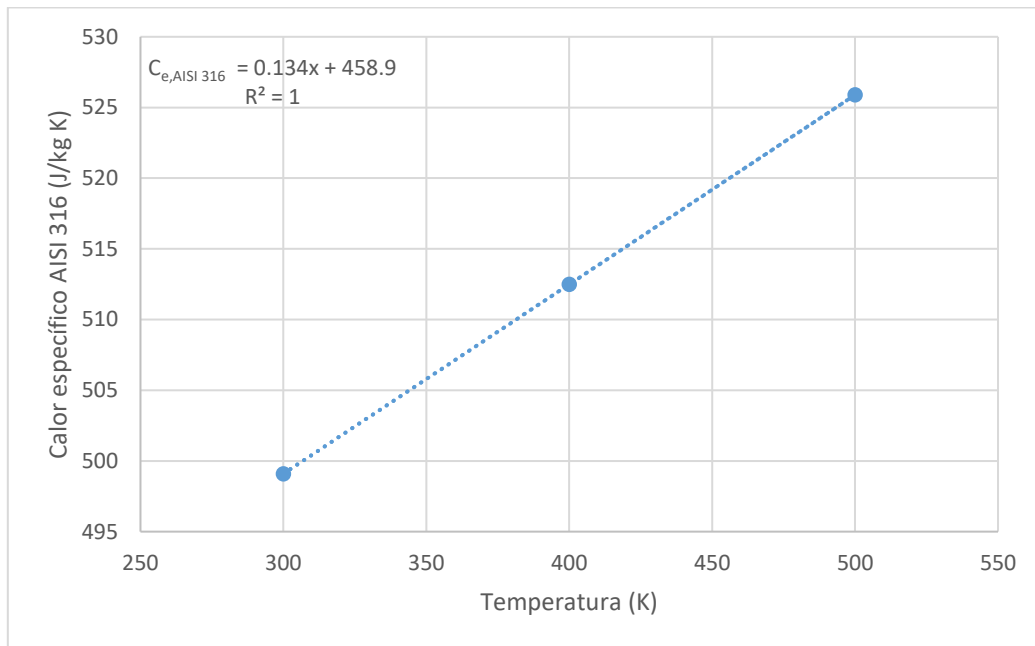


Figura 59. Dependencia del calor específico del AISI 316 con la temperatura.

5.2.4. Simulaciones

Para contrastar la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura se realizaron las siguientes simulaciones:

- Propiedades del acero AISI 316 y del etanol constantes.
- Propiedades del acero AISI 316 y del etanol variables.
- Propiedades del acero AISI 316 constantes y del etanol variables.
- Propiedades del acero AISI 316 variables y del etanol constantes.

Igualmente, se simularon condiciones hipotéticas de verano e invierno durante distintos intervalos de tiempo para ver la influencia de la temperatura exterior y el tiempo de exposición en la transmisión de calor del tanque.

5.2.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora

La primera simulación (Figuras 60 a 63) realizada consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 1 hora.

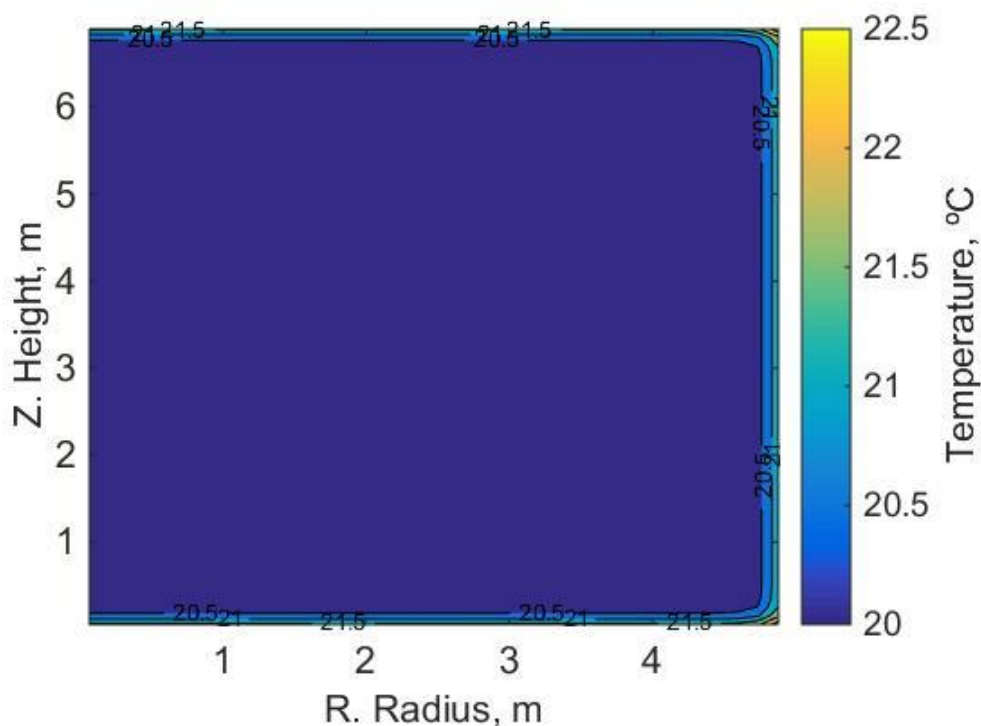


Figura 60. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 1 hora.

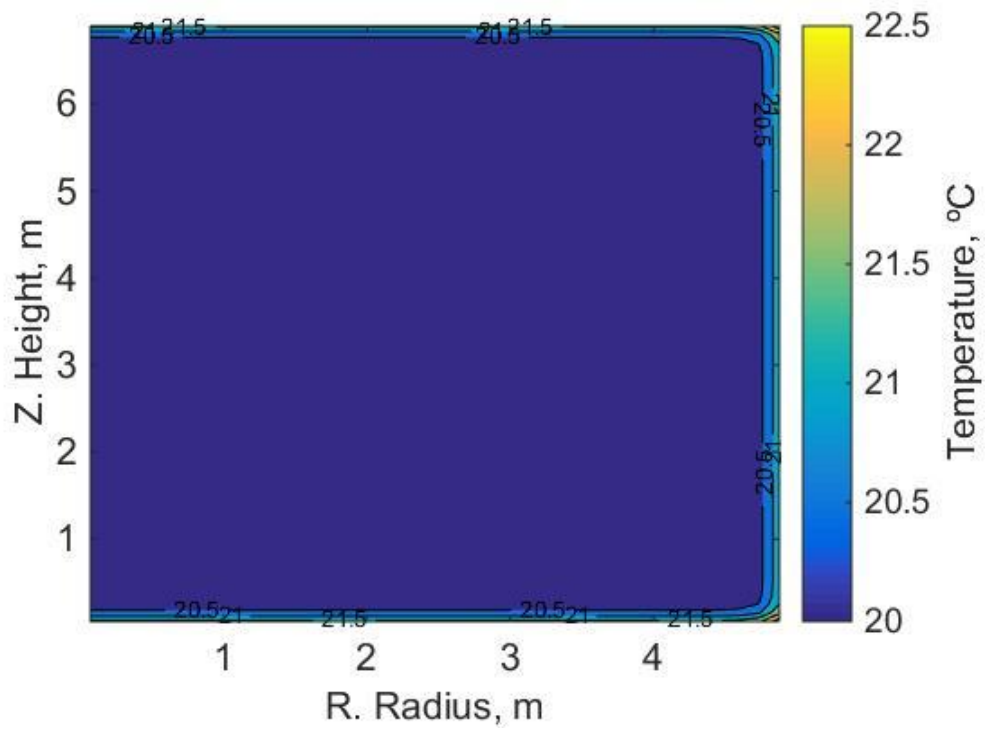


Figura 61. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 1 hora.

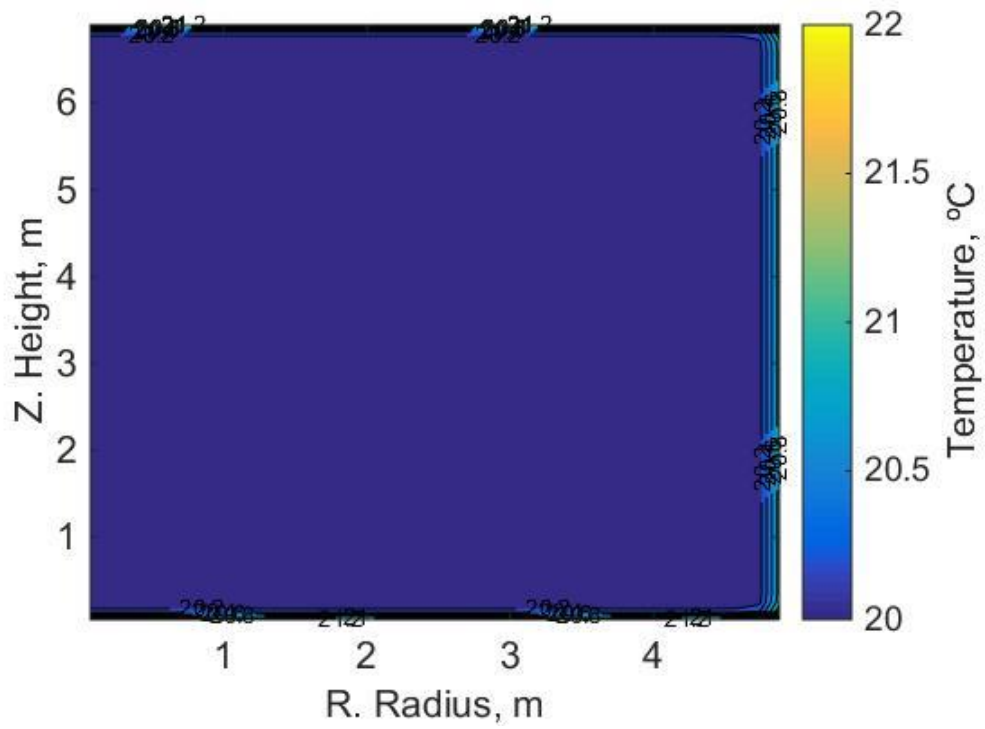


Figura 62. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 1 hora.

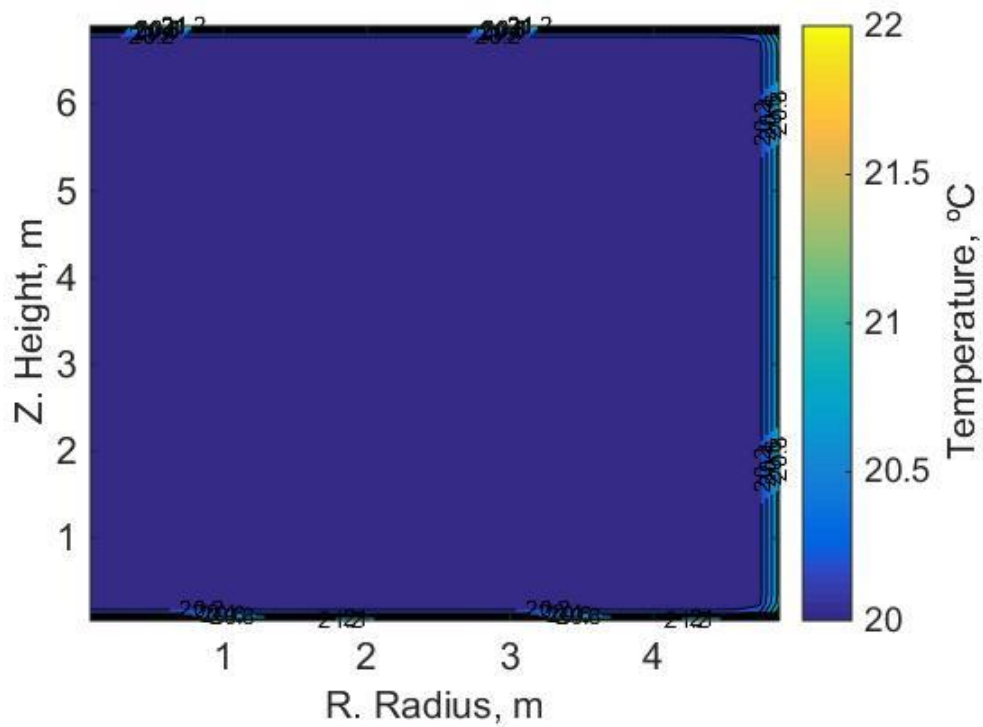


Figura 63. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 1 hora.

5.2.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas

Para la segunda simulación (Figuras 64 a 67) que se realizó se consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 5 horas.

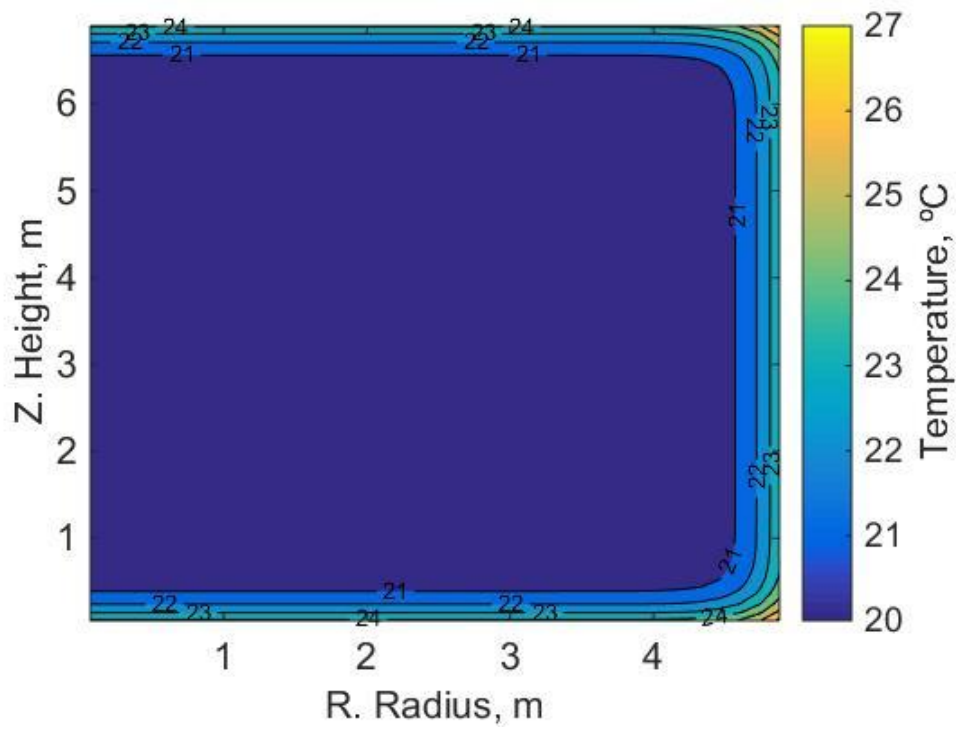


Figura 64. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 5 horas.

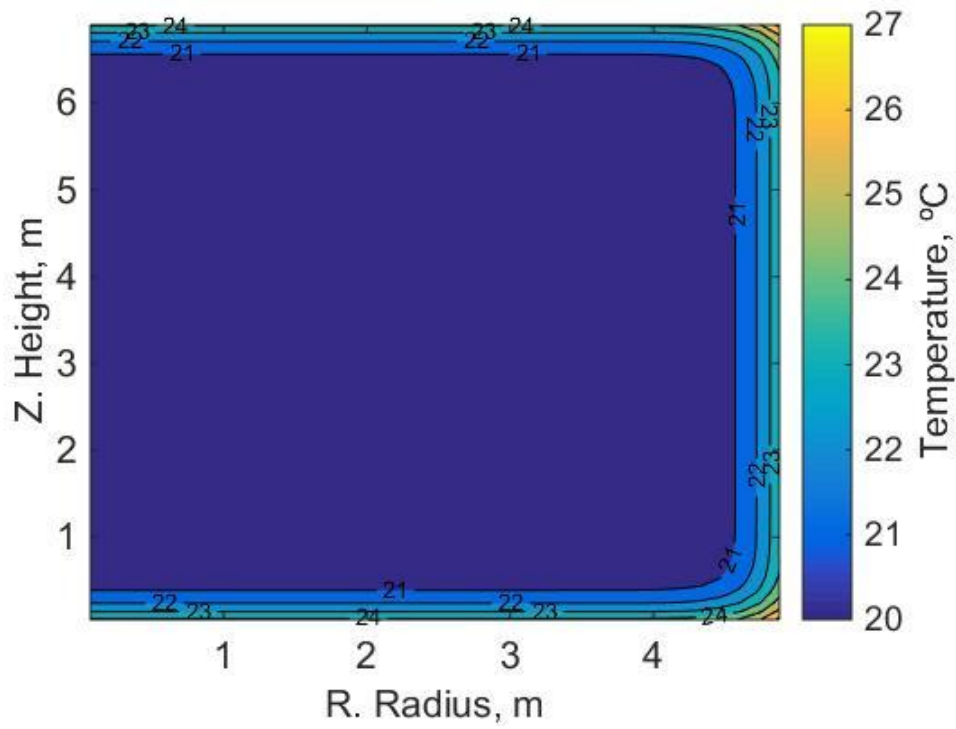


Figura 65. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 5 horas.

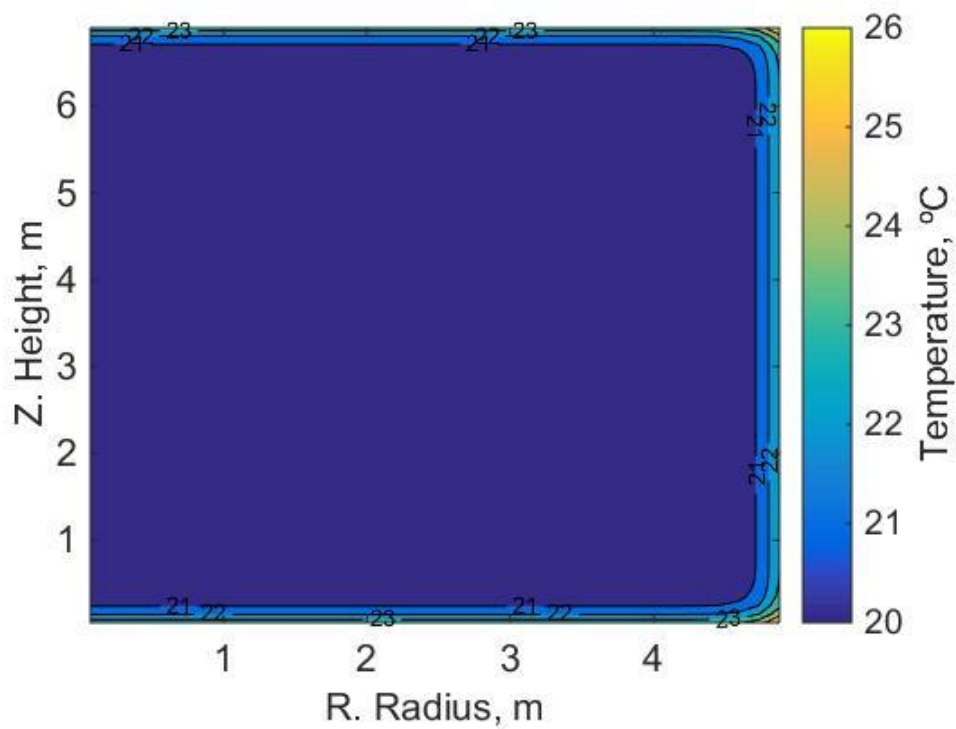


Figura 66. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 5 horas.

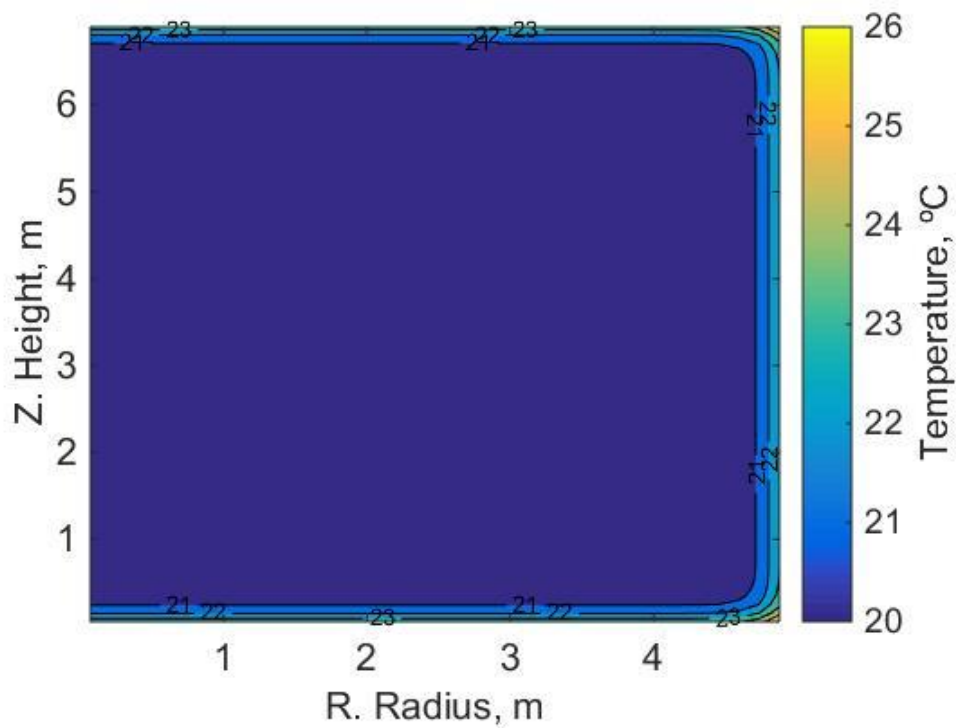


Figura 67. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 5 horas.

5.2.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas

En la tercera simulación realizada (Figuras 68 a 71) se consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 10 horas.

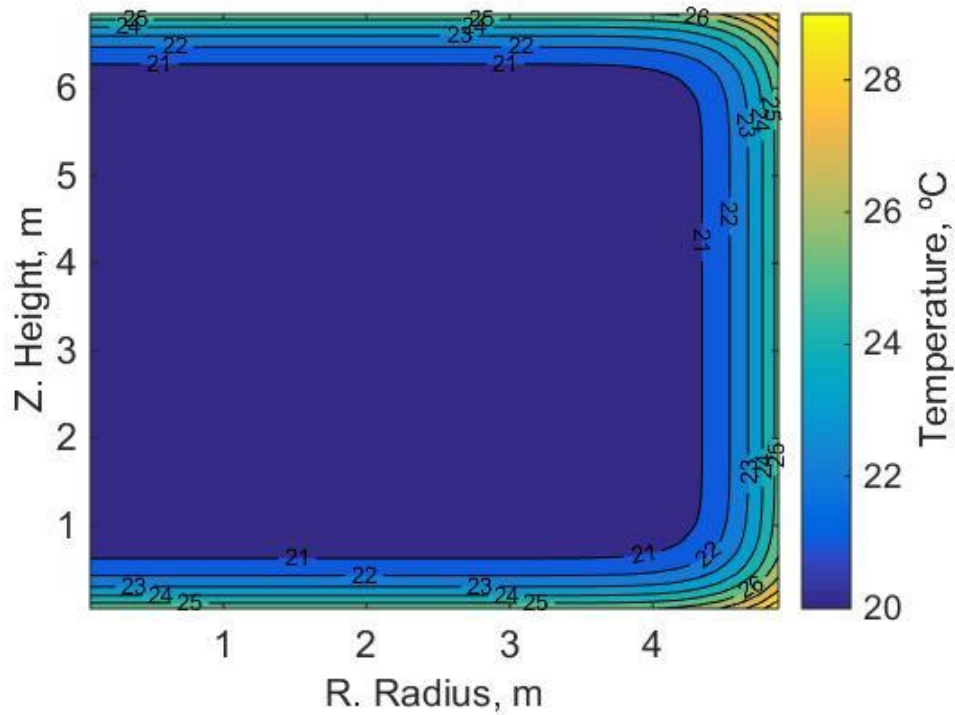


Figura 68. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero constantes. 10 horas.

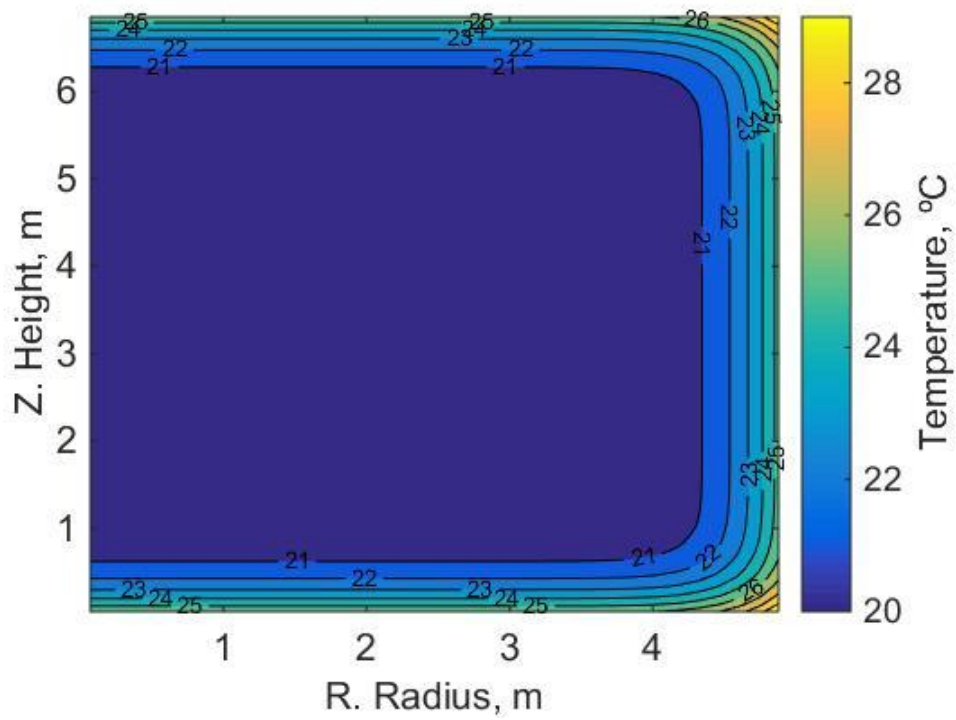


Figura 69. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 10 horas.

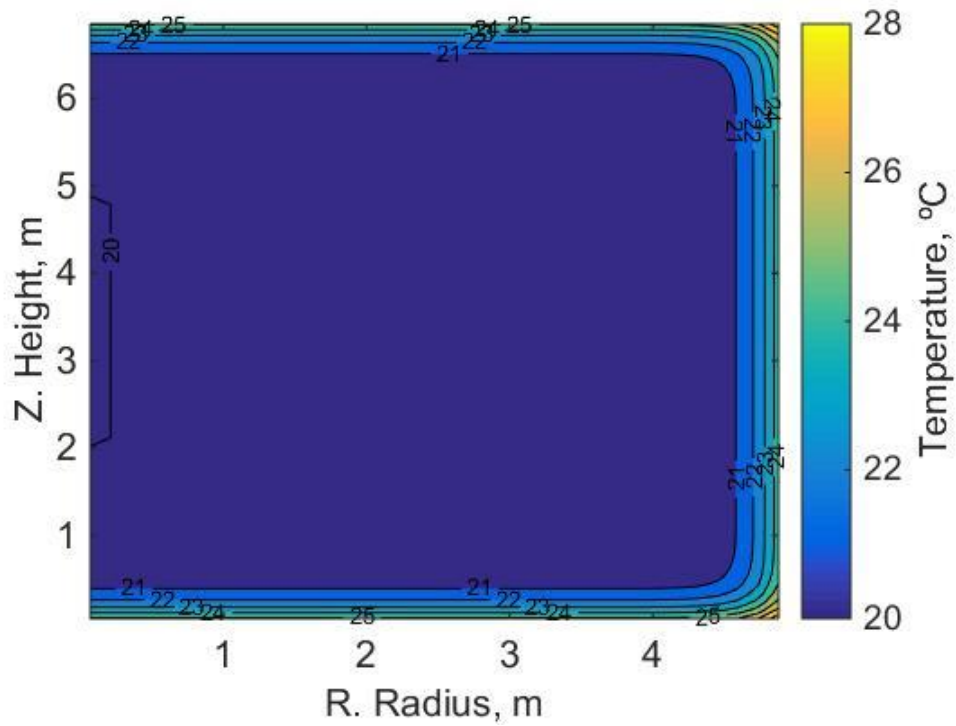


Figura 70. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 10 horas.

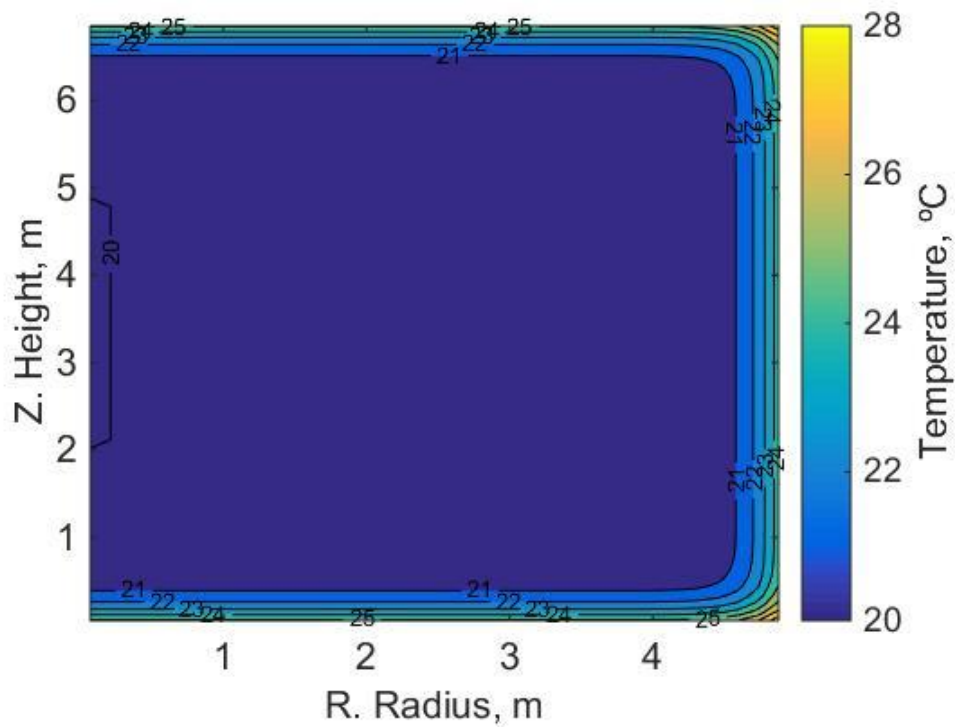


Figura 71. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del etanol y del acero variables. 10 horas.

5.2.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora

La cuarta simulación (Figuras 72 a 75) realizada consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 1 hora.

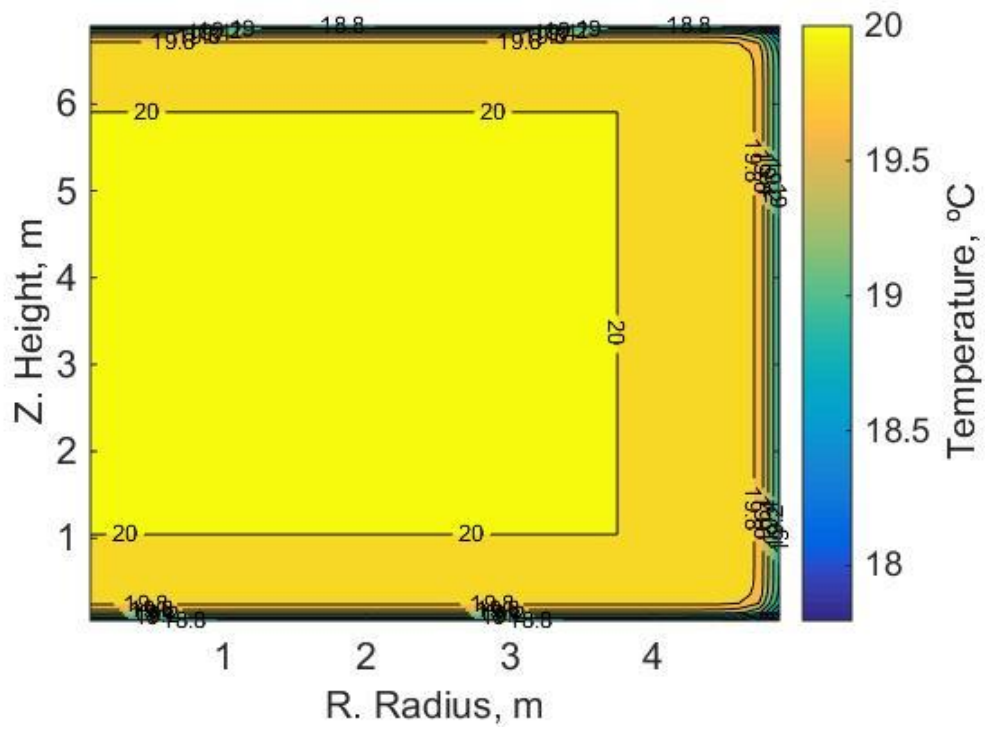


Figura 72. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 1 hora.

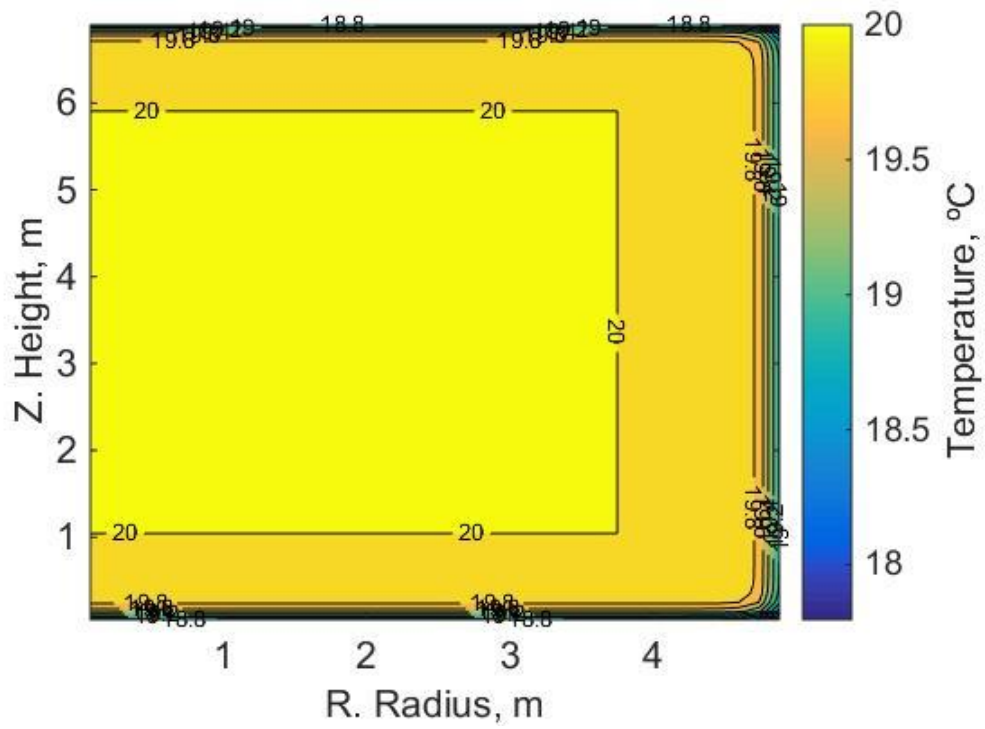


Figura 73. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 1 hora.

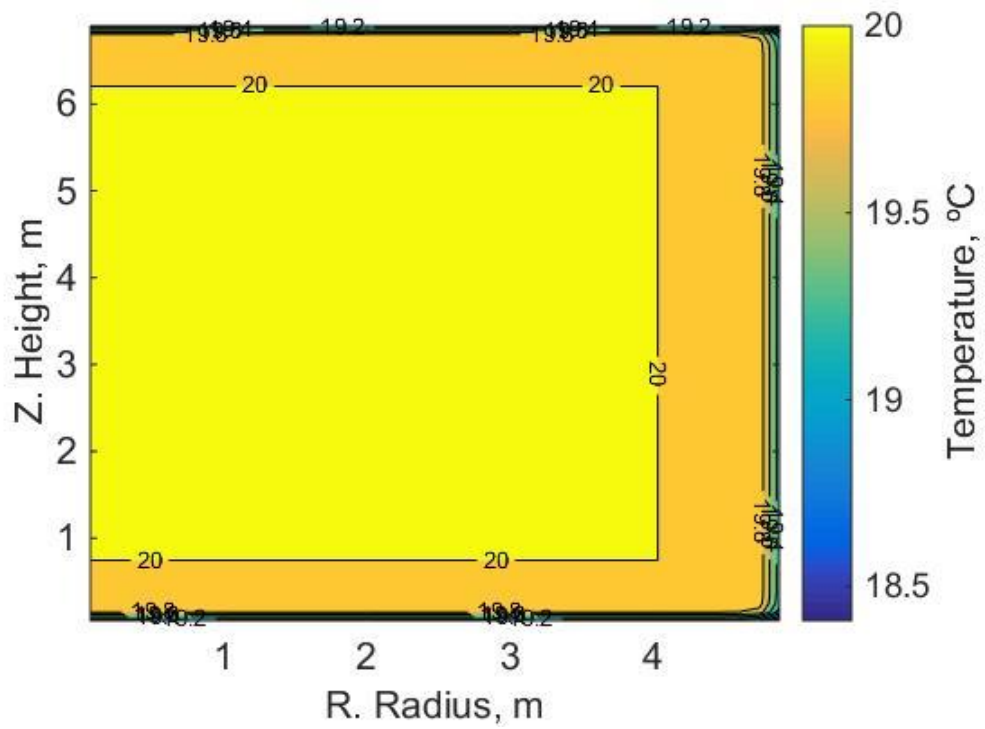


Figura 74. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 1 hora.

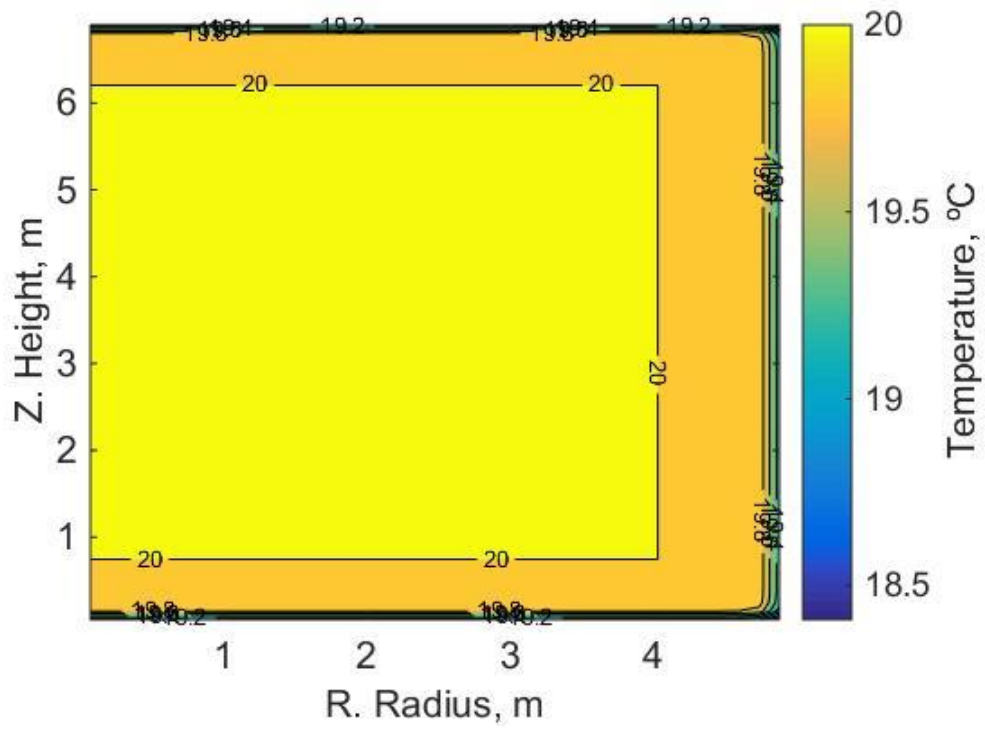


Figura 75. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 1 hora.

5.2.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas

En la quinta simulación (Figuras 76 a 79) realizada se consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 5 horas.

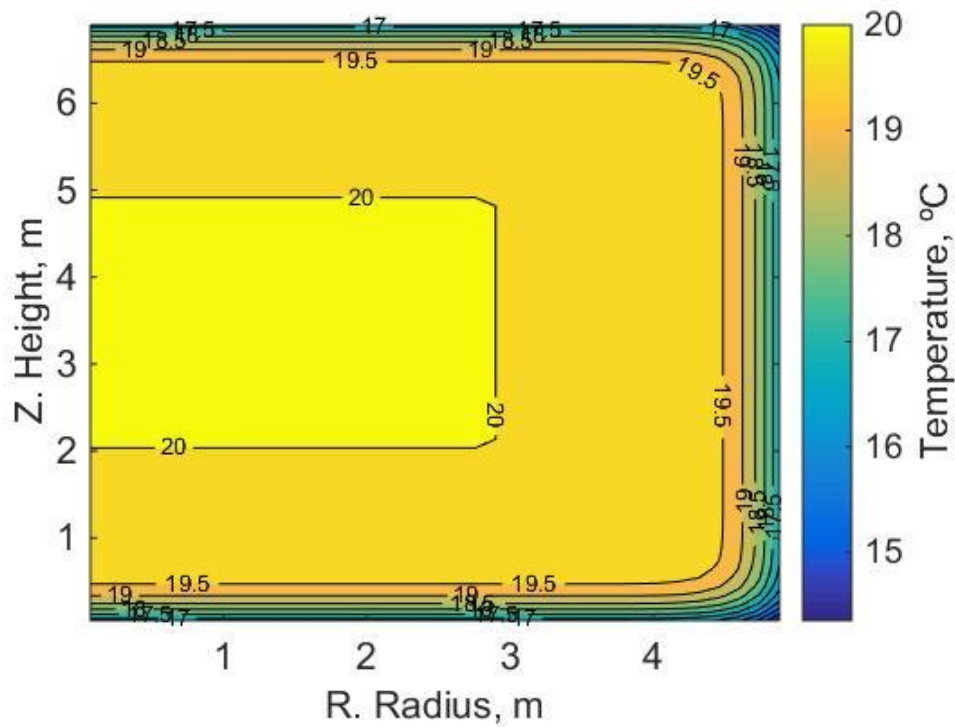


Figura 76. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 5 horas.

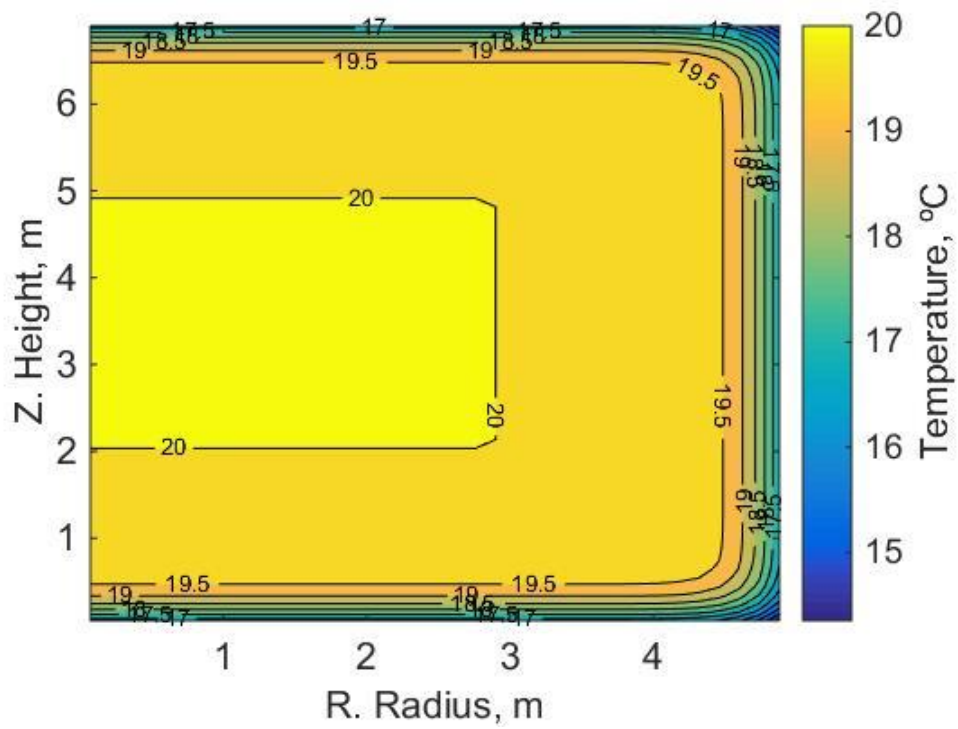


Figura 77. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 5 horas.

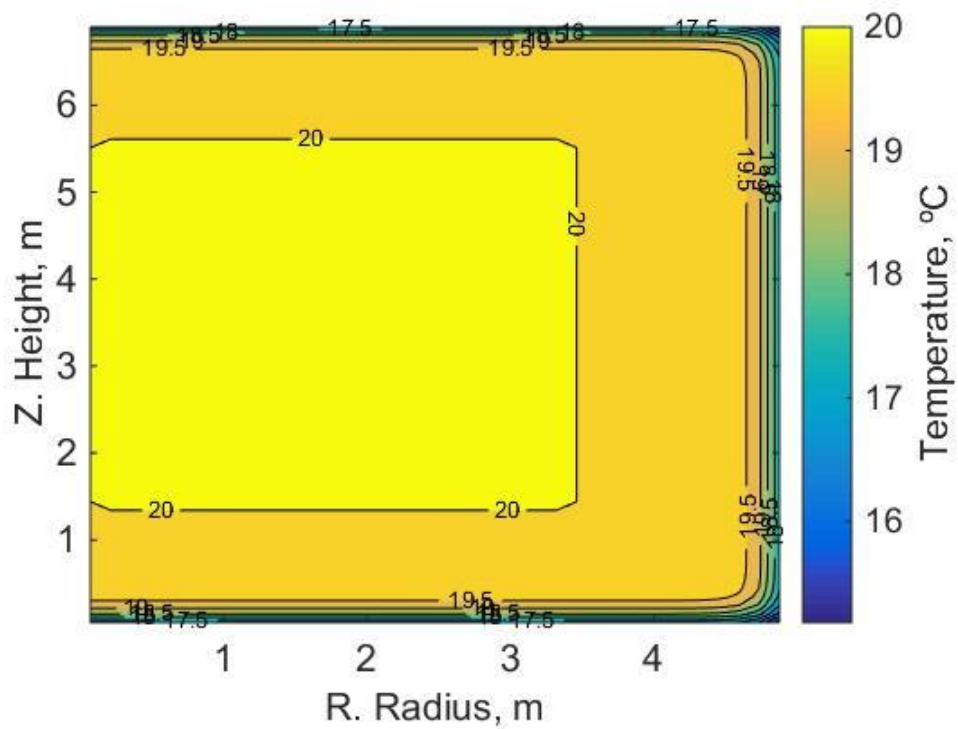


Figura 78. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 5 horas.

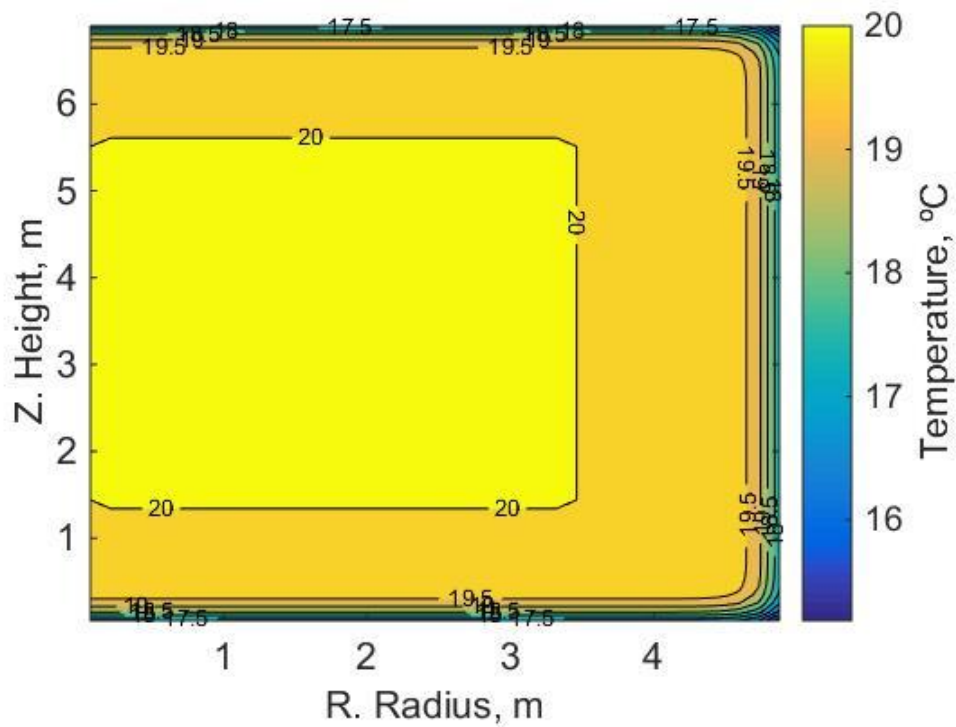


Figura 79. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 5 horas.

5.2.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas

La sexta simulación (Figuras 80 a 83) realizada consideró una temperatura interior del etanol de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 10 horas.

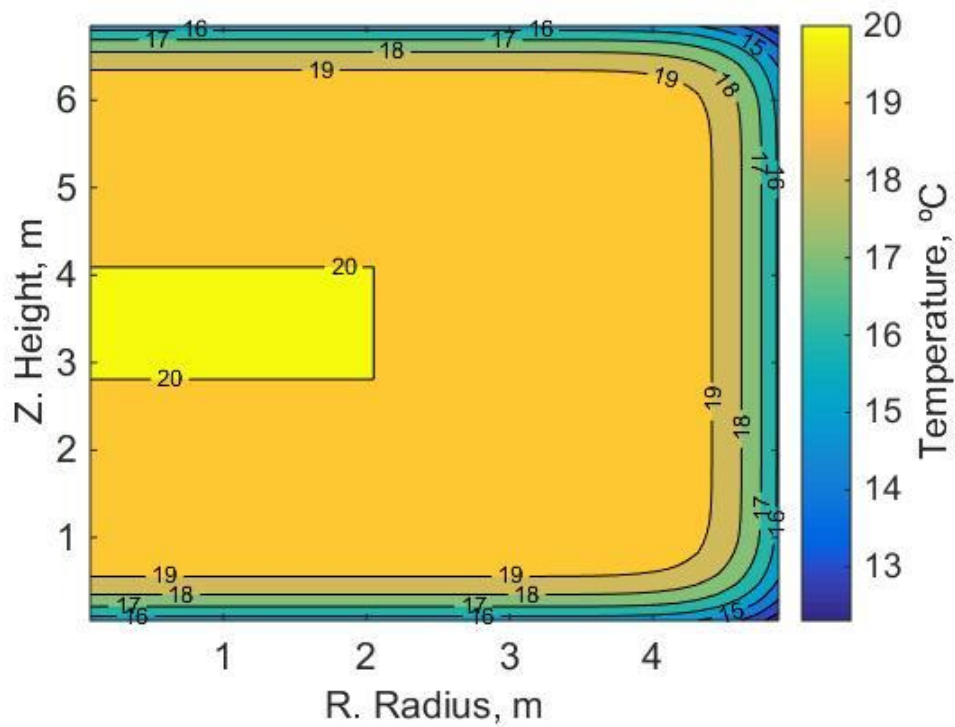


Figura 80. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero constantes. 10 horas.

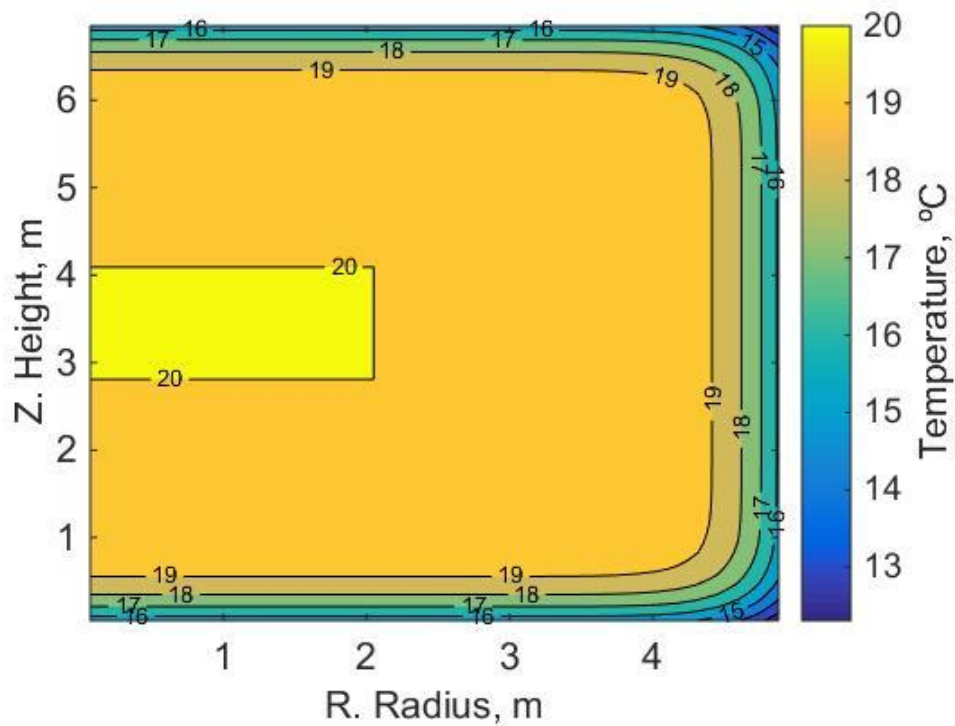


Figura 81. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol variables y del acero constantes. 10 horas.

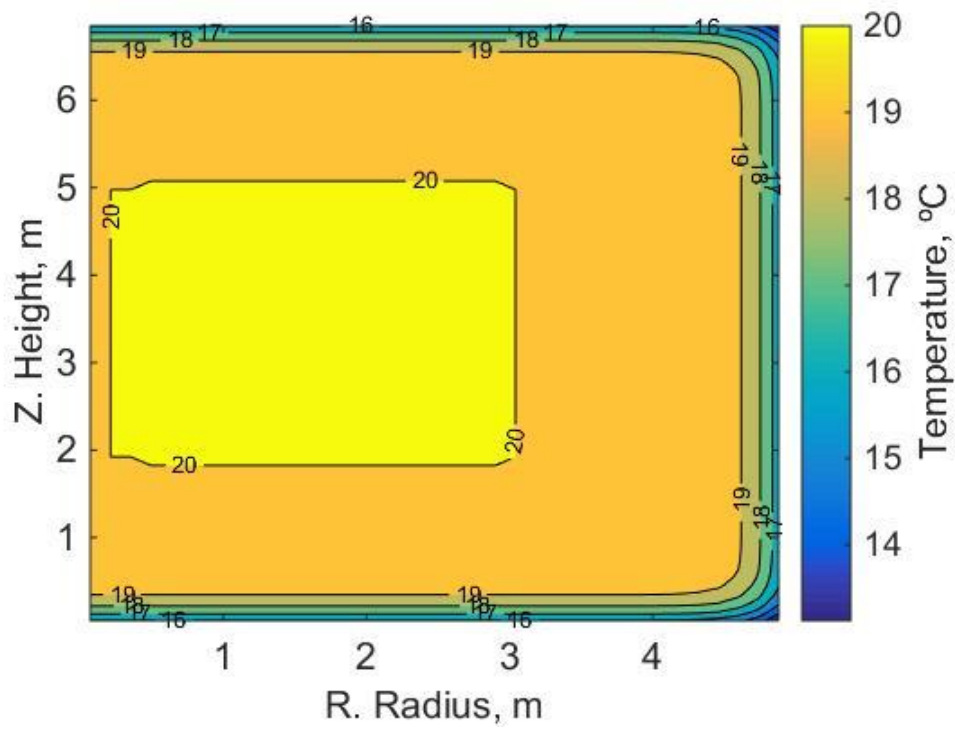


Figura 82. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol constantes y del acero variables. 10 horas.

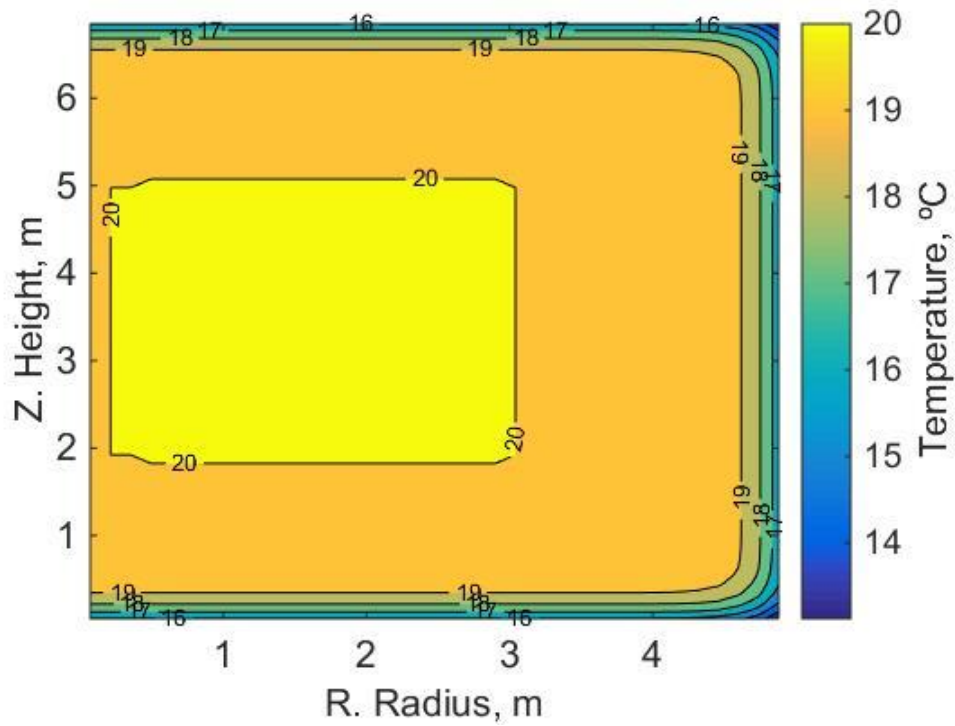


Figura 83. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del etanol y del acero variables. 10 horas.

5.2.5. Resumen de resultados

La Tabla 5 muestra un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de verano:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
Etanol	AISI 316	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	20.5	22.5	21	27	21	28
Variable	Constante	20.5	22.5	21	27	21	28
Constante	Variable	20	22	21	26	21	28
Variable	Variable	20	22	21	26	21	28

Tabla 5. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de verano en un tanque cilíndrico

La Tabla 6 muestra un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de invierno:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
Etanol	AISI 316	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	20	18	20	15	20	13
Variable	Constante	20	18	20	15	20	13
Constante	Variable	20	18.5	20	16	20	14
Variable	Variable	20	18.5	20	16	20	14

Tabla 6. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de invierno en un tanque cilíndrico

5.2.6. Discusión

En las Figuras 68 y 80, condiciones de verano e invierno respectivamente con las propiedades de los materiales constantes y un tiempo de simulación de 10 horas en ambos casos, debido a las dimensiones consideradas del tanque, existen mayores gradientes térmicos cerca de la placa de acero inoxidable que en el interior del mismo. Conforme nos alejamos de la superficie del tanque, el volumen de etanol es lo suficientemente extenso para mantener la temperatura de este sin variar en exceso. Es debido a esto, por lo que la temperatura en el interior del tanque se mantiene prácticamente constante a lo largo de todas las simulaciones independientemente del tiempo y las condiciones externas.

Para las condiciones de verano, Figuras 60 a 71, se observa cómo al aumentar el tiempo de simulación, la temperatura alcanzada en la superficie va aumentando progresivamente hacia un estado estacionario. Un comportamiento similar se presenta para las condiciones de invierno, Figuras 72 a 83, donde dicha temperatura va disminuyendo.

En las Figuras 60 a 83 se observa cómo la variabilidad de las propiedades de los materiales, tanto del etanol como del AISI 316, con la temperatura afecta a las temperaturas alcanzadas en la superficie del tanque, así como el gradiente térmico obtenido cerca de la placa de acero inoxidable.

Tomando de referencia las Figuras 80 a 83, simulaciones bajo condiciones de invierno durante un tiempo de 10 horas, se puede observar cómo al considerar las propiedades del acero variables Figuras 82 y 83, independientemente de la variabilidad de las propiedades del etanol, la cantidad de este que se mantiene a la temperatura inicial de 20°C aumenta considerablemente respecto a las propiedades del acero constantes, Figuras 80 y 81. Del mismo modo, se observa como la variabilidad del acero reduce la zona de gradiente de temperaturas cercana a la superficie del tanque, Figuras 82 y 83.

Para las simulaciones bajo condiciones de verano durante un tiempo de 10 horas, Figuras 68 a 71, puede observarse cómo la consideración de las propiedades del acero variables, Figuras 70 y 71, afecta igualmente a la cantidad de etanol, independientemente de la variabilidad de sus propiedades, que se mantiene a la temperatura inicial de 20°C, no siendo tan significativo como en el caso anterior. También puede observarse, al igual que para las condiciones de invierno, cómo la variabilidad del acero provoca que el gradiente térmico existente cerca de la superficie del tanque se dé del mismo modo que para la consideración de las propiedades del acero constantes, Figuras 68 y 69, con la diferencia de que en este caso se da en un volumen menor dentro del tanque, Figuras 70 y 71.

Comparando las simulaciones realizadas bajo los distintos intervalos de tiempo para las condiciones de verano, Figuras 60 a 63 para 1 hora, Figuras 64 a 67 para 5 horas y Figuras 68 a 71 para 10 horas, puede observarse cómo a medida que el intervalo de tiempo de la simulación aumenta, el gradiente de temperaturas cercano a la superficie del tanque va ampliando su rango en dos sentidos. Por un lado, aumenta la temperatura de la superficie de acero del tanque, aumentando el valor del gradiente de temperatura obtenido entre la superficie de este y el interior del mismo. Por otro lado, el volumen abarcado por dicho gradiente de temperaturas se incrementa conforme aumenta el tiempo de simulación, lo cual indica, como es lógico, que, a mayor tiempo de exposición del tanque a temperaturas elevadas, mayor será la penetración de calor en el tanque.

Un comportamiento similar se muestra para las condiciones de invierno, Figuras 72 a 75 para 1 hora, Figuras 76 a 79 para 5 horas y Figuras 80 a 83 para 10 horas. Conforme aumenta el tiempo de simulación, el gradiente térmico entre la superficie del tanque y el interior del mismo también lo hace. Además, como ya se observó para las condiciones de verano, al aumentar el tiempo de simulación, también lo hace el volumen abarcado por el gradiente de temperaturas cercano a la superficie.

5.3. Tanque esférico

5.3.1. Introducción

Al igual que ocurre con los tanques cilíndricos, los tanques esféricos son utilizados de manera recurrente para el almacenamiento en la industria actualmente.

En nuestro caso, se estudió un tanque esférico cuyo material fue acero inoxidable AISI 304 el cual contenía CO_2 licuado para su uso como gas. El tanque se dispuso con un diámetro de 6 metros, lo cual equivale a un volumen de almacenamiento de 113m^3 . El espesor de la chapa considerado fue de 50mm.

Del mismo modo que se realizó en el problema anteriormente estudiado, se analizó la influencia de la temperatura sobre las propiedades de los materiales (Lienhard, 2017; Perry, R.H., Green, 2004), tanto del material del propio tanque como del contenido del mismo.

Igualmente, se simularon distintos intervalos de tiempo (1 hora, 5 horas y 10 horas) para comprobar cómo influye en la transmisión de calor el tiempo al que el tanque estuviera expuesto a esas temperaturas.

En este problema, se consideró el tanque ubicado en una nave donde las condiciones de temperatura exterior podían mantenerse constantes durante el tiempo completo de la simulación.

Debido a que el CO_2 se evapora a una temperatura de 31°C , las condiciones de temperatura exterior se consideraron a 25°C para las condiciones de verano y 0°C para las condiciones de invierno. Siendo la temperatura inicial del CO_2 20°C .

5.3.2. Propiedades del CO_2

5.3.2.1. Propiedades constantes

Las propiedades del CO_2 considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 103.707 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 0.01608 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 1396 \text{ (J/kg K)}$

5.3.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura

Las siguientes ecuaciones determinaron la variabilidad de las propiedades del CO₂ respecto a la temperatura:

$$\rho_{CO_2}(T) = -0.1888T^2 + 98.284T - 11823 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.18)$$

$$k_{CO_2}(T) = -0.0012T - 0.4406 \text{ (W/mK)} \quad (5.19)$$

$$c_{e,CO_2}(T) = 1.4581T^2 - 748.68T + 98248 \text{ (J/kgK)} \quad (5.20)$$

Las Figuras 84 a 86 muestran dichas propiedades gráficamente:

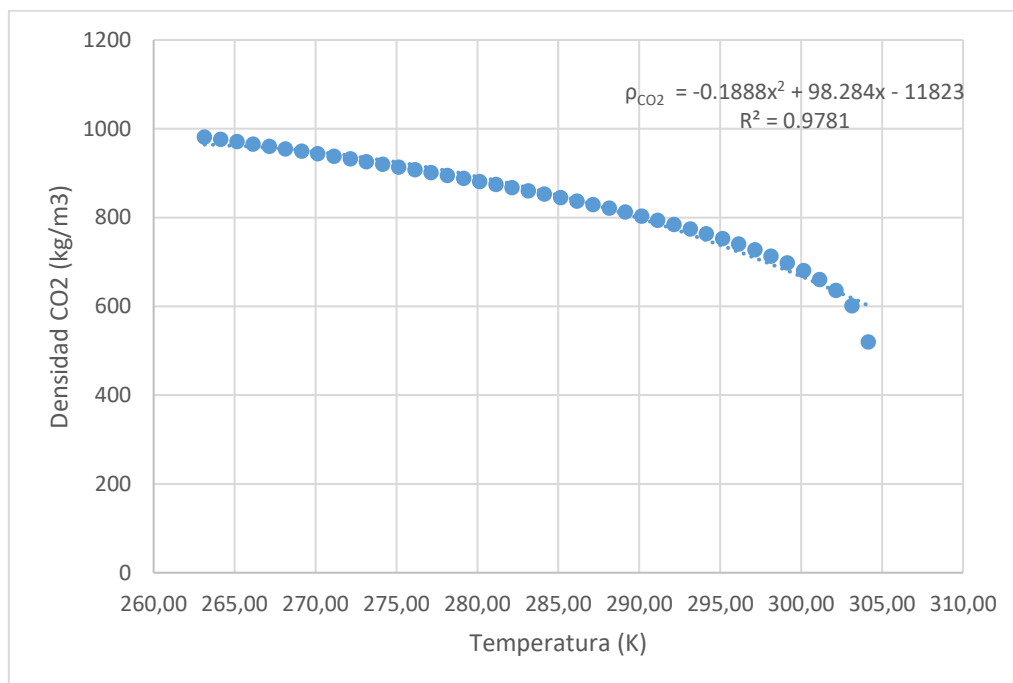


Figura 84. Dependencia de la densidad del CO₂ con la temperatura.

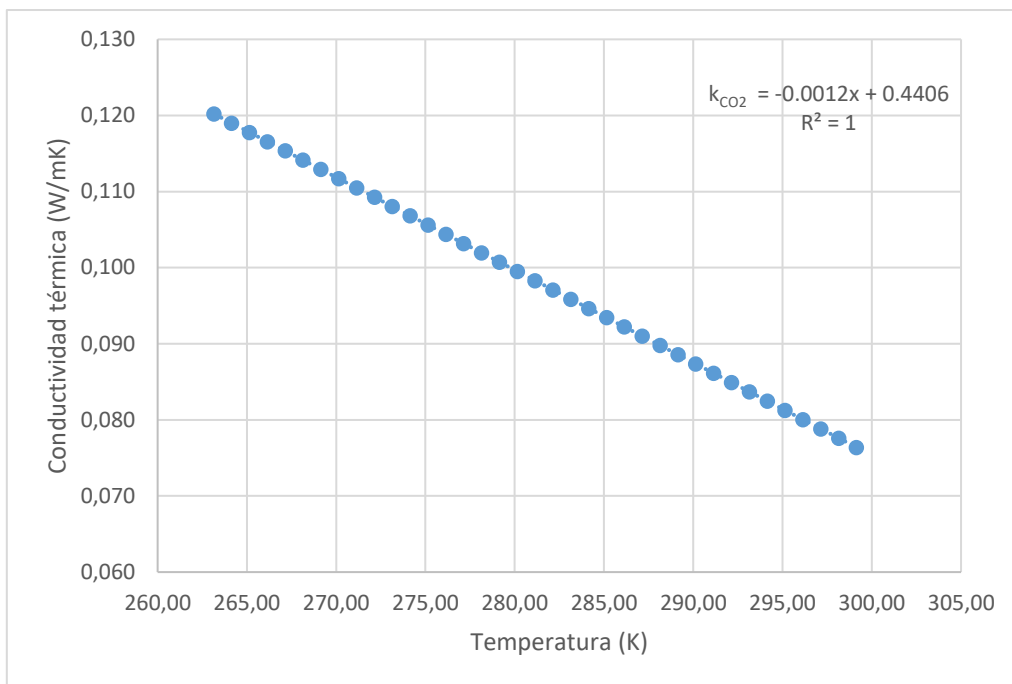


Figura 85. Dependencia de la conductividad térmica del CO2 con la temperatura.

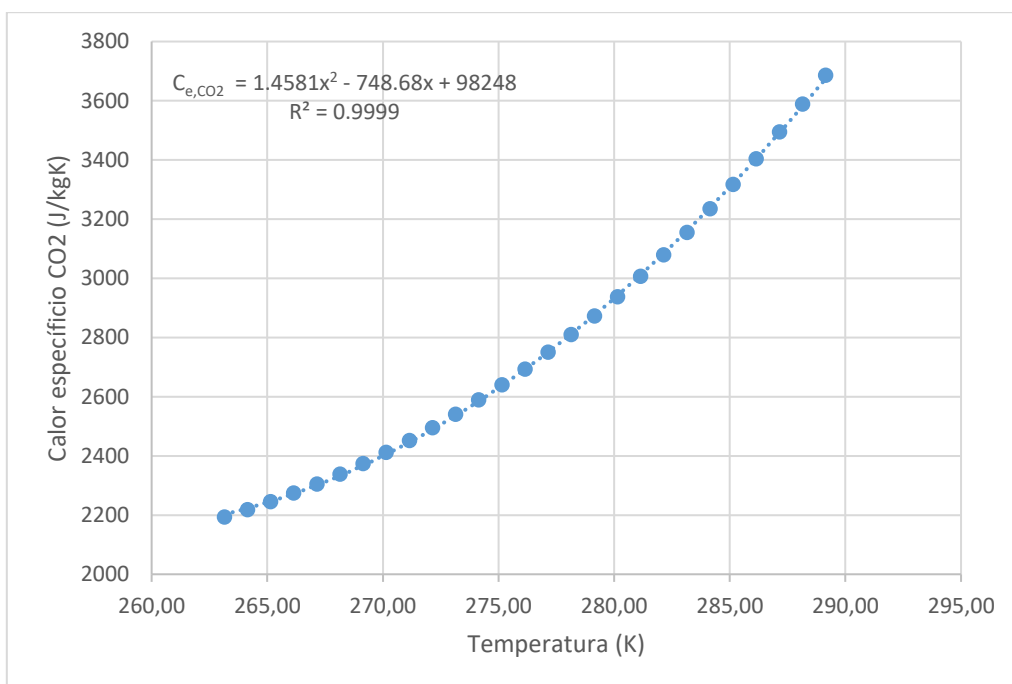


Figura 86. Dependencia del calor específico del CO2 con la temperatura.

5.3.3. Propiedades del AISI 304

5.3.3.1. Propiedades constantes

Las propiedades del acero inoxidable AISI 304 considerándolas constantes e independientes de la temperatura a la cual se encuentre el material fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 7894 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 12.97 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 510.3953 \text{ (J/kg K)}$

5.3.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura

Para determinar la densidad, el calor específico y la conductividad térmica del acero inoxidable AISI 304, se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{\text{AISI 304}}(T) = -0.0001T^2 - 0.235T + 7978 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.21)$$

$$k_{\text{AISI 304}}(T) = 0.0161T + 8.1267 \text{ (W/mK)} \quad (5.22)$$

$$c_{e,\text{AISI 304}}(T) = 0.134T + 470.2 \text{ (J/kgK)} \quad (5.23)$$

Las Figuras 87 a 89 representan dichas propiedades:

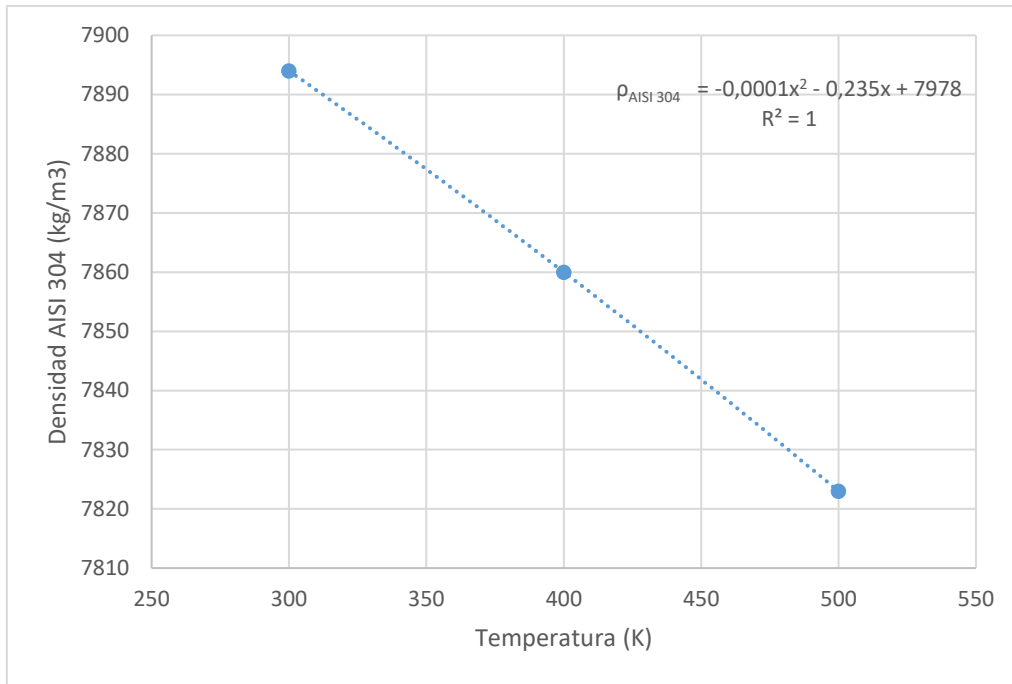


Figura 87. Dependencia de la densidad del AISI 304 con la temperatura.

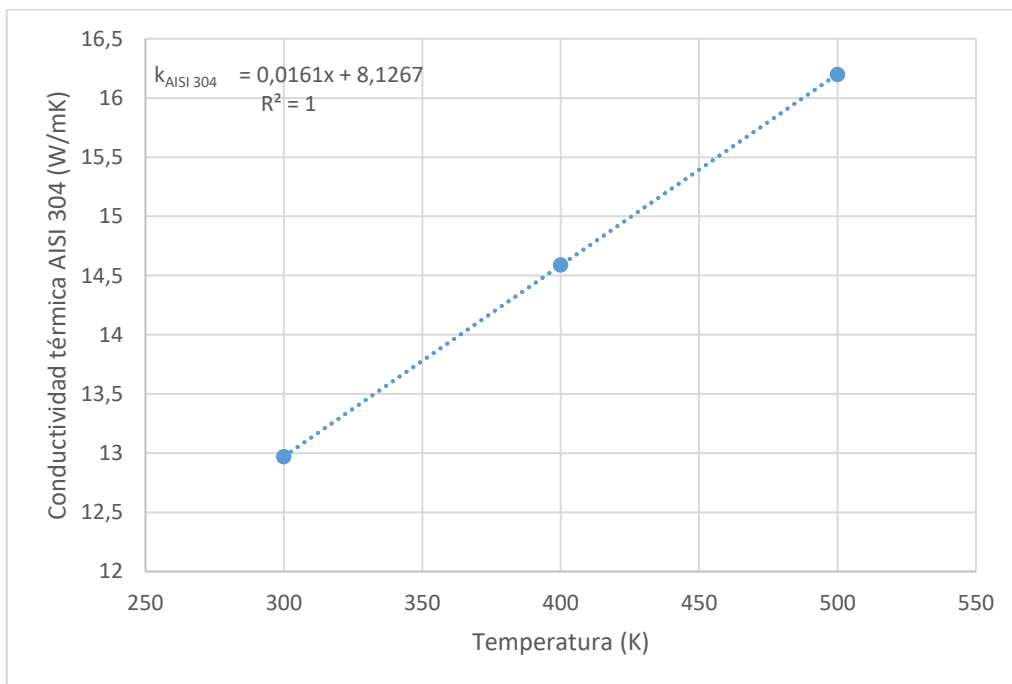


Figura 88. Dependencia de la conductividad térmica del AISI 304 con la temperatura.

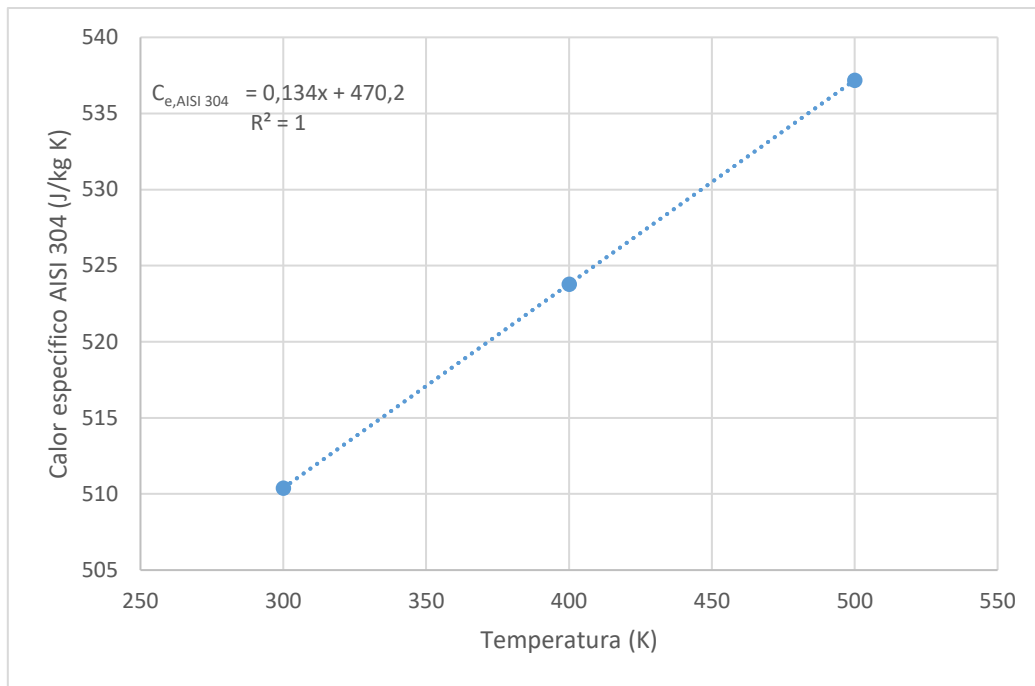


Figura 89. Dependencia del calor específico del AISI 304 con la temperatura.

5.3.4. Simulaciones

Para contrastar la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura se realizaron las siguientes simulaciones:

- Propiedades del acero AISI 304 y del CO₂ constantes.
- Propiedades del acero AISI 304 y del CO₂ variables.
- Propiedades del acero AISI 304 contantes y del CO₂ variables.
- Propiedades del acero AISI 304 variables y del CO₂ constantes.

Igualmente, se simularon condiciones hipotéticas de verano e invierno durante distintos intervalos de tiempo para ver la influencia de la temperatura exterior y el tiempo de exposición en la transmisión de calor del tanque.

5.3.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora

La primera simulación (Figuras 90 a 93) realizada consideró una temperatura interior del CO₂ de 20°C y una temperatura en el exterior de 25°C durante un tiempo de 1 hora.

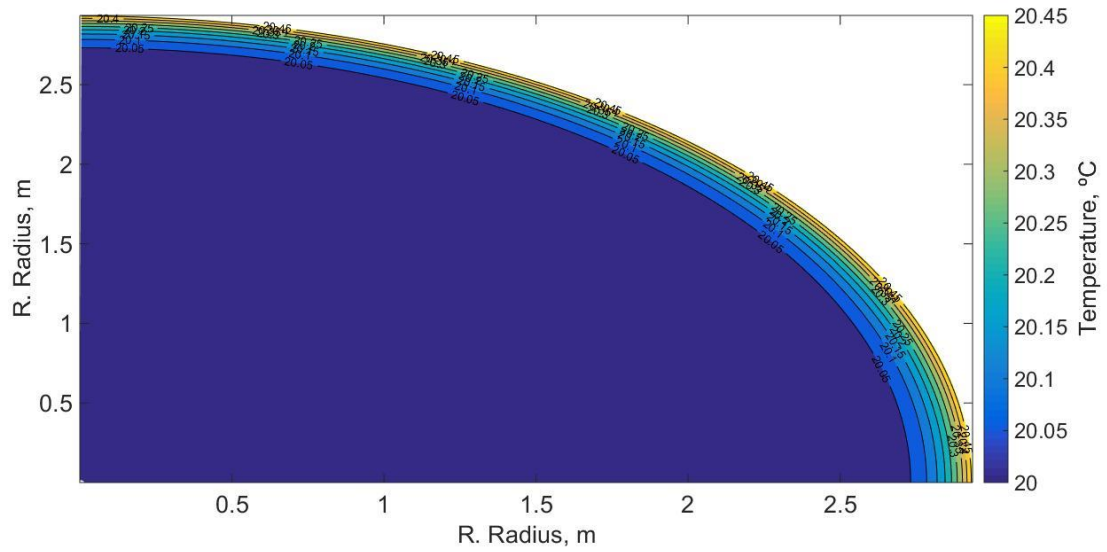


Figura 90. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 1 hora.

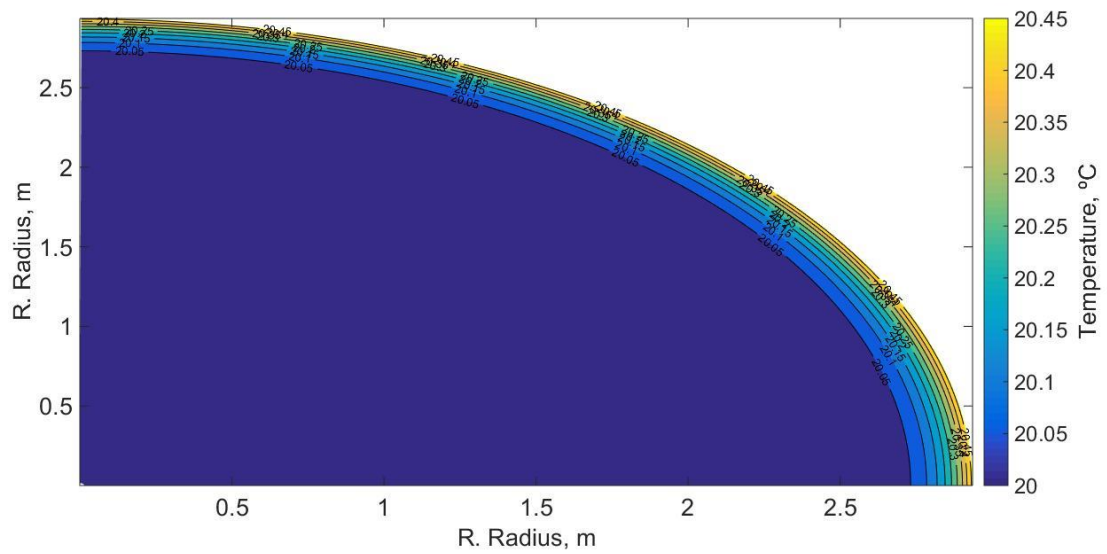


Figura 91. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 1 hora.

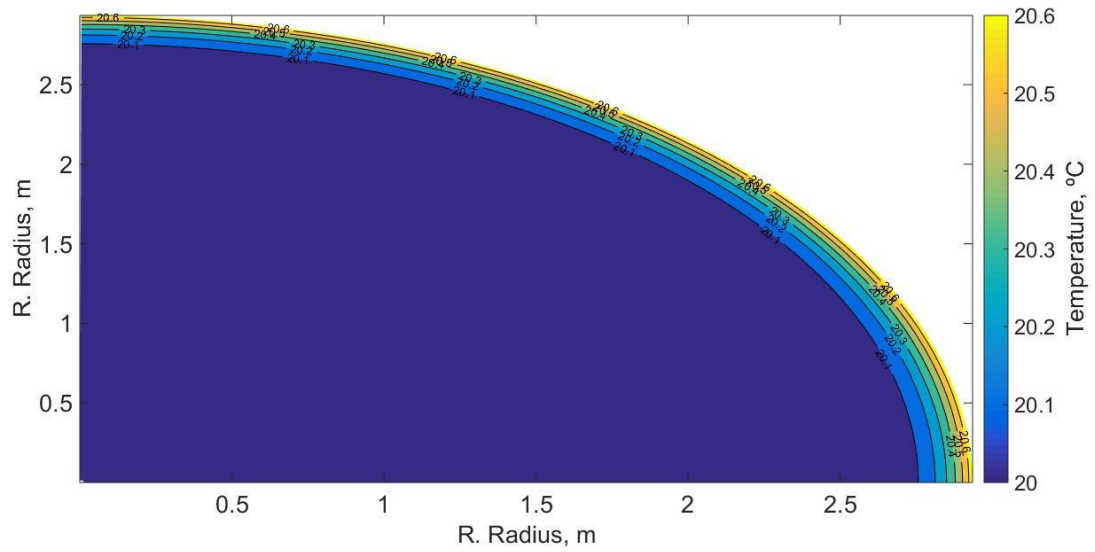


Figura 92. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 1 hora.

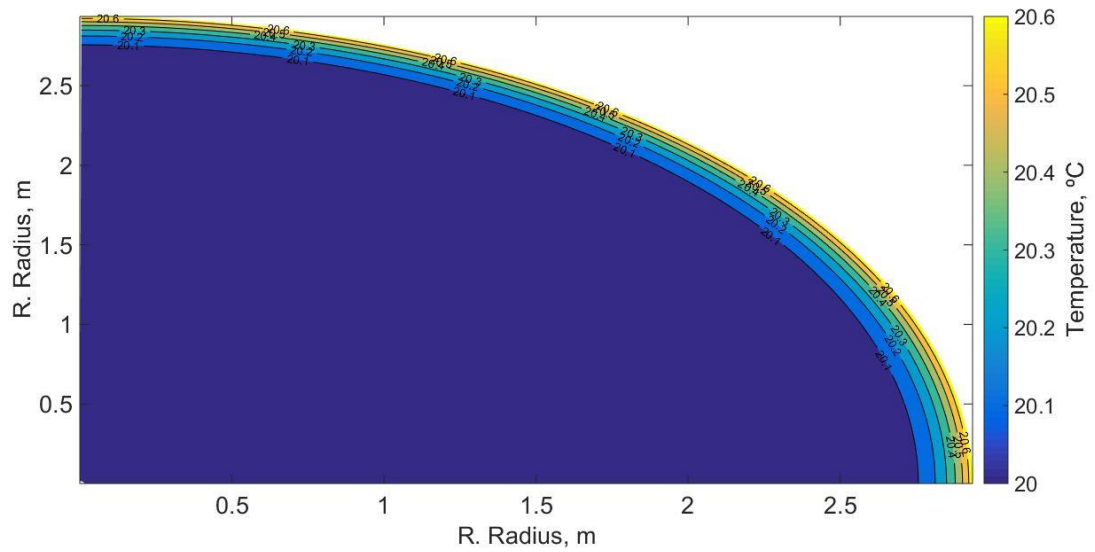


Figura 93. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 1 hora.

5.3.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas

En la segunda simulación (Figuras 94 a 97) realizada se consideró una temperatura interior del CO_2 de 20°C y una temperatura en el exterior de 25°C durante un tiempo de 5 horas.

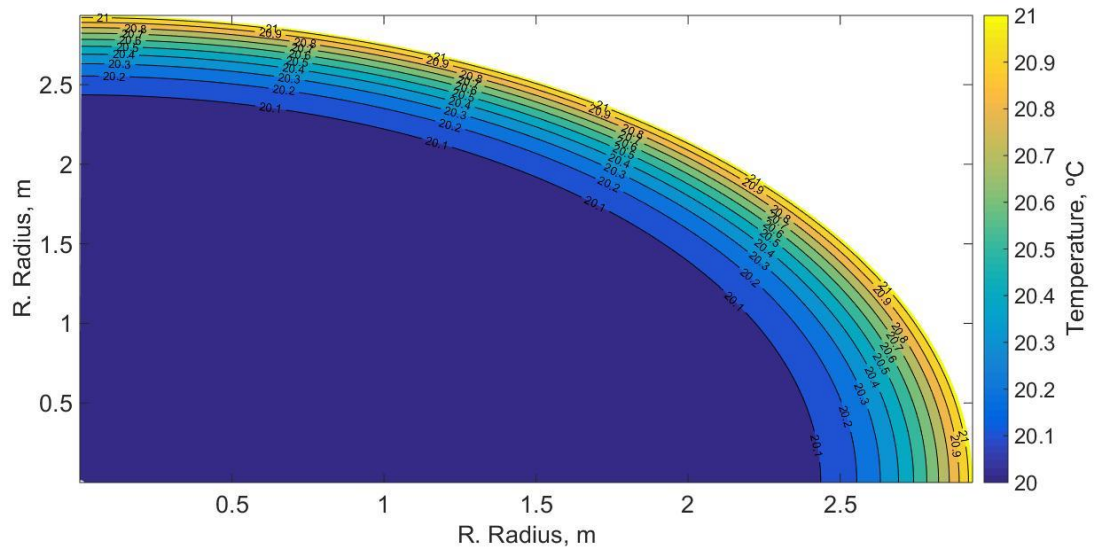


Figura 94. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 5 horas.

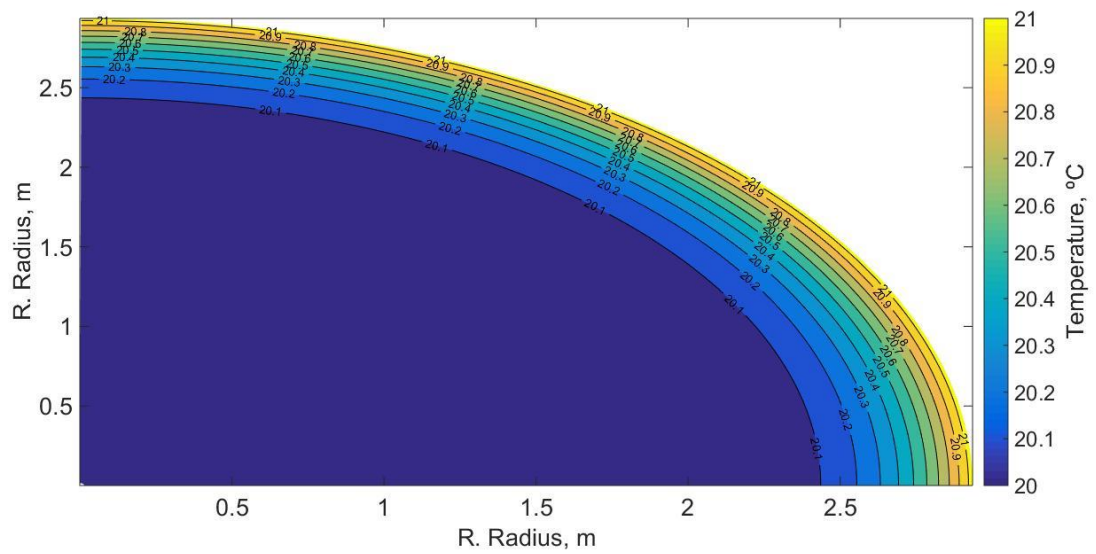


Figura 95. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 5 horas.

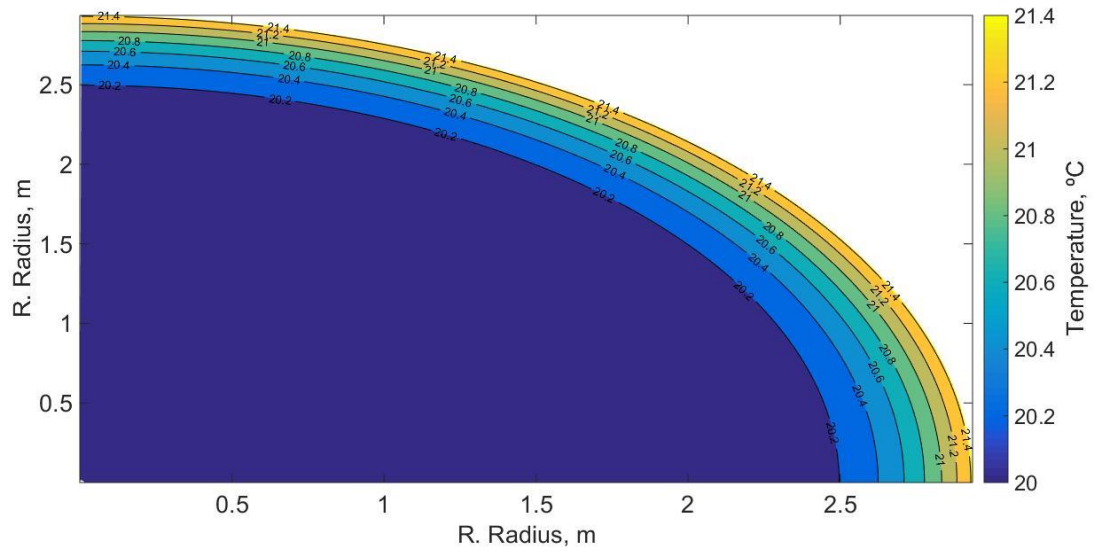


Figura 96. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 5 horas.

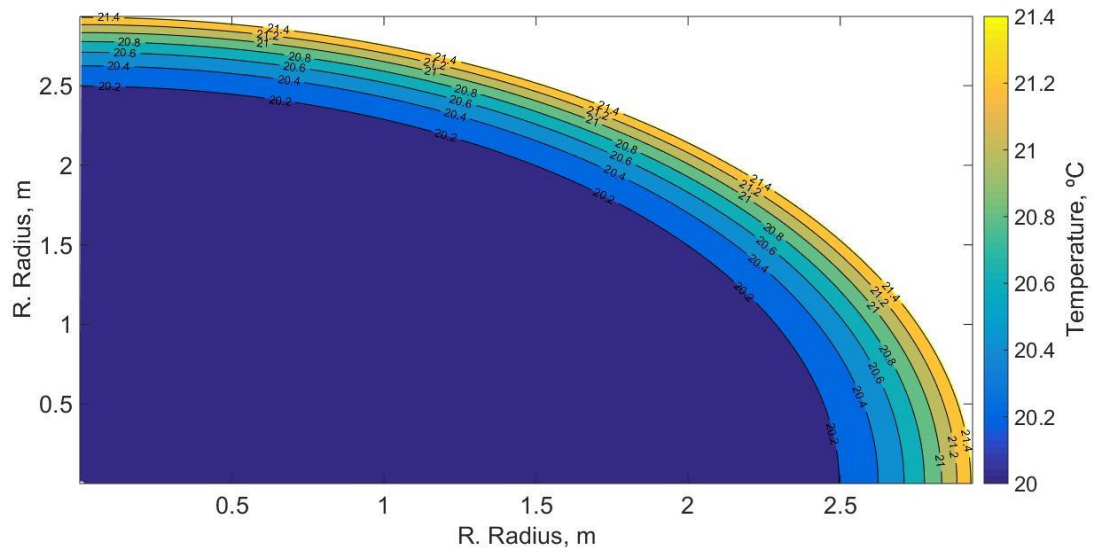


Figura 97. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 5 horas.

5.3.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas

En la tercera simulación (Figuras 98 a 101) realizada se consideró una temperatura interior del CO_2 de 20°C y una temperatura en el exterior de 25°C durante un tiempo de 10 horas.

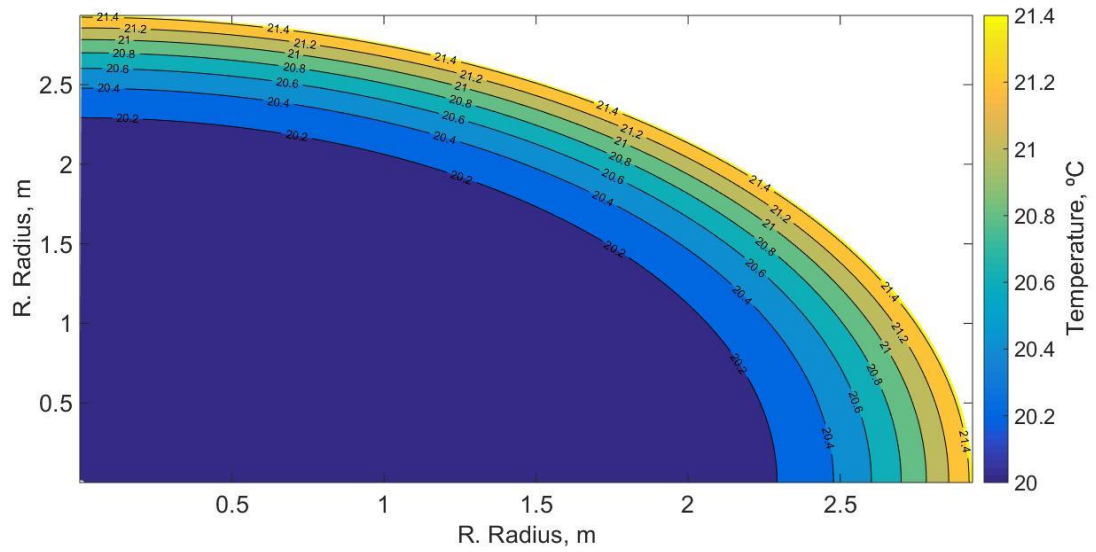


Figura 98. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 10 horas.

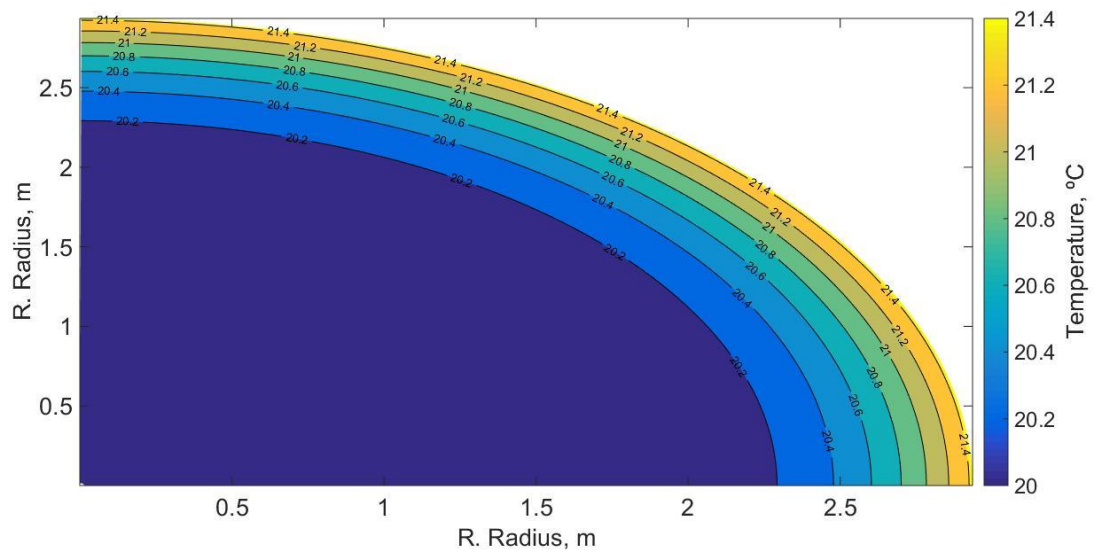


Figura 99. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 10 horas.

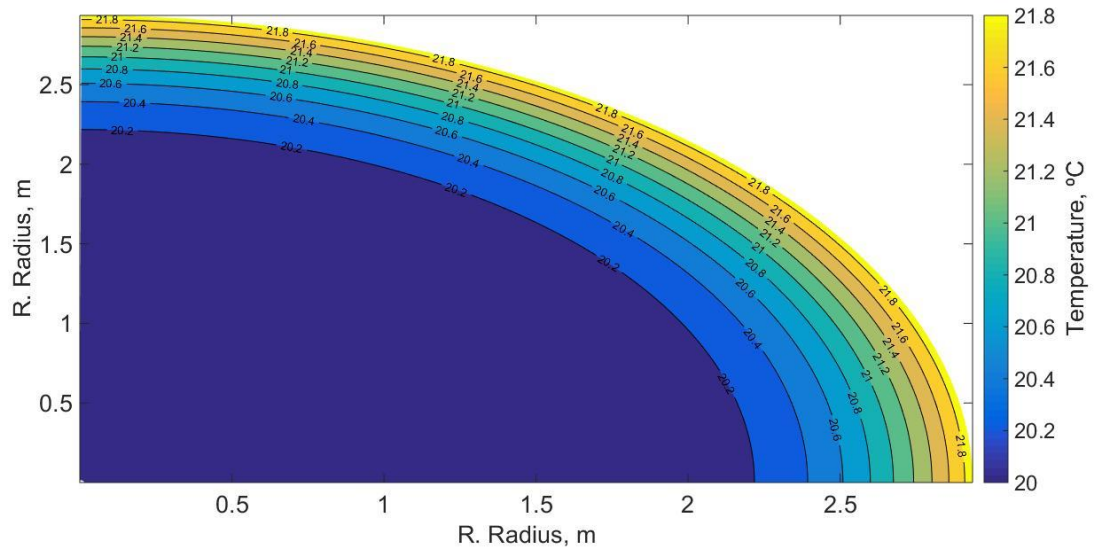


Figura 100. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 10 horas.

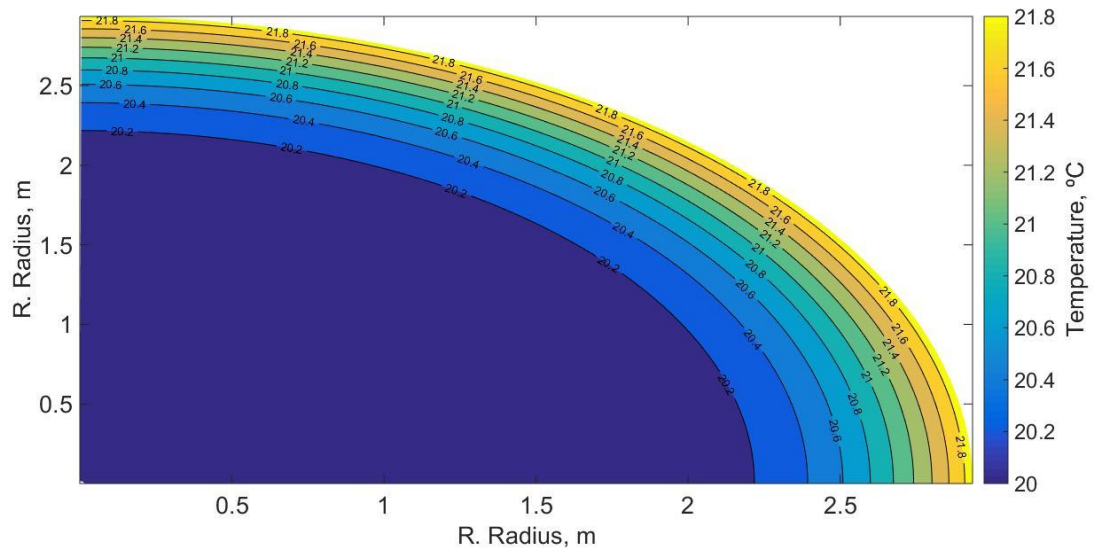


Figura 101. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 10 horas.

5.3.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora

Para la cuarta simulación (Figuras 102 a 105) realizada se consideró una temperatura interior del CO_2 de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 1 hora.

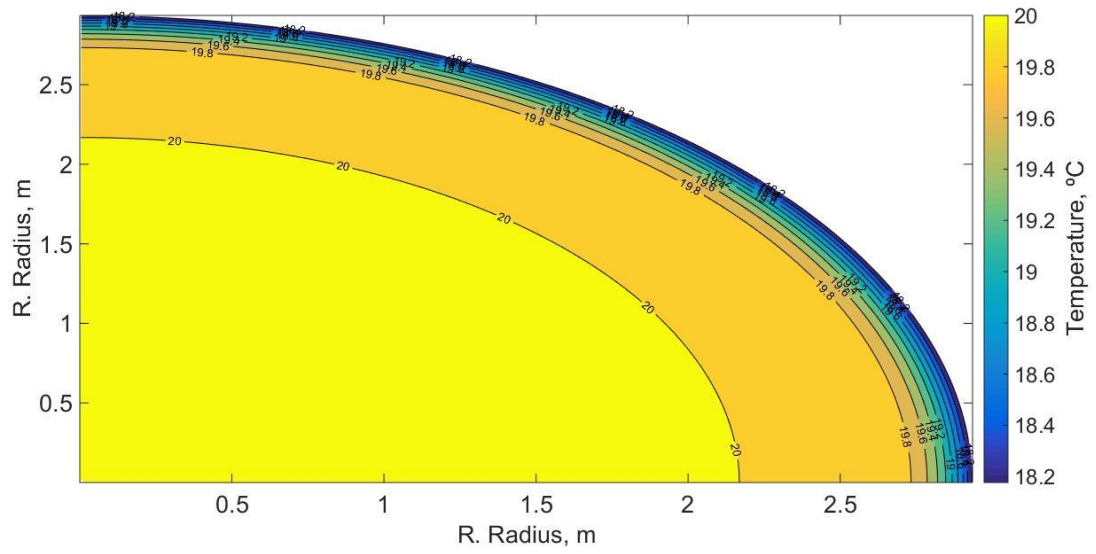


Figura 102. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 1 hora.

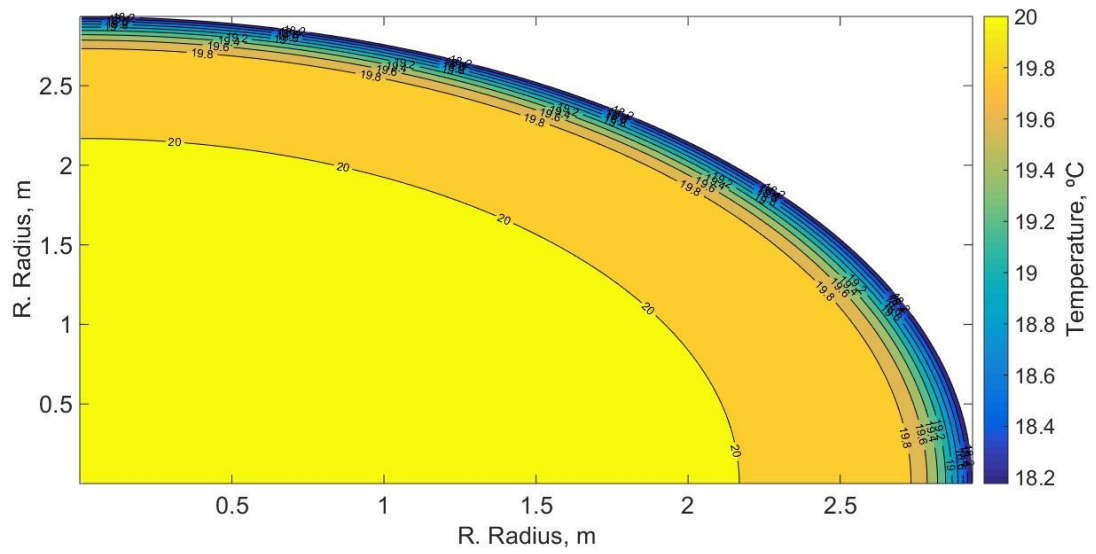


Figura 103. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 1 hora.

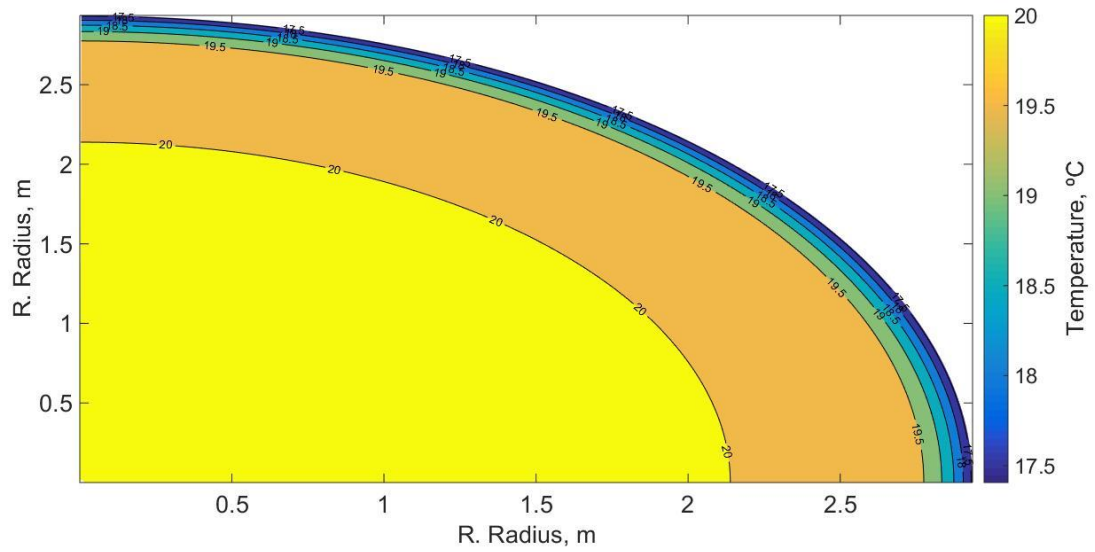


Figura 104. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 1 hora.

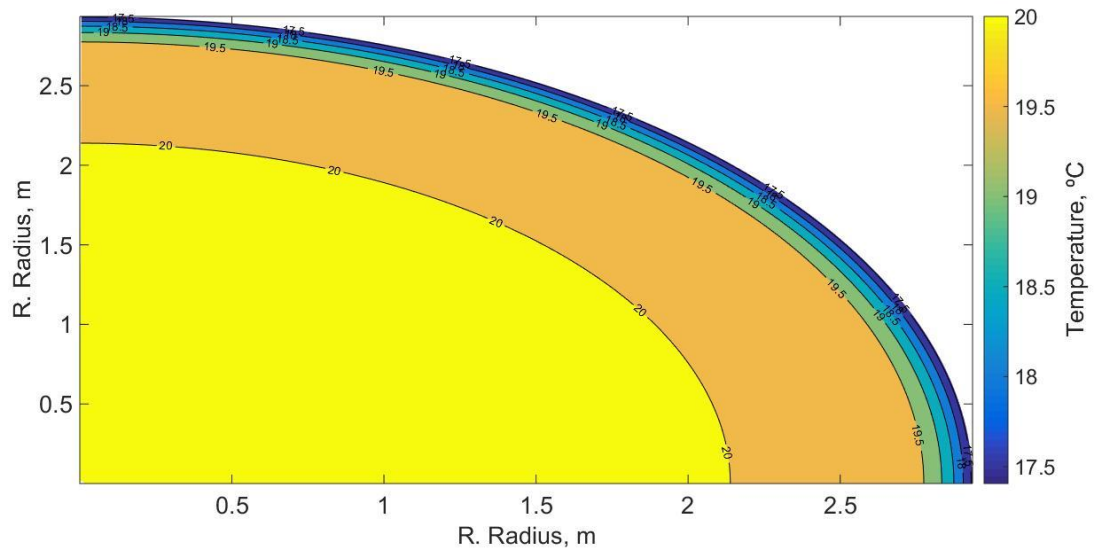


Figura 105. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 1 hora.

5.3.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas

La quinta simulación (Figuras 106 a 109) realizada consideró una temperatura interior del CO_2 de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 5 horas.

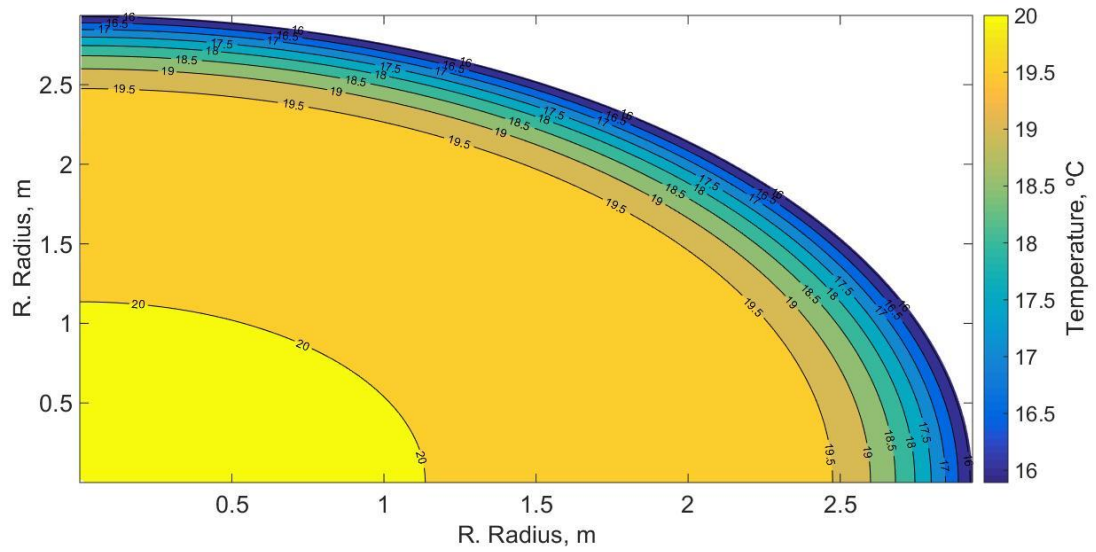


Figura 106. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 5 horas.

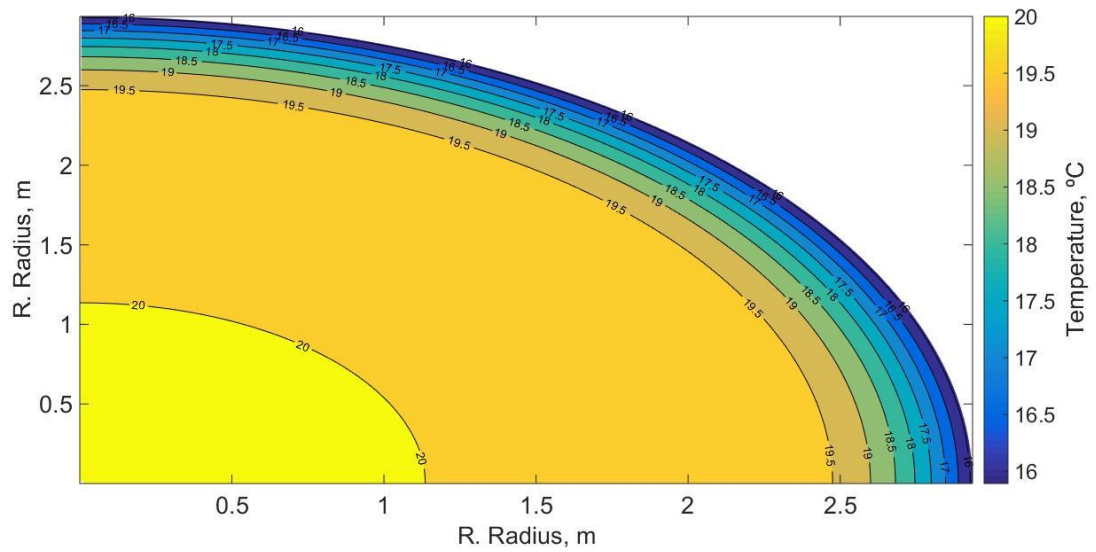


Figura 107. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 5 horas.

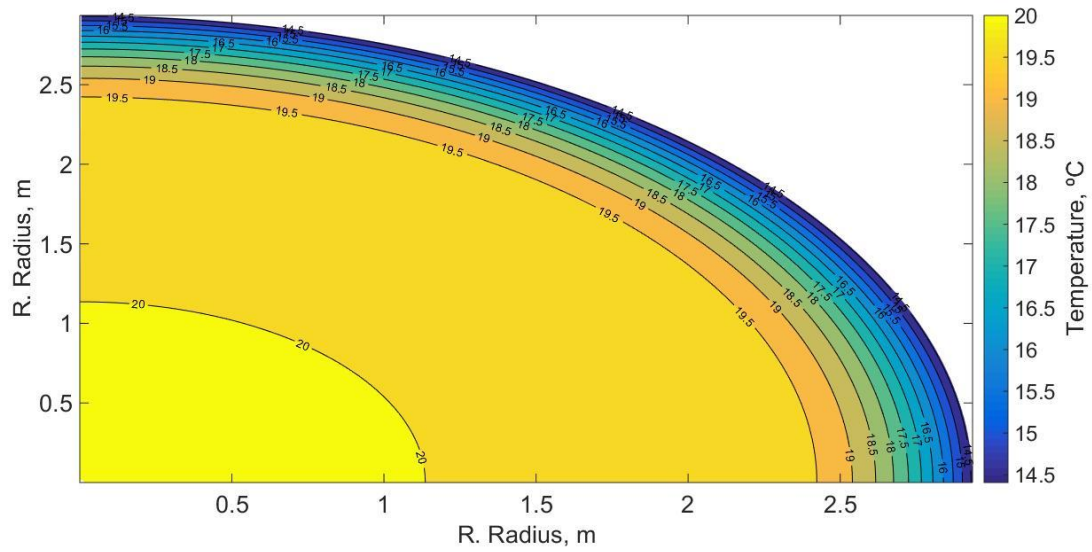


Figura 108. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 5 horas.

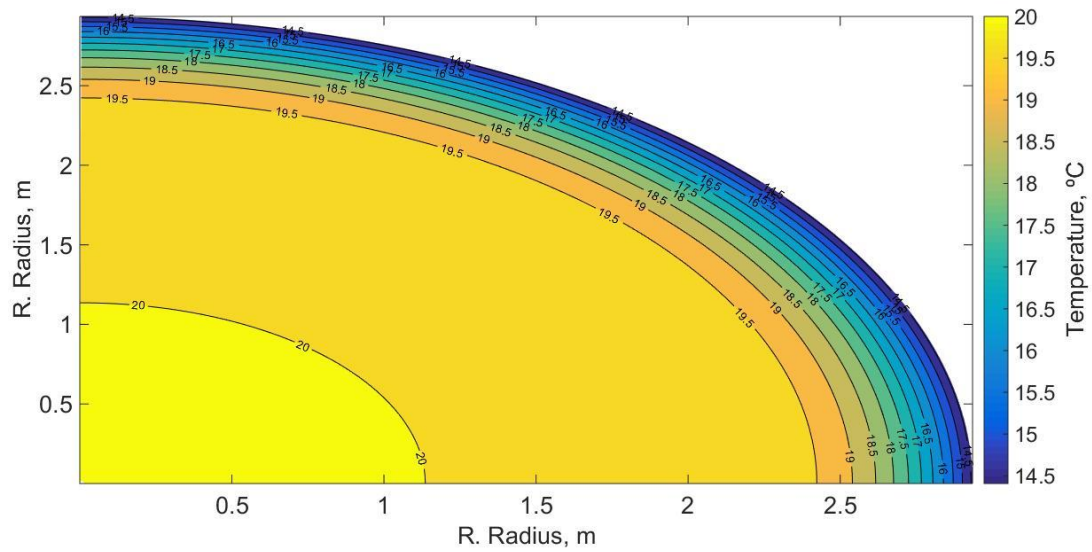


Figura 109. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 5 horas.

5.3.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas

En la sexta simulación (Figuras 110 a 113) realizada se consideró una temperatura interior del CO_2 de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 10 horas.

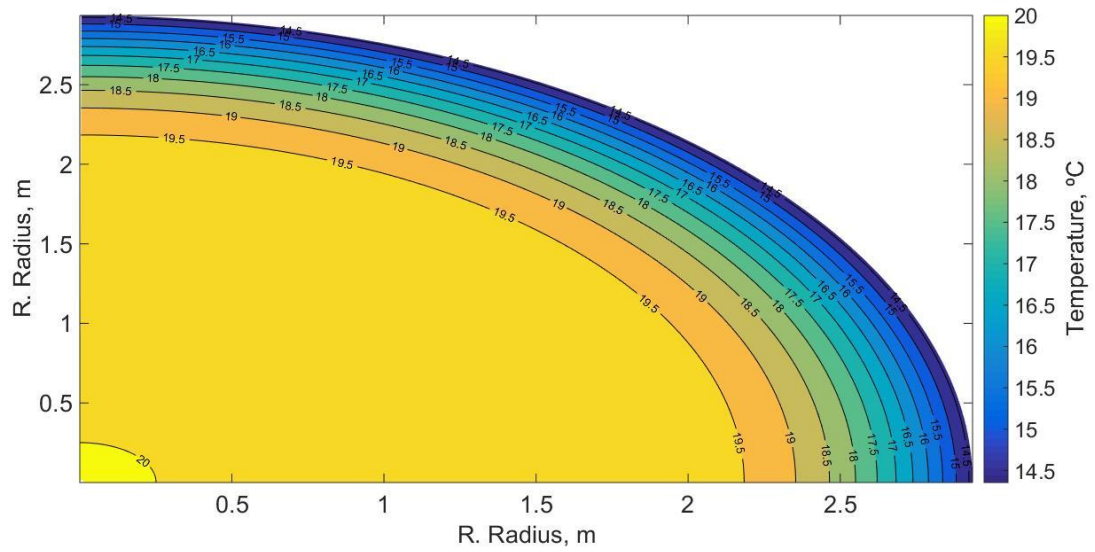


Figura 110. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero constantes. 10 horas.

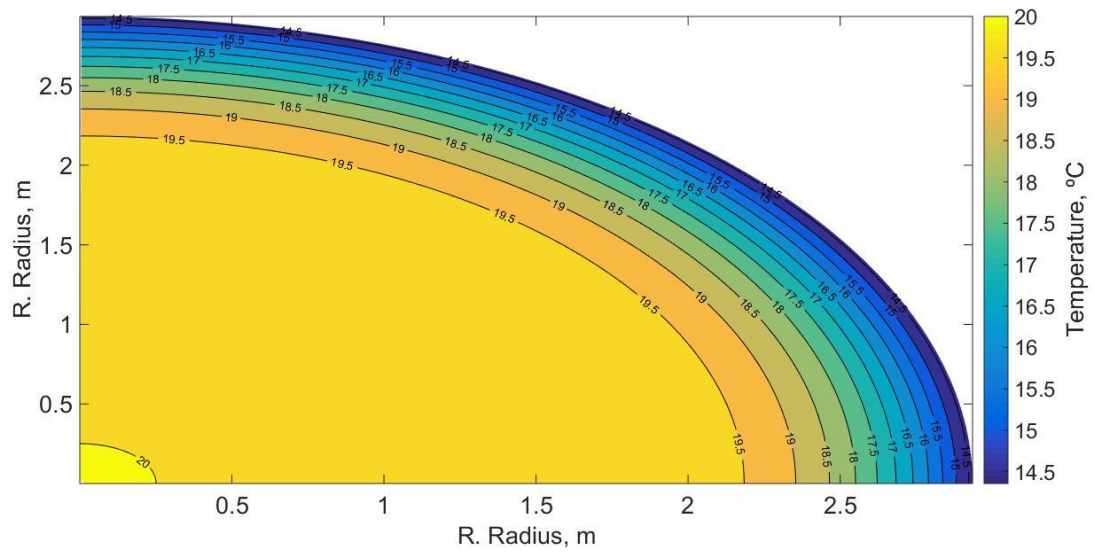


Figura 111. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 variables y del acero constantes. 10 horas.

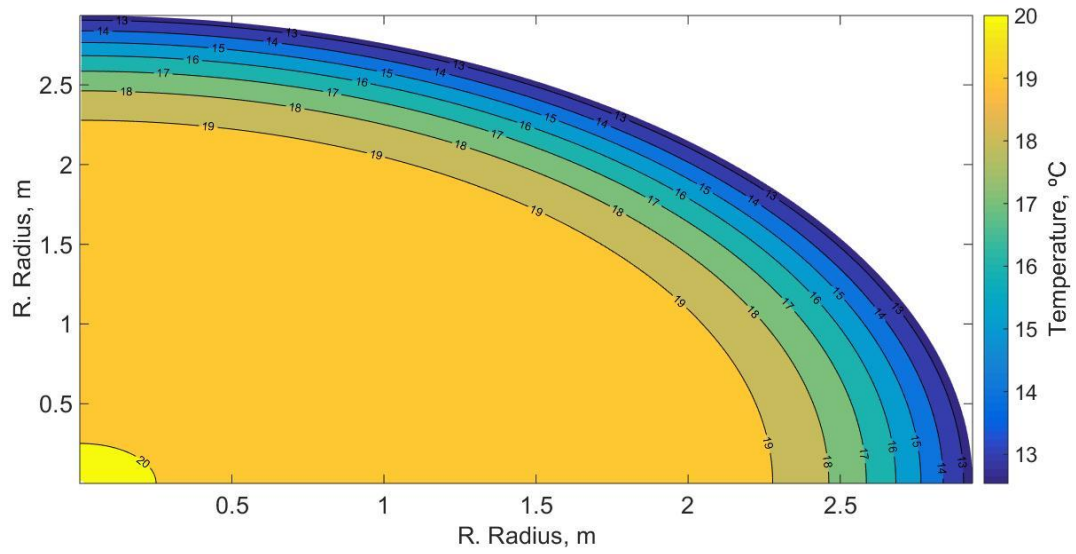


Figura 112. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 constantes y del acero variables. 10 horas.

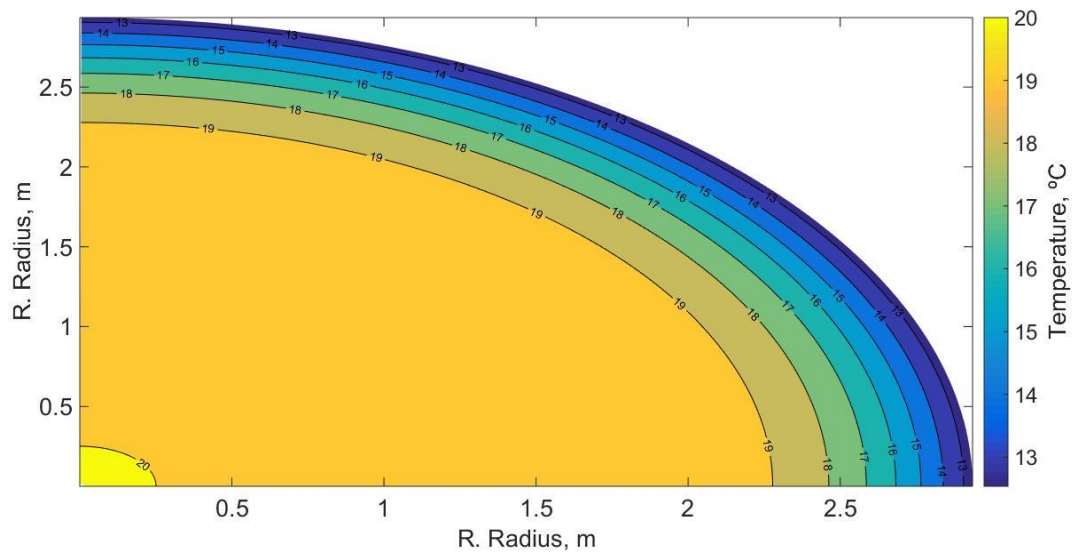


Figura 113. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del CO_2 y del acero variables. 10 horas.

5.3.5. Resumen de resultados

La Tabla 7 muestra un resumen de los resultados obtenidos para las simulaciones realizadas para condiciones de verano:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
CO ₂	AISI 304	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	20.2	21.5	20.5	24.5	20.5	25
Variable	Constante	20.2	21.5	20.5	24.5	20.5	25
Constante	Variable	20.5	22.5	20.5	25.5	21	27
Variable	Variable	20.5	22.5	20.5	25.5	21	27

Tabla 7. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de verano en un tanque esférico

La Tabla 8 muestra un resumen de los resultados obtenidos para las simulaciones realizadas para condiciones de invierno:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
CO ₂	AISI 304	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	20	18.8	20	17	20	15.5
Variable	Constante	20	18.8	20	17	20	15.5
Constante	Variable	20	18.5	20	15.5	20	14
Variable	Variable	20	18.5	20	15.5	20	14

Tabla 8. Resumen temperaturas obtenidas T (°C) para condiciones de invierno en un tanque esférico

5.3.6. Discusión

En las Figuras 98 y 110, condiciones de verano e invierno respectivamente con las propiedades constantes y un tiempo de simulación de 10 horas, se observan mayores gradientes térmicos cerca de la placa de acero inoxidable que en el interior del tanque debido a las dimensiones consideradas del mismo. Al alejarnos de la superficie del tanque, el volumen de CO_2 es lo suficientemente extenso para mantener la temperatura de este sin variar en exceso, lo que hace que la temperatura en el interior del tanque se mantenga prácticamente constante a lo largo de todas las simulaciones independientemente del tiempo y las condiciones externas.

Para las condiciones de verano, Figuras 90 a 101, se observa cómo al aumentar el tiempo de simulación, la temperatura alcanzada en la superficie se va incrementando progresivamente hacia un estado estacionario. Un comportamiento similar se produce para las condiciones de invierno, Figuras 102 a 113, donde dicha temperatura va disminuyendo.

En las Figuras 90 a 113 se observa cómo la variabilidad de las propiedades de los materiales, tanto del CO_2 como del AISI 304, con la temperatura afecta a las alcanzadas en la superficie del tanque, así como al gradiente térmico obtenido cerca de la placa de acero inoxidable.

Comparando las simulaciones realizadas bajo los distintos intervalos de tiempo para las condiciones de verano, Figuras 90 a 93 para 1 hora, Figuras 94 a 97 para 5 horas y Figuras 98 a 101 para 10 horas, se observa cómo al aumentar el tiempo de la simulación, el gradiente de temperaturas cercano a la superficie del tanque va ampliando su rango en dos sentidos. Por un lado, aumenta la temperatura del acero en la superficie del tanque, incrementando el valor del gradiente de temperatura obtenido entre la mencionada superficie y el interior del mismo. Por otro lado, el volumen abarcado por dicho gradiente de temperaturas aumenta conforme lo hace el tiempo de simulación, lo cual indica que, a mayor tiempo de exposición del tanque a temperaturas elevadas, mayor será la penetración de calor en el tanque, como es lógico. Además, conforme el intervalo de tiempo aumenta, puede observarse cómo la cantidad de CO_2 que se mantiene a la temperatura inicial de 20°C disminuye.

Un comportamiento similar se produce para las condiciones de invierno, Figuras 102 a 105 para 1 hora, Figuras 106 a 109 para 5 horas y Figuras 110 a 113 para 10 horas. Al aumentar el tiempo de simulación, el gradiente térmico entre la superficie del tanque y el interior del mismo también lo hace puesto que la temperatura superficial del tanque disminuye, manteniendo el interior del mismo

a la temperatura inicial de 20°C. Además, como ya se observó para las condiciones de verano, conforme dicho tiempo de simulación aumenta, se observa que el volumen abarcado por el gradiente de temperaturas cercano a la superficie lo hace igualmente. Por último, la cantidad de CO₂ que se mantiene a la temperatura inicial de 20°C disminuye conforme aumenta el tiempo de simulación.

5.4. Botella de almacenaje de amoniaco

5.4.1. Introducción

El siguiente ejemplo que se estudió fue la simulación de las condiciones de almacenamiento de una botella de amoniaco líquido.

En la industria es habitual encontrarse en la necesidad de almacenar pequeñas cantidades de líquidos utilizados en los procesos, pero no la suficiente cantidad como para instalar un tanque, es por ello que se recurre a las botellas portátiles para el almacenamiento de este tipo de sustancias.

Los materiales a estudiar fueron amoniaco líquido y una aleación de aluminio tipo 7075 cuyas propiedades son variables con la temperatura (Lienhard, 2017; Narender, Madhusudhan Rao, et al., 2013; Narender, Rao, et al., 2013).

La simulación que se realizó fue una botella de aleación de aluminio 7075 cuyo interior contenía amoniaco líquido. Las dimensiones de la botella fueron un diámetro de 95 mm y una altura de 400 mm, lo que equivaldría una capacidad de 60 litros de amoniaco. El espesor de la botella considerado fue de 1mm.

5.4.2. Propiedades del amoniaco

5.4.2.1. Propiedades constantes

Las propiedades del amoniaco considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 697 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 0.5 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 4601 \text{ (J/kg K)}$

5.4.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura

Las siguientes ecuaciones definieron las propiedades dependientes de la temperatura.

$$\rho_{\text{Amoniaco}}(T) = -0.0074T^2 + 2.9602T + 376.4 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.24)$$

$$k_{\text{Amoniac}}(T) = 2 \cdot 10^{-6}T^2 - 0.004T + 1.501 \text{ (W/mK)} \quad (5.25)$$

$$c_{e,\text{Amoniac}}(T) = 0.2241T^2 - 126.24T + 22458 \text{ (J/kgK)} \quad (5.26)$$

Las Figuras 114 a 116 representan gráficamente las propiedades:

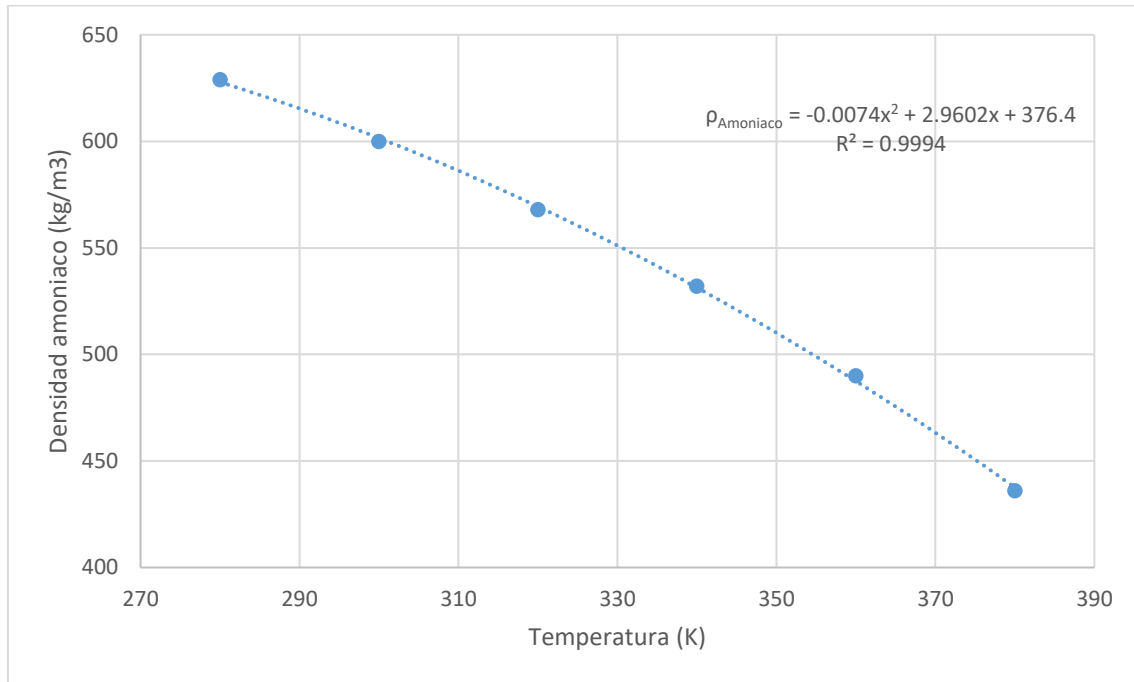


Figura 114. Dependencia de la densidad del amoníaco con la temperatura.

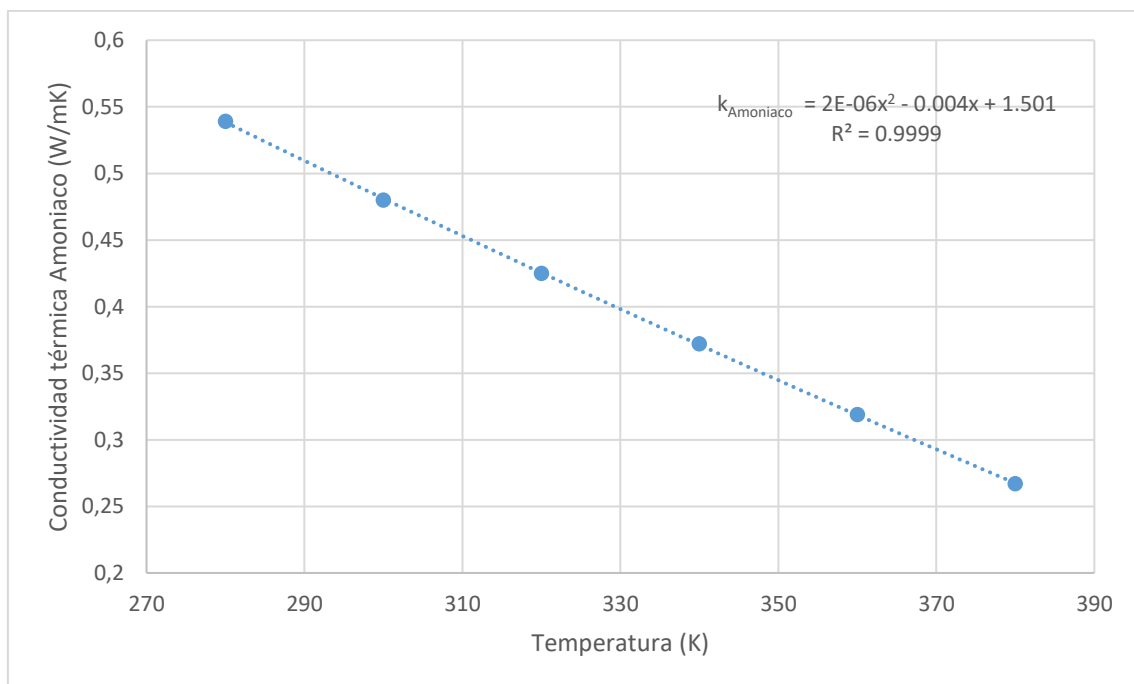


Figura 115. Dependencia de la conductividad térmica del amoníaco con la temperatura.

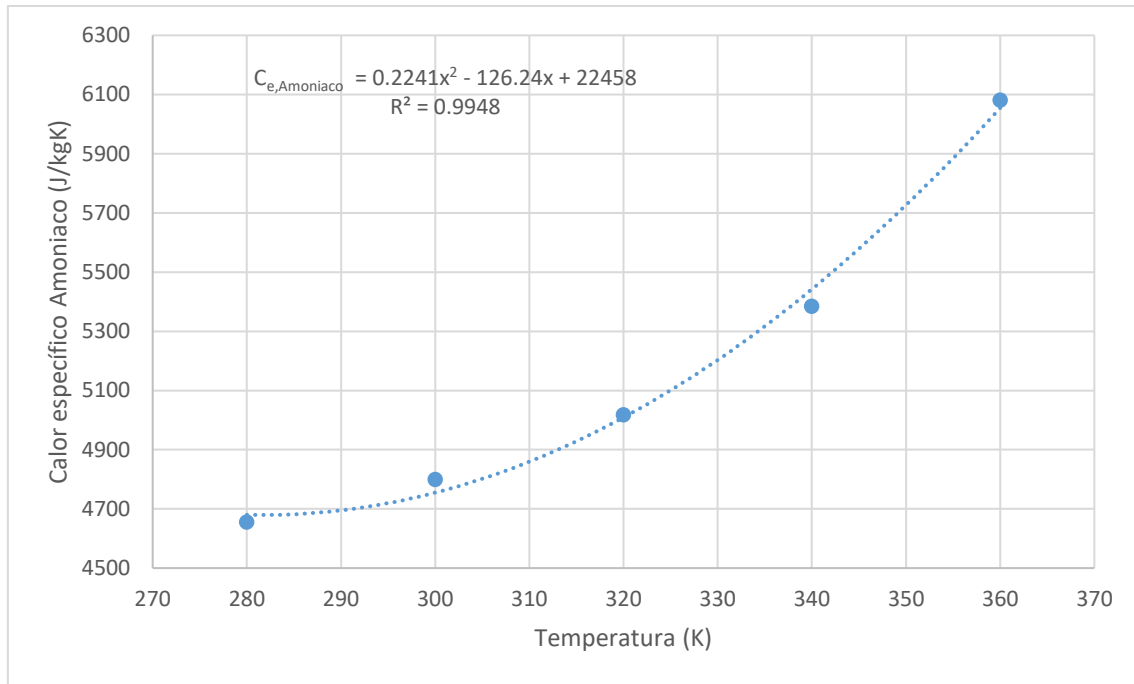


Figura 116. Dependencia del calor específico del amoníaco con la temperatura.

5.4.3. Propiedades aleación aluminio 7075

5.4.3.1. Propiedades constantes

Las propiedades del aluminio considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 2810 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 130 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 960 \text{ (J/kg K)}$

5.4.3.2. Propiedades dependientes de la temperatura

En el caso de las aleaciones de aluminio, el calor específico no sufre variaciones respecto a la temperatura, es por ello que se consideró constante. Para determinar la densidad y la conductividad térmica del aluminio, se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{\text{Aluminio 7075}}(T) = -T + 3082 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.27)$$

$$k_{\text{Aluminio 7075}}(T) = 0.001T^2 - 0.4537T + 174.06 \text{ (W/mK)} \quad (5.28)$$

Las Figuras 117 y 118 representan gráficamente las propiedades de dicho material:

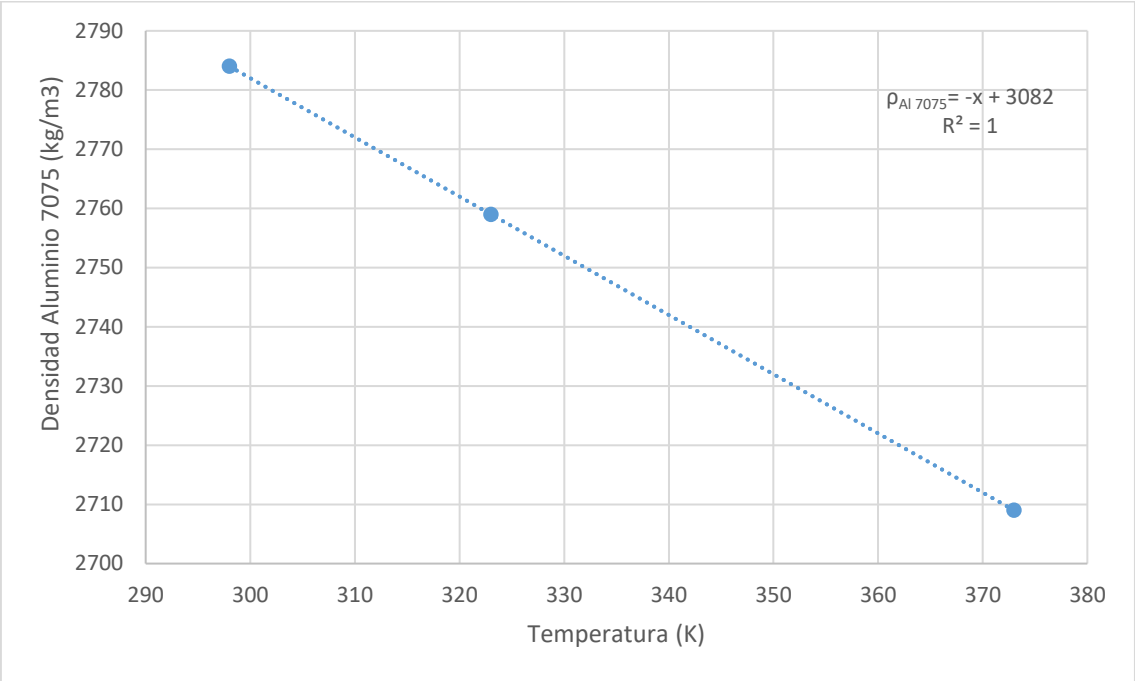


Figura 117. Dependencia de la densidad del aluminio 7075 con la temperatura.

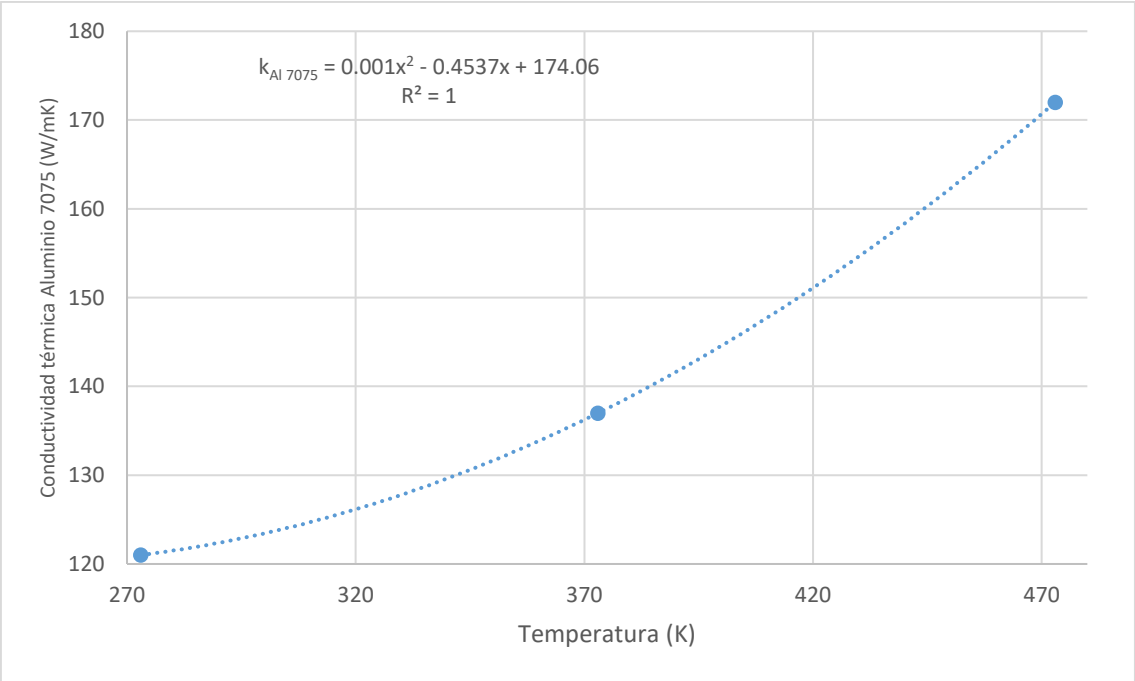


Figura 118. Dependencia de la conductividad térmica del aluminio 7075 con la temperatura.

5.4.4. Simulaciones

Para contrastar la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura se realizaron las siguientes simulaciones:

- Propiedades de la aleación de aluminio 7075 y del amoniaco líquido constantes.
- Propiedades del acero aluminio 7075 y del amoniaco líquido variables.
- Propiedades del acero aluminio 7075 contantes y del amoniaco líquido variables.
- Propiedades del acero aluminio 7075 variables y del amoniaco líquido constantes.

Igualmente, se simularon condiciones hipotéticas de verano e invierno durante distintos intervalos de tiempo para estudiar la influencia de la temperatura exterior y el tiempo de exposición en la transmisión de calor de la botella.

5.4.4.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 hora

La primera simulación (Figuras 119 a 122) realizada consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 1 hora.

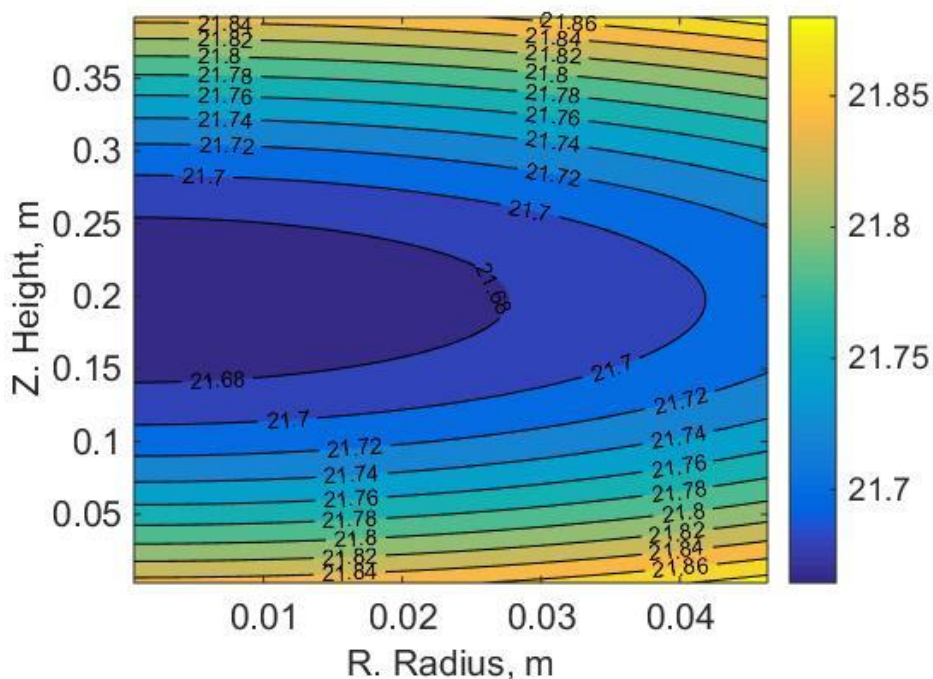


Figura 119. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 1 hora.

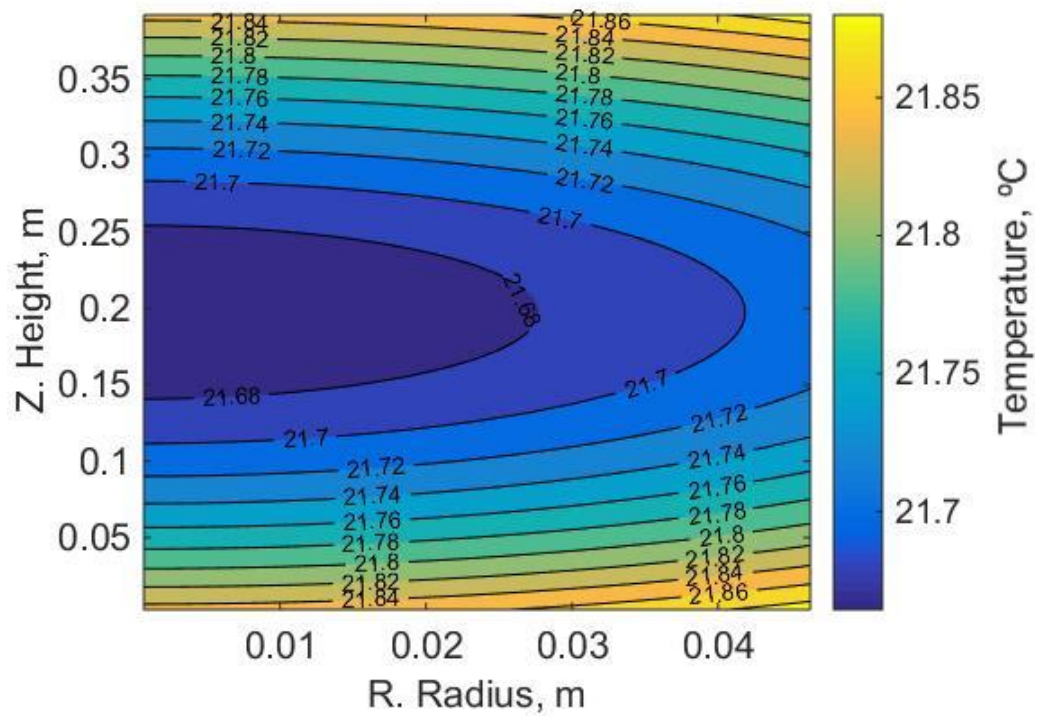


Figura 120. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 1 hora.

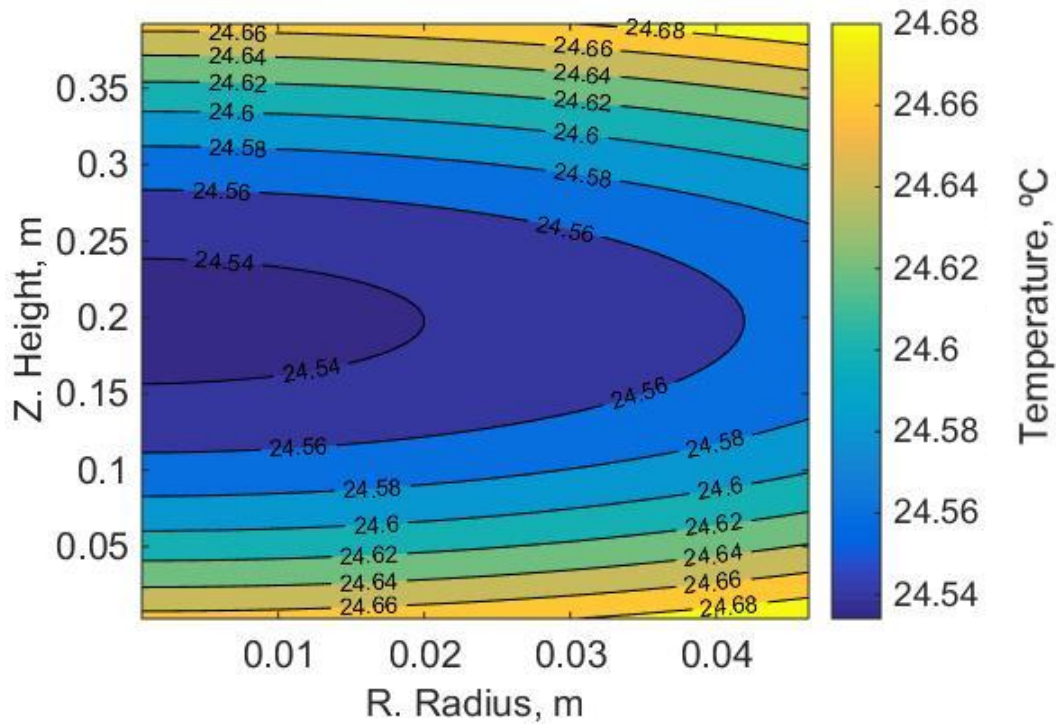


Figura 121. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 1 hora.

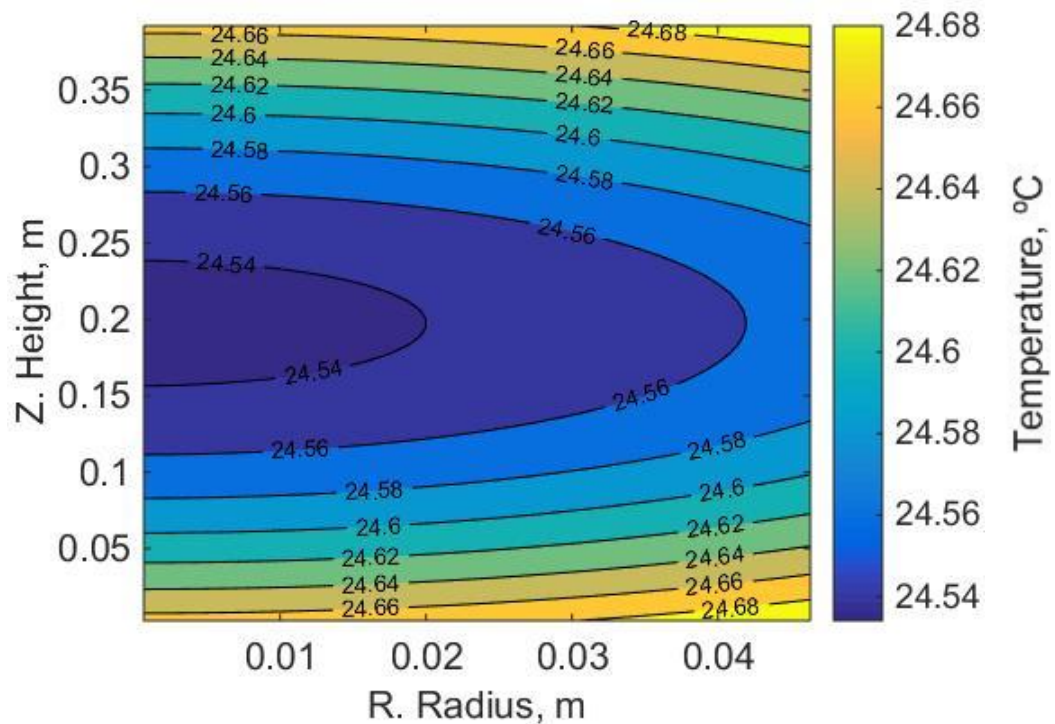


Figura 122. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 1 hora.

5.4.4.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 5 horas

En la segunda simulación (Figuras 123 a 126) realizada se consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 5 horas.

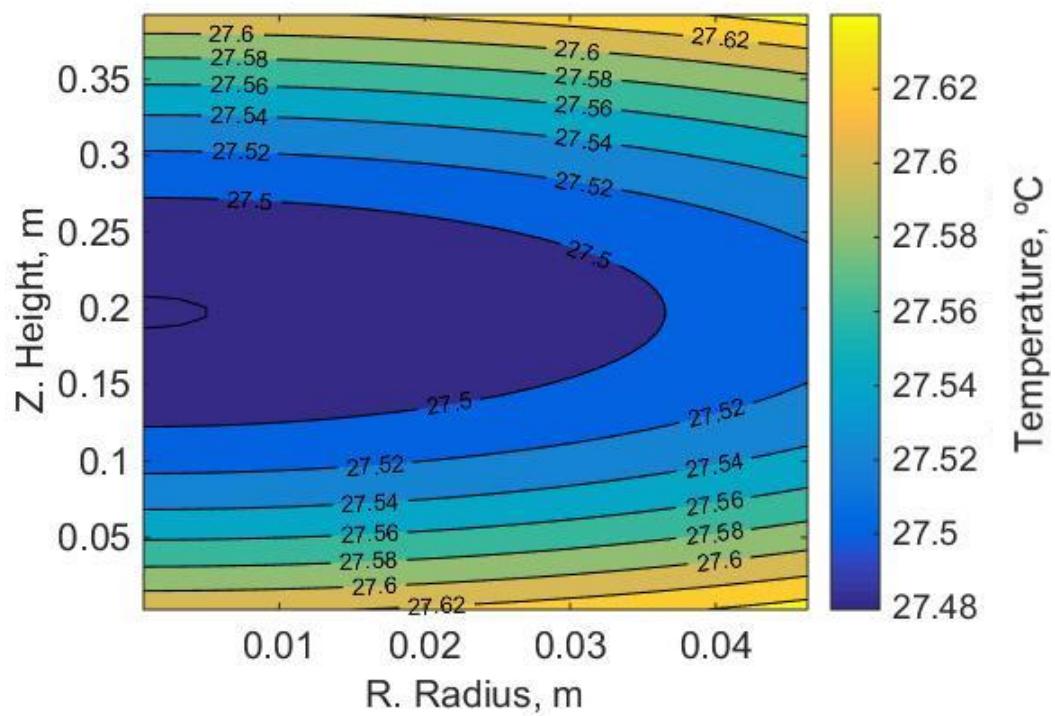


Figura 123. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 5 horas.

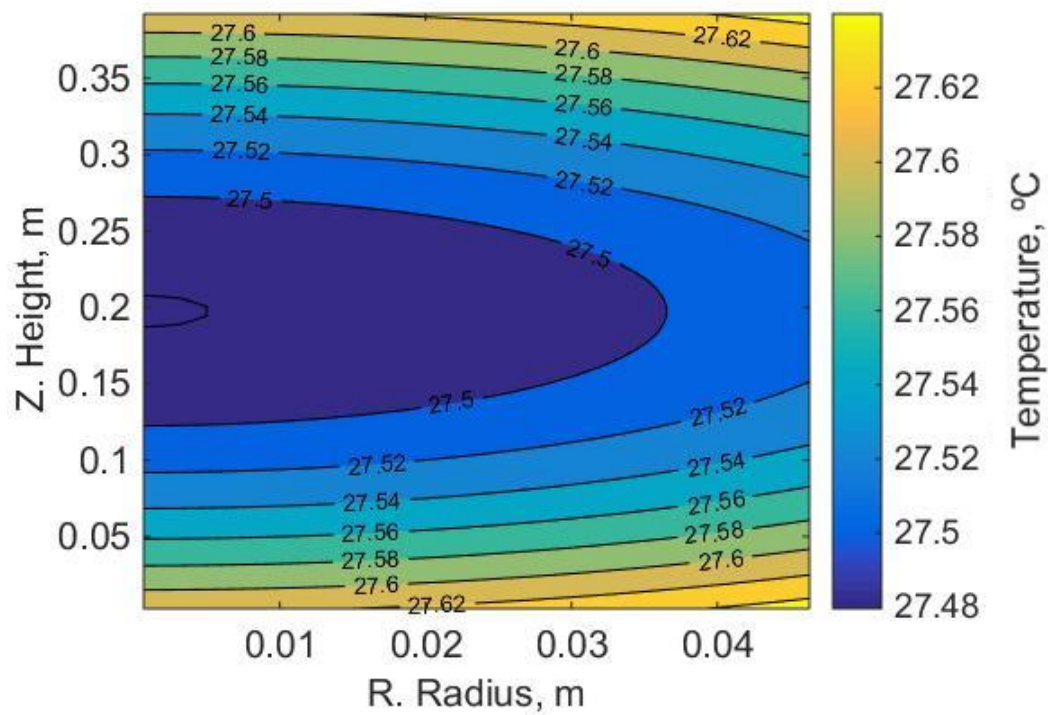


Figura 124. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 5 horas.

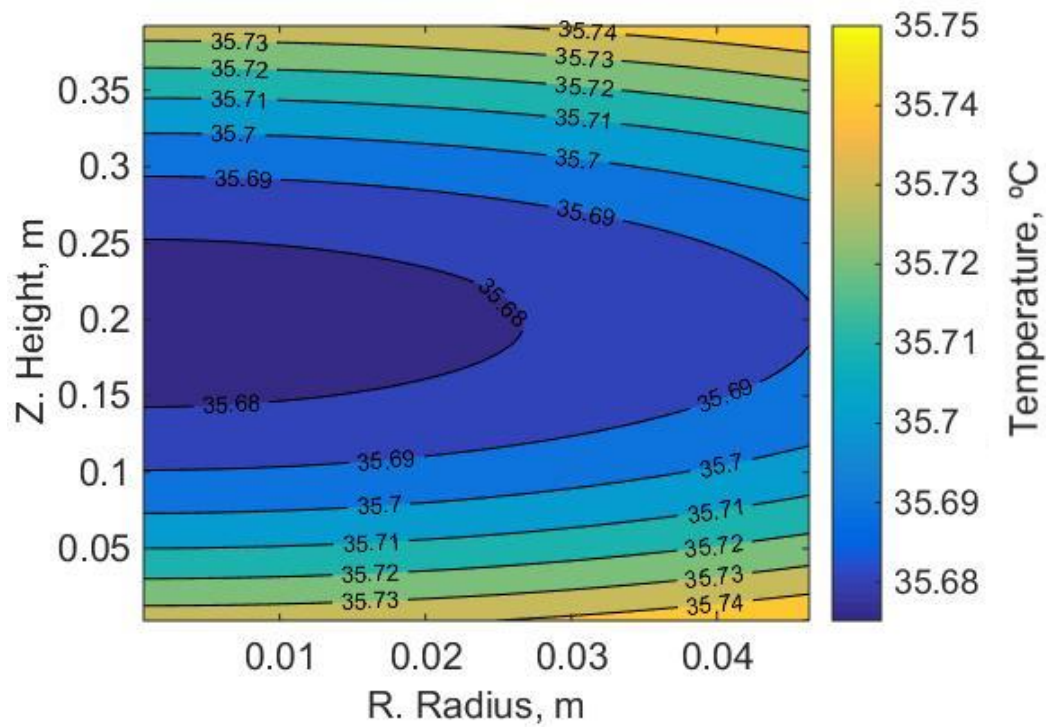


Figura 125. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 5 horas.

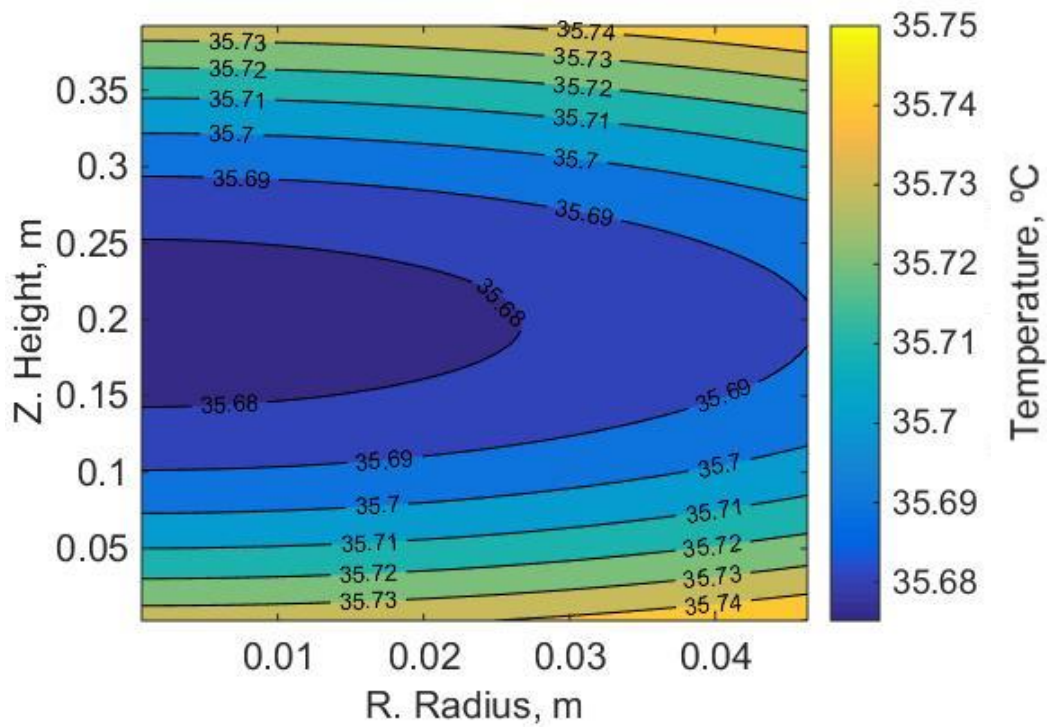


Figura 126. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 5 horas.

5.4.4.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 horas

Para tercera simulación (Figuras 127 a 130) realizada se consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 45°C durante un tiempo de 10 horas.

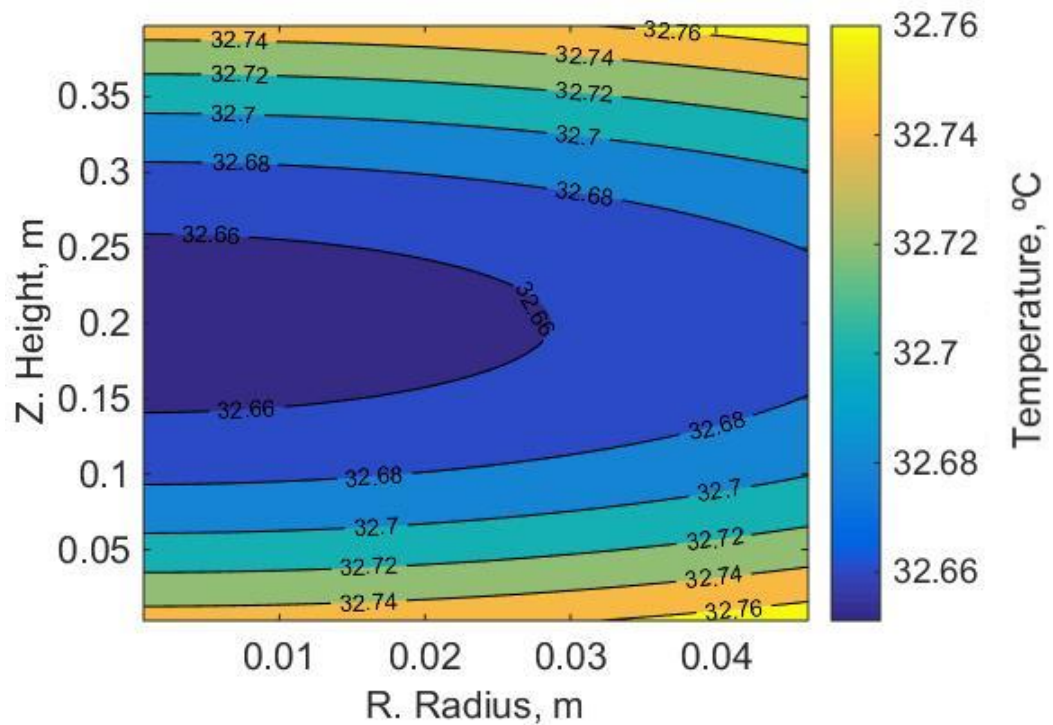


Figura 127. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 10 horas.

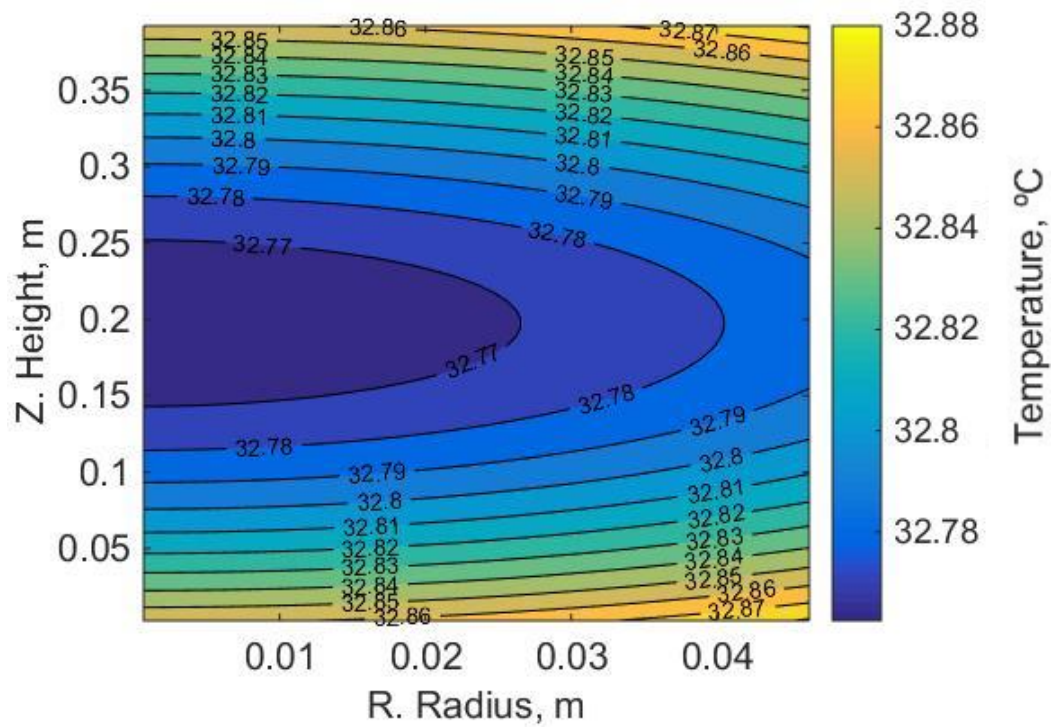


Figura 128. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 10 horas.

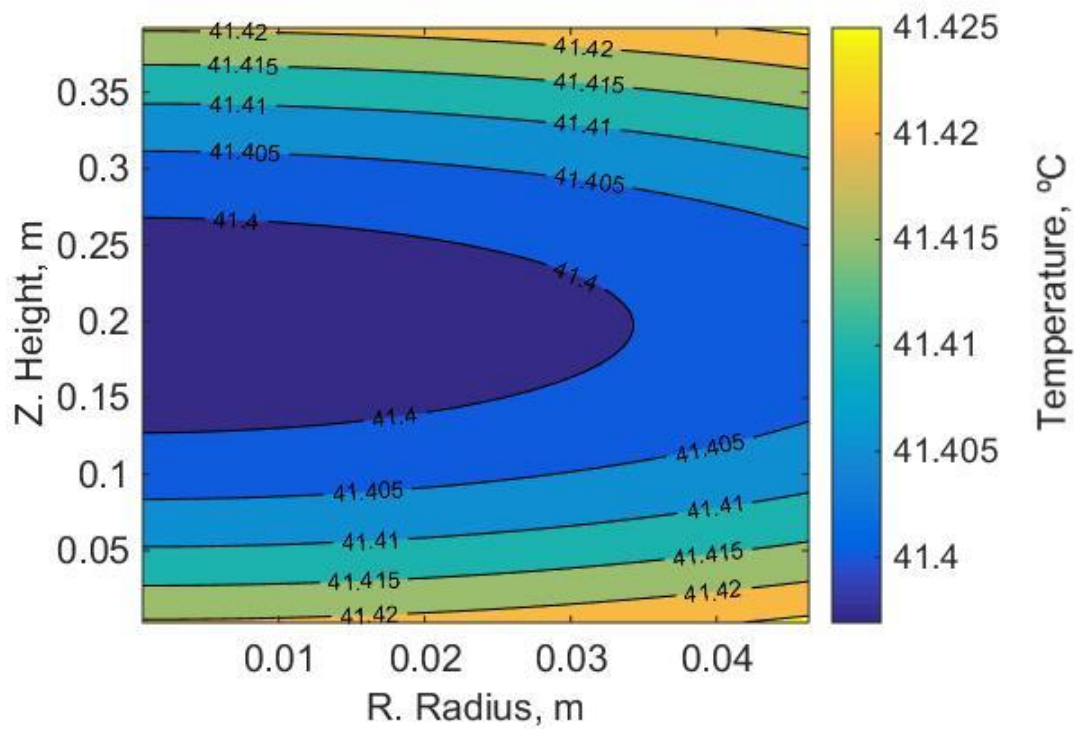


Figura 129. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 10 horas.

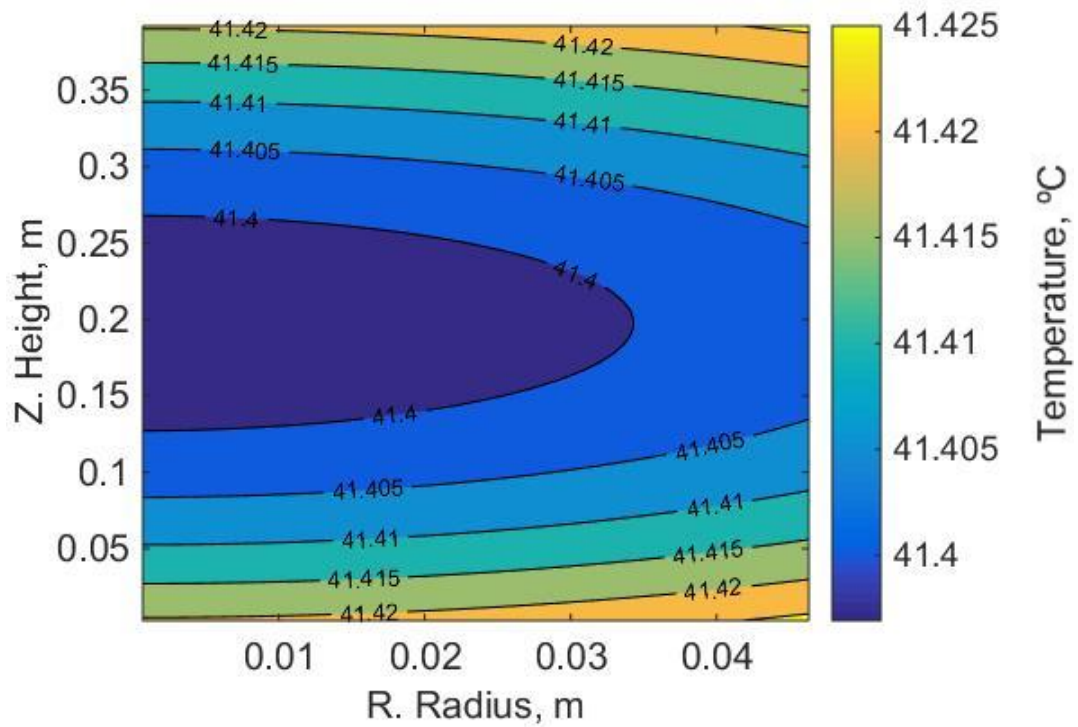


Figura 130. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 10 horas.

5.4.4.4. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 hora

La cuarta simulación (Figuras 131 a 134) realizada consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 1 hora.

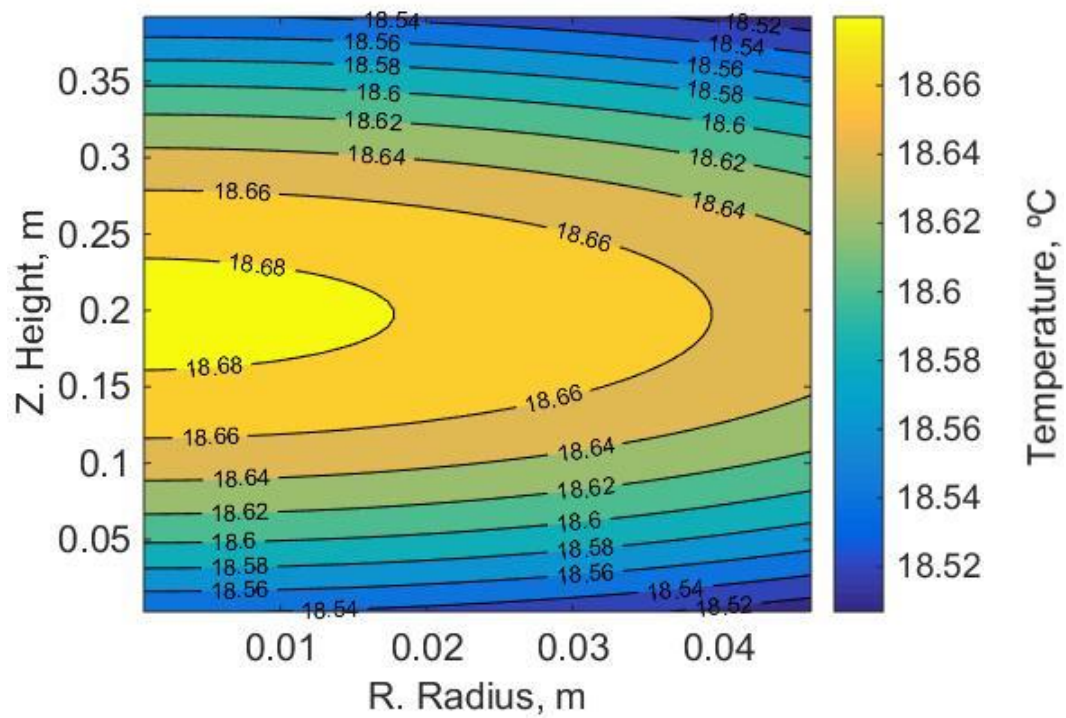


Figura 131. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 1 hora.

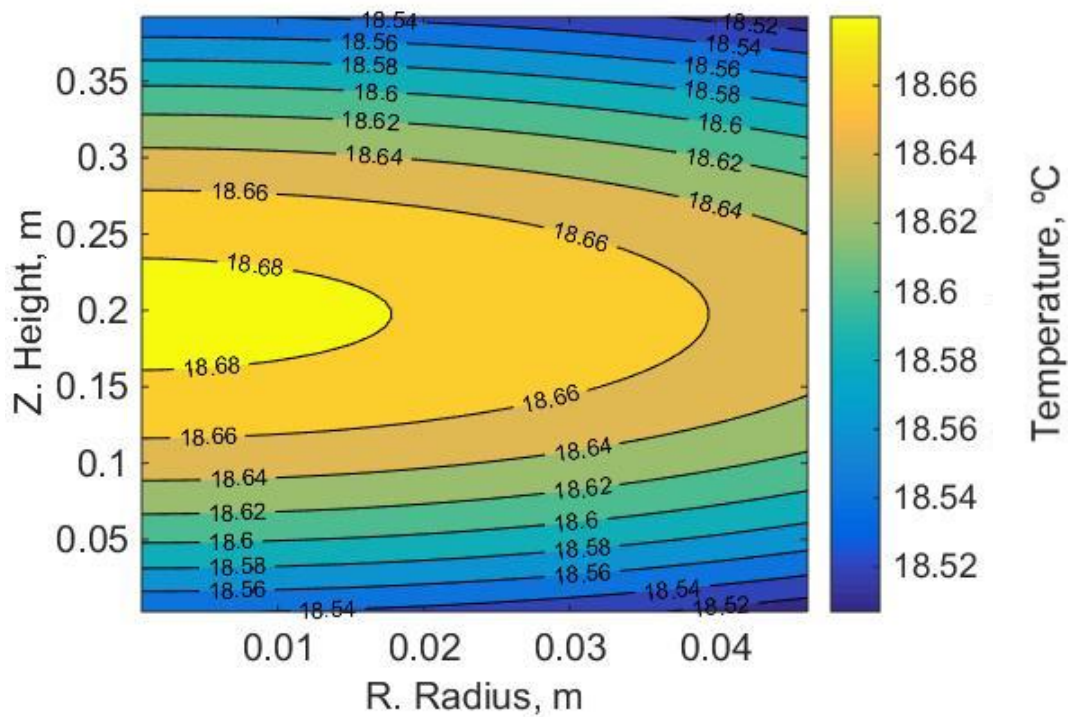


Figura 132. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 1 hora.

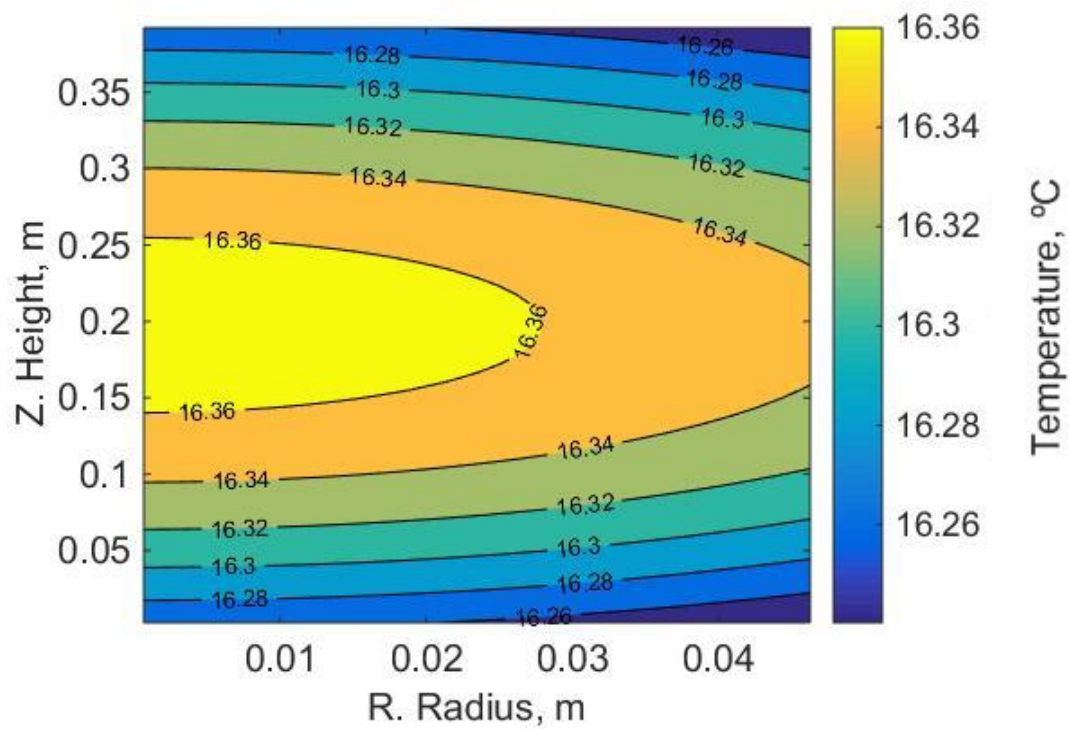


Figura 133. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 1 hora.

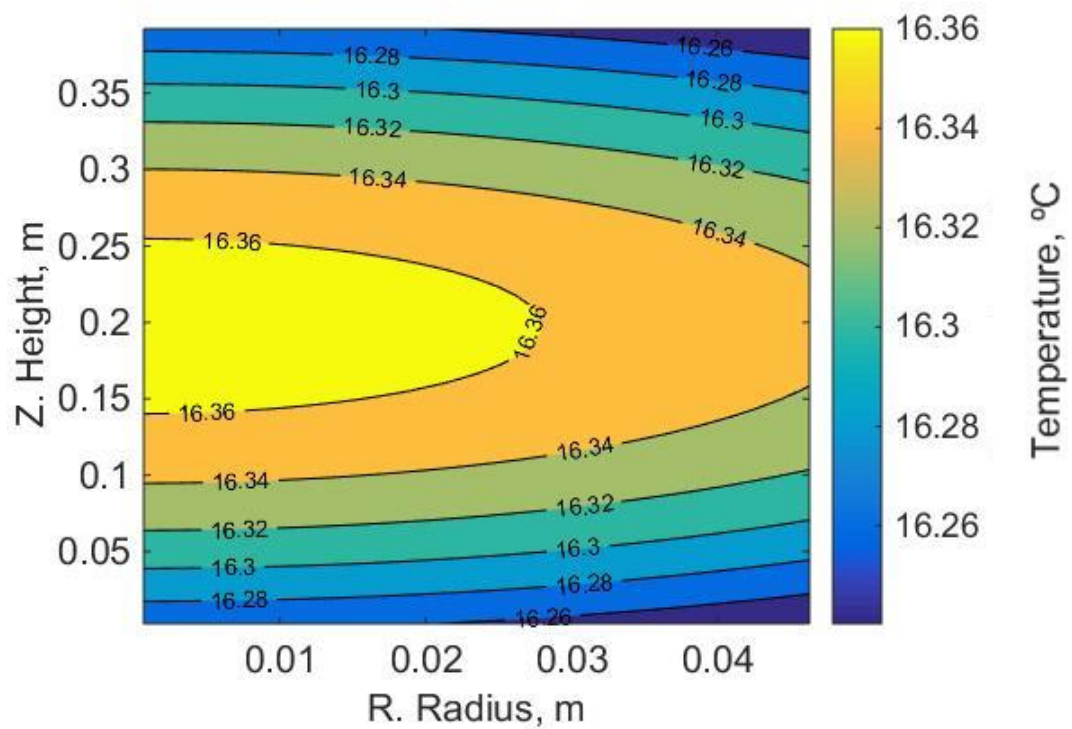


Figura 134. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 1 hora.

5.4.4.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 5 horas

Para la quinta simulación realizada (Figuras 135 a 138) se consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 5 horas.

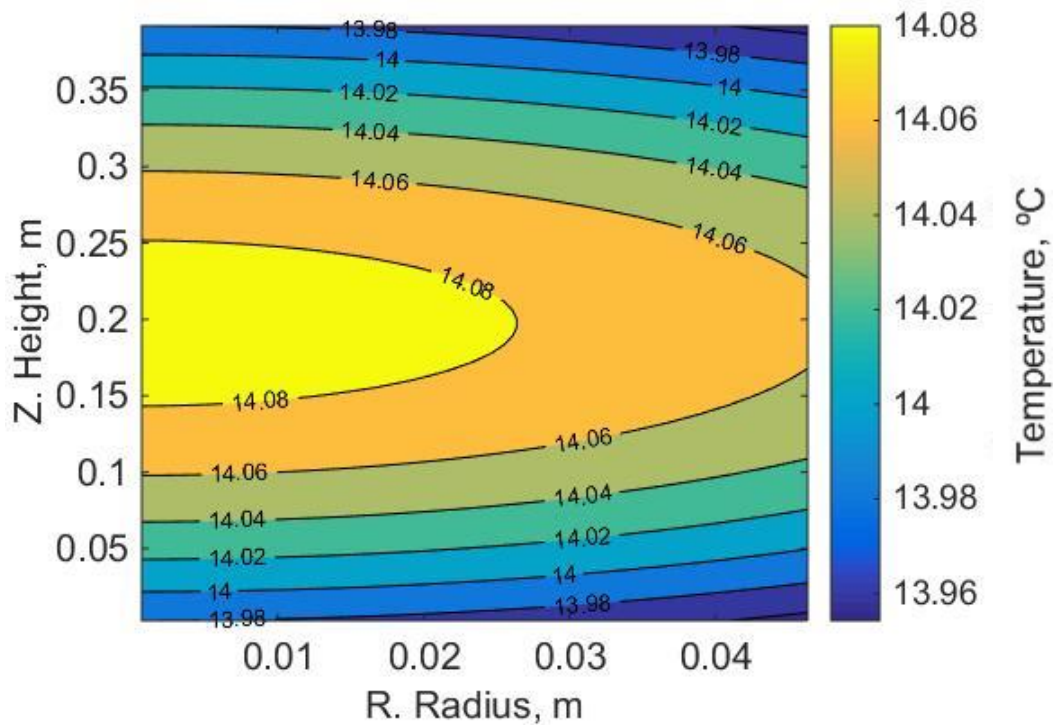


Figura 135. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes, 5 horas.

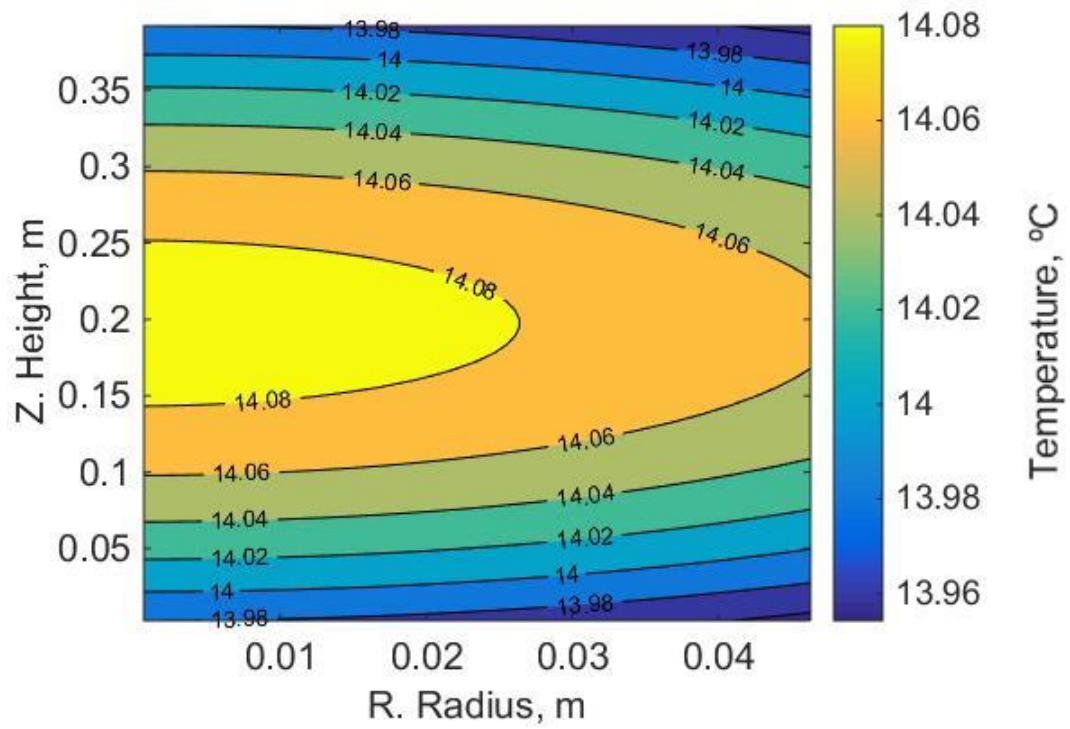


Figura 136. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 5 horas.

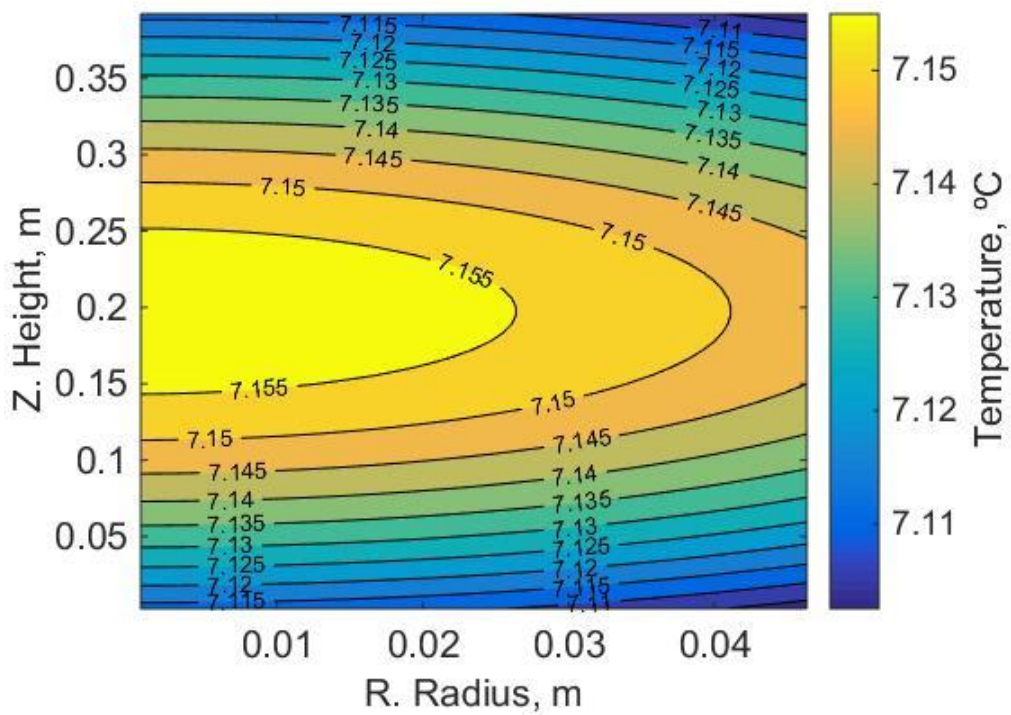


Figura 137. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 5 horas.

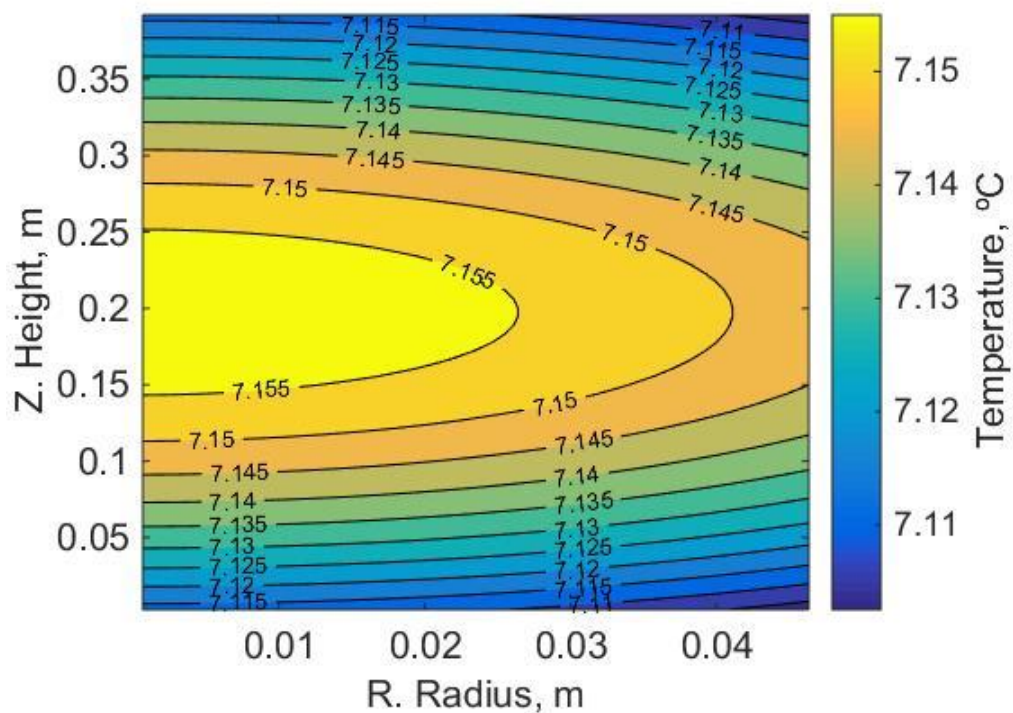


Figura 138. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 5 horas.

5.4.4.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 horas

La sexta simulación realizada (Figuras 139 a 142) consideró una temperatura interior del amoniaco de 20°C y una temperatura en el exterior de 0°C durante un tiempo de 10 horas.

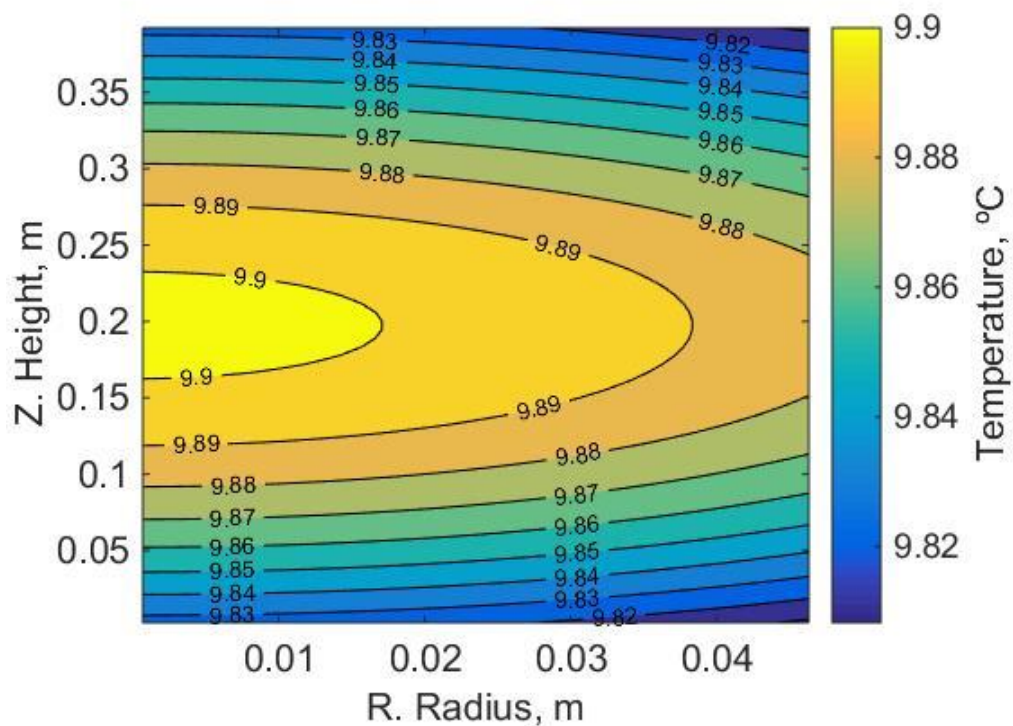


Figura 139. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio constantes. 10 horas.

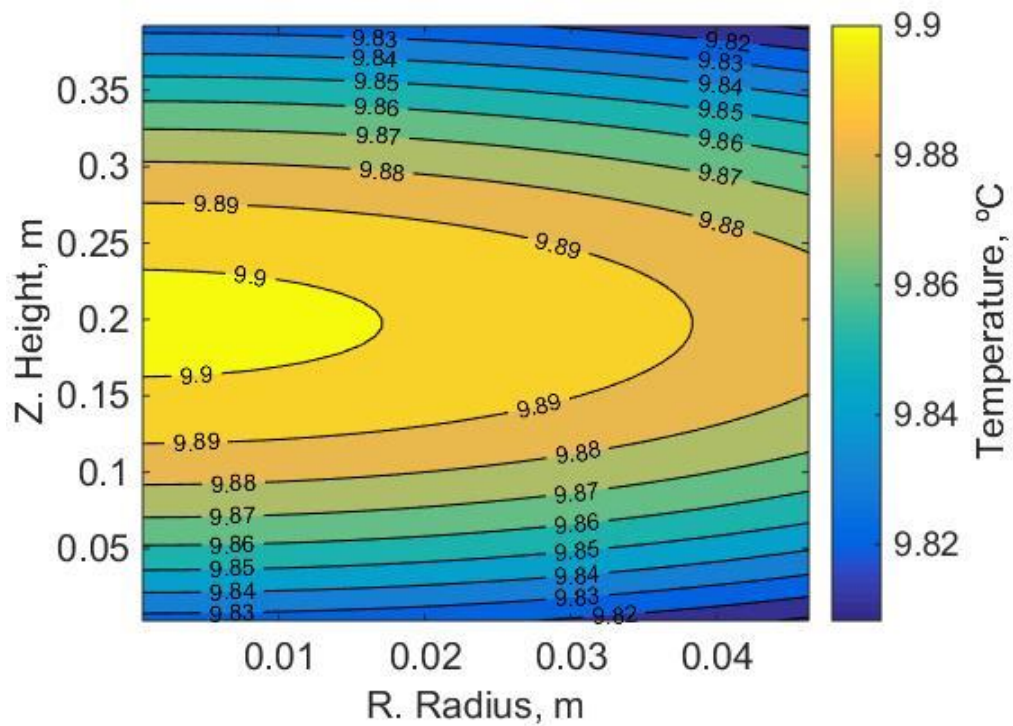


Figura 140. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco variables y del aluminio constantes. 10 horas.

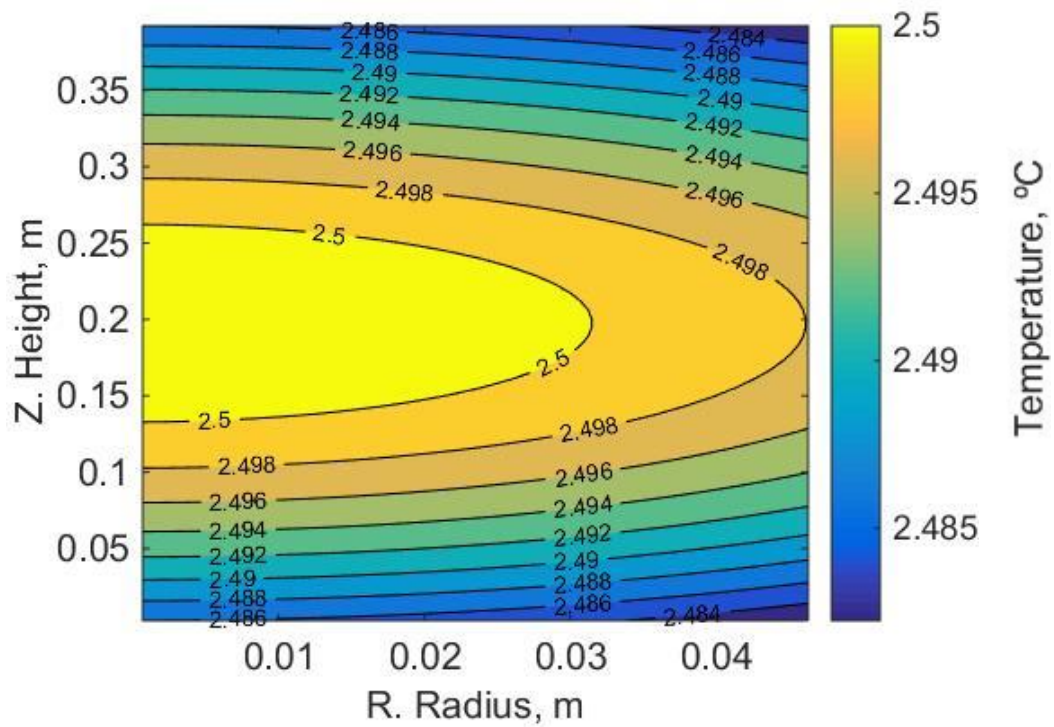


Figura 141. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco constantes y del aluminio variables. 10 horas.

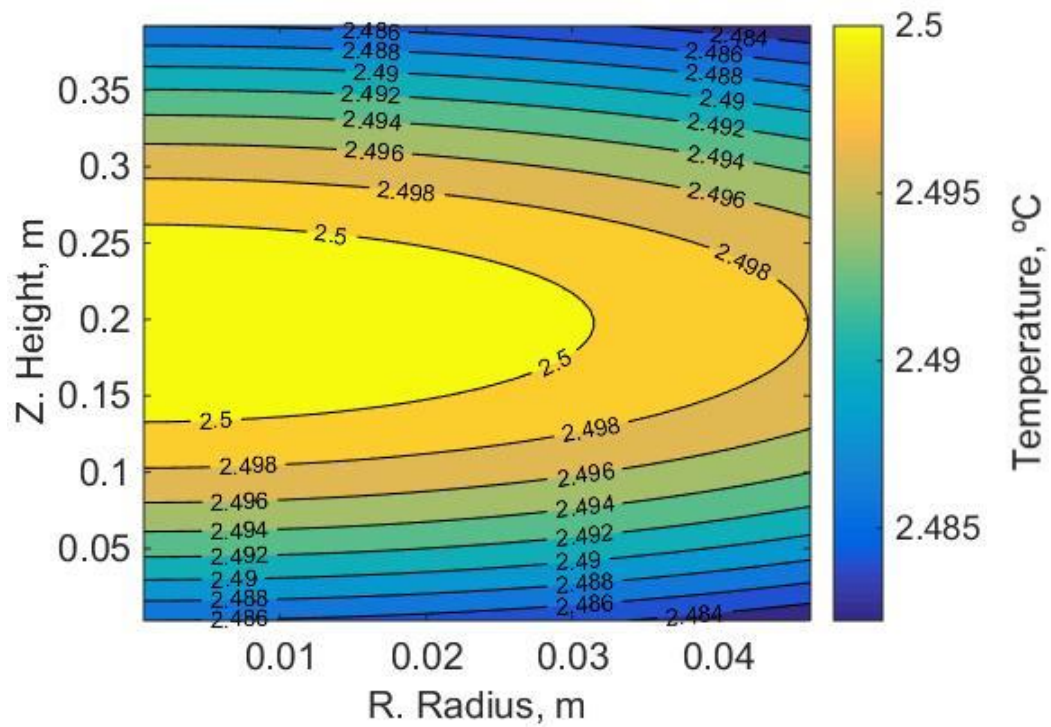


Figura 142. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del amoniaco y del aluminio variables. 10 horas.

5.4.5. Resumen de resultados

La Tabla 9 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de verano:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
Amoniaco	Aluminio	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	21.68	21.85	27.48	27.62	32.66	32.76
Variable	Constante	21.68	21.85	27.48	27.62	32.77	32.87
Constante	Variable	24.54	24.68	35.68	35.75	41.4	41.42
Variable	Variable	24.54	24.68	35.68	35.75	41.4	41.42

Tabla 9. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de verano en una botella

La Tabla 10 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de invierno:

Material		1 hora		5 horas		10 horas	
Amoniaco	Aluminio	Interior	Superficial	Interior	Superficial	Interior	Superficial
Constante	Constante	18.68	18.52	14.08	13.96	9.9	9.82
Variable	Constante	18.62	18.52	14.08	13.96	9.9	9.82
Constante	Variable	16.36	16.26	7.155	7.11	2.5	2.485
Variable	Variable	16.36	16.26	7.155	7.11	2.5	2.485

Tabla 10. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de invierno en una botella

5.4.6. Discusión

A diferencia del estudio realizado en el tanque cilíndrico de etanol, puede observarse cómo la disminución en las dimensiones de la botella respecto al tanque, afecta al gradiente de temperaturas, siendo más homogéneo a lo largo de todo el volumen (Figuras 119 a 142). Este comportamiento se manifiesta en que no se mantienen grandes cantidades de amoníaco a la temperatura inicial del problema como sucedía con el etanol en el tanque.

Además, los gradientes de temperatura entre el interior de la botella y el exterior son prácticamente nulos debido precisamente a que las dimensiones son tan reducidas que todo el amoníaco contenido en la botella alcanza la misma temperatura.

Para las condiciones de verano, Figuras 119 a 130, puede observarse cómo al aumentar el tiempo de simulación, la temperatura, tanto superficial como interna, también lo hace, aproximándose a la temperatura exterior. Un comportamiento similar se presenta en las condiciones de invierno, Figuras 131 a 142, donde dicha temperatura disminuye aproximándose a la temperatura exterior de 0°C.

Por otro lado, tomando de referencia las simulaciones realizadas bajo condiciones de verano durante un tiempo de 10 horas, Figuras 127 a 130, se observa cómo al considerar las propiedades del aluminio variables, la temperatura alcanzada, tanto en la superficie de la botella, como en el interior de la misma, debido a las reducidas dimensiones, aumenta significativamente respecto a la consideración de suponer las propiedades constantes, 8.5°C.

Finalmente, en las figuras 139 a 142 se muestran simulaciones bajo condiciones de invierno durante 10 horas, donde se observa cómo considerar las propiedades del aluminio variables con la temperatura afecta de manera significativa a la temperatura superficial, y por tanto a la interna, disminuyendo 7.4°C entre simulaciones.

5.5. Pared plana

5.5.1. Introducción

El siguiente ejemplo que se estudió fue la simulación de una puerta de aluminio de un cobertizo al exterior cuyas dimensiones fueron 1.2 m de altura y 3 mm de espesor.

El único material a estudiar fue la aleación de aluminio 6061, para la cual el calor específico se consideró constante mientras que la conductividad térmica y la densidad se consideraron variables con la temperatura.

Al igual que en el resto de problemas de esta tesis, se consideraron diferentes condiciones ambientales, simulando las estaciones de verano e invierno.

En este caso, los tiempos de simulación se redujeron a 1, 10, 30 y 60 minutos para lograr ver el proceso hasta llegar al estado estacionario del problema.

5.5.2. Propiedades del aluminio 6061

5.5.2.1. Propiedades constantes

Las propiedades del aluminio considerándolas constantes fueron las siguientes:

- Densidad: $\rho = 2700 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
- Conductividad térmica: $k = 167 \text{ (W/mK)}$
- Calor específico: $C_e = 896 \text{ (J/kg K)}$

5.5.2.2. Propiedades dependientes de la temperatura

En el caso de las aleaciones de aluminio, el calor específico no sufre variaciones respecto a la temperatura, es por ello que se consideró constante. Para determinar la densidad y la conductividad térmica del aluminio, se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{\text{Aluminio 6061}}(T) = -0.32T + 2815.4 \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (5.29)$$

$$k_{\text{Aluminio 6061}}(T) = -5 \cdot 10^{-5}T^2 + 0.0923T + 144.53 \text{ (W/mK)} \quad (5.30)$$

Las Figuras 143 y 144 representan gráficamente las propiedades:

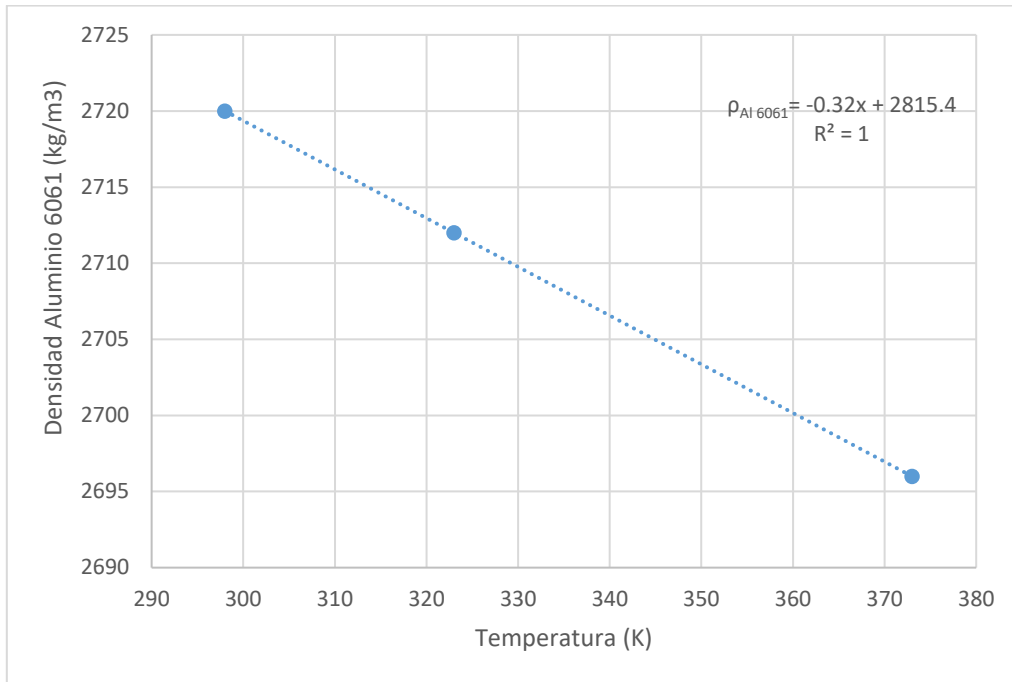


Figura 143. Dependencia de la densidad del Aluminio 6061 con la temperatura.

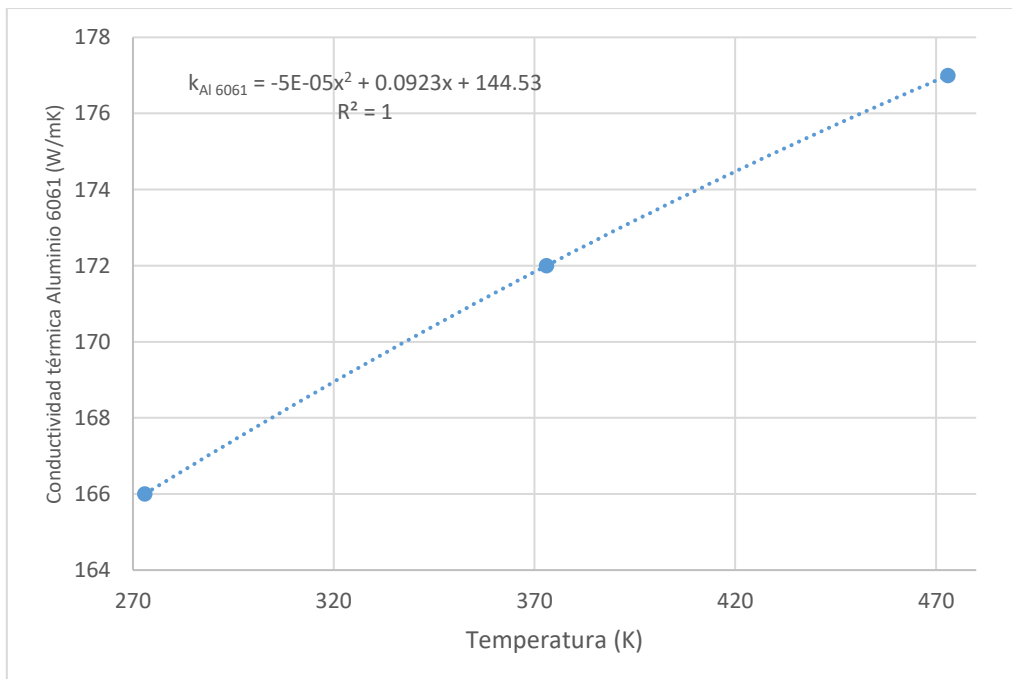


Figura 144. Dependencia de la conductividad térmica del Aluminio 6061 con la temperatura.

5.5.3. Simulaciones

Para contrastar la dependencia de las propiedades de los materiales con la temperatura se realizaron las siguientes simulaciones:

- Propiedades de la aleación de aluminio 6061 constantes.
- Propiedades de la aleación de aluminio 6061 variables.

Igualmente, se simularon condiciones hipotéticas de verano e invierno durante distintos intervalos de tiempo para ver la influencia de la temperatura exterior y el tiempo de exposición en la transmisión de calor de la pared plana.

5.5.3.1. Simulación bajo condiciones de verano durante 1 minuto

La primera simulación (Figuras 145 y 146) realizada consideró una temperatura exterior de 40°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 1 minuto.

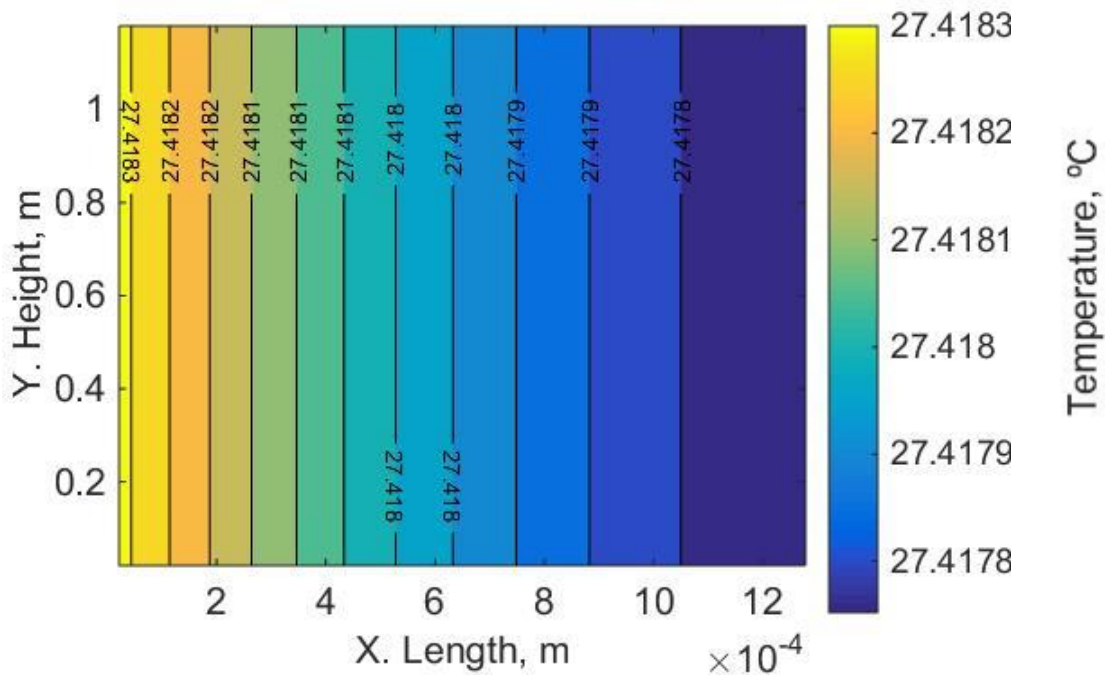


Figura 145. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 1 minuto.

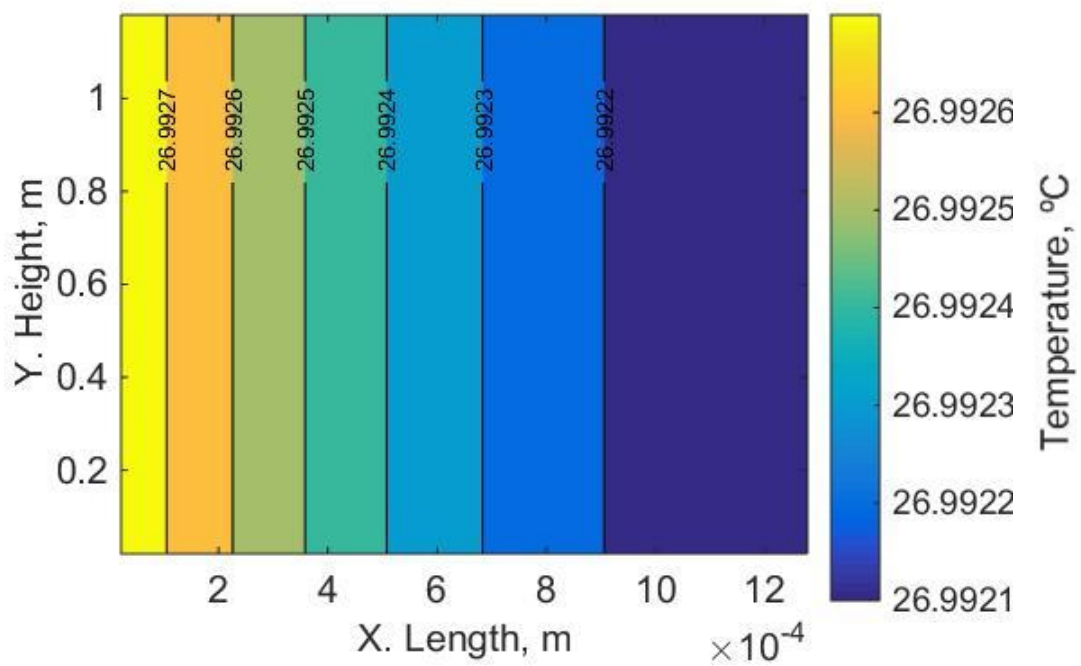


Figura 146. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 1 minuto.

5.5.3.2. Simulación bajo condiciones de verano durante 10 minutos

Para la segunda simulación (Figuras 147 y 148) realizada se consideró una temperatura exterior de 40°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 10 minutos.

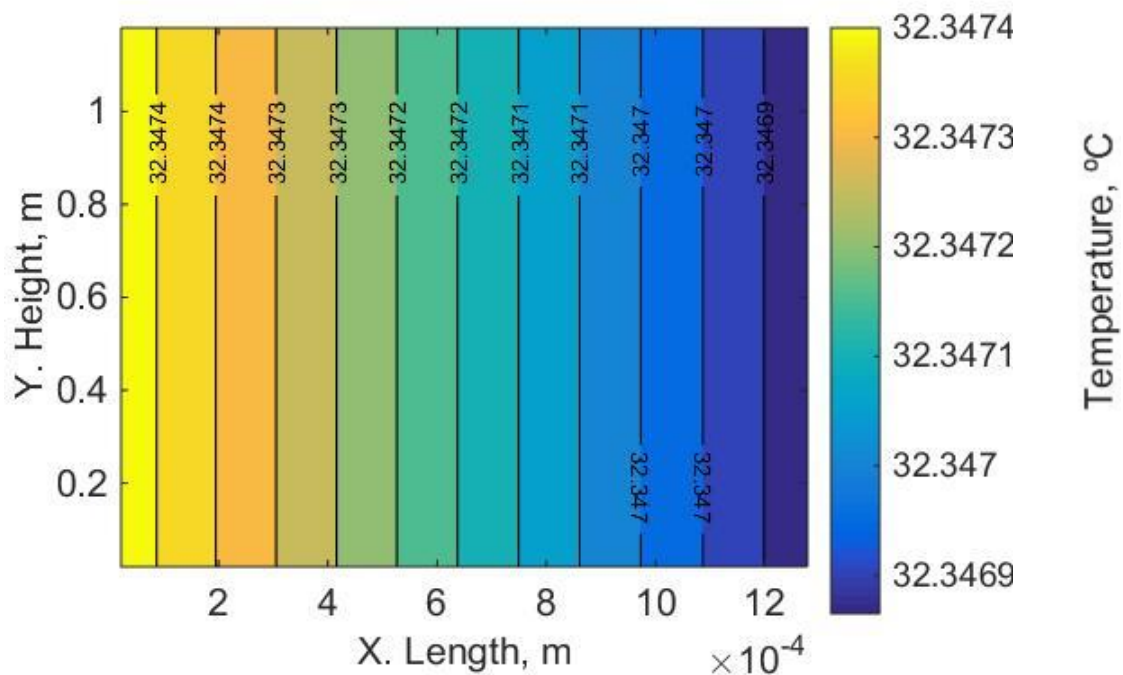


Figura 147. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 10 minutos.

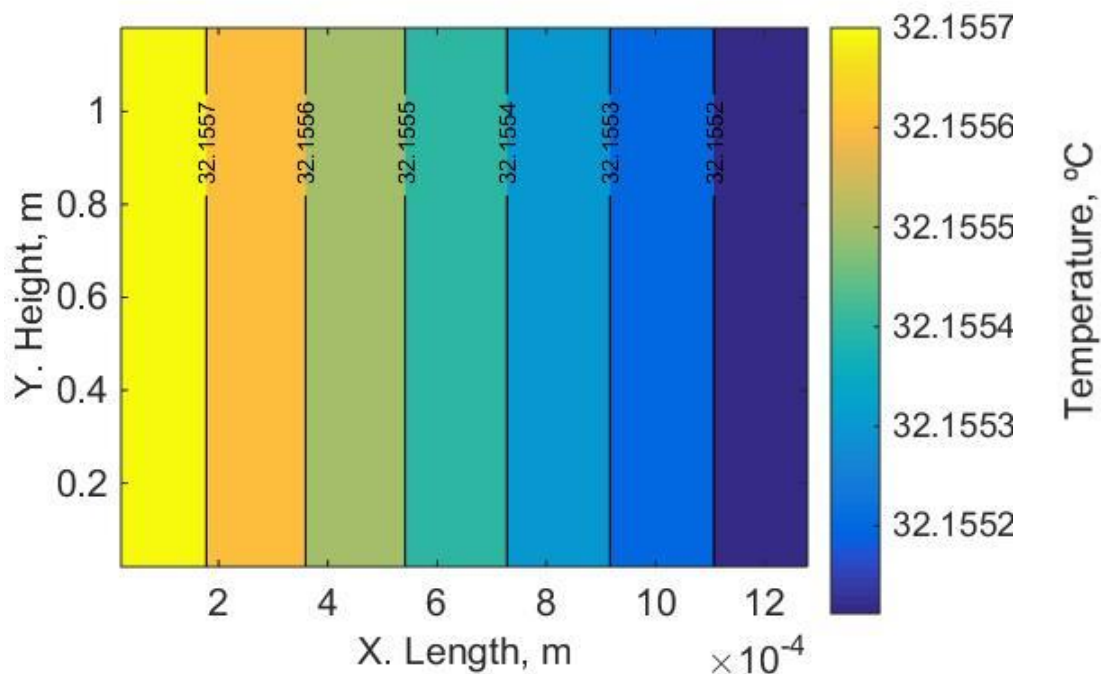


Figura 148. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 10 minutos.

5.5.3.3. Simulación bajo condiciones de verano durante 30 minutos

La tercera simulación (Figuras 149 y 150) realizada consideró una temperatura exterior de 40°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 30 minutos.

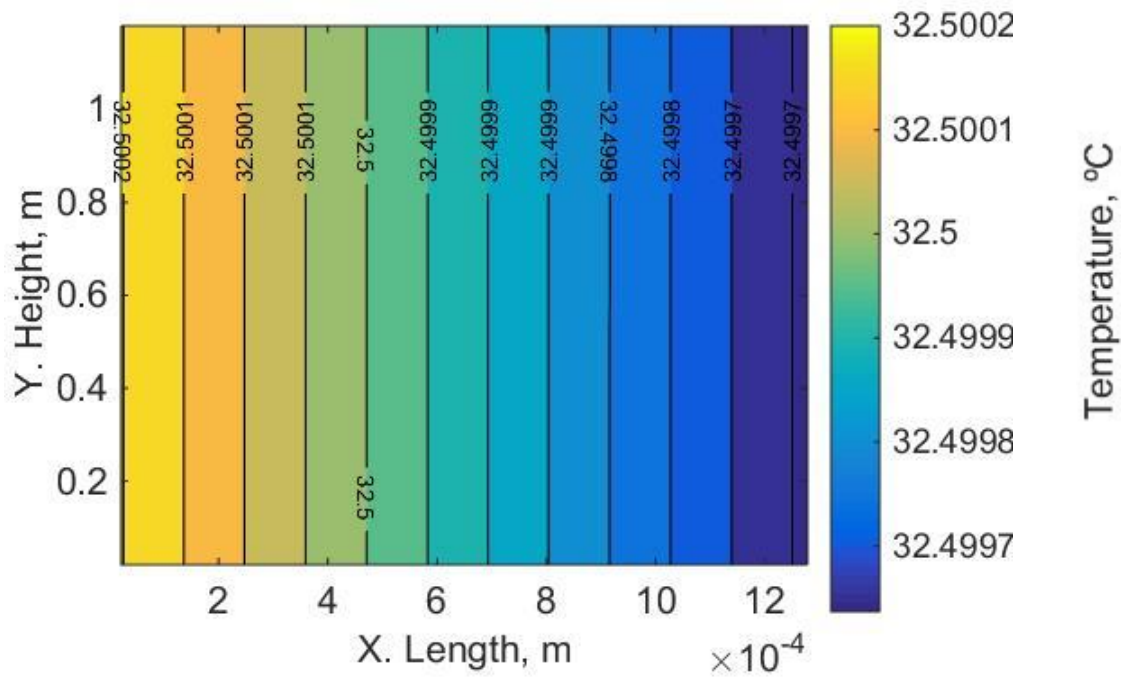


Figura 149. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 30 minutos.

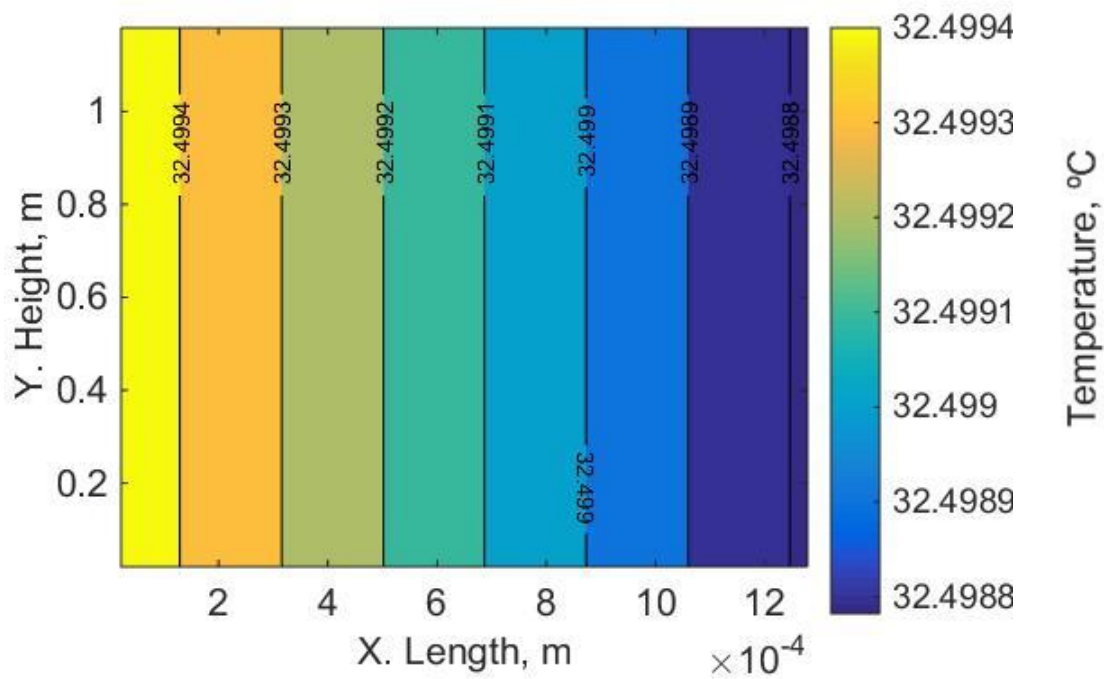


Figura 150. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 30 minutos.

5.5.3.4. Simulación bajo condiciones de verano durante 60 minutos

Para la cuarta simulación (Figuras 151 y 152) realizada se consideró una temperatura exterior de 40°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 60 minutos.

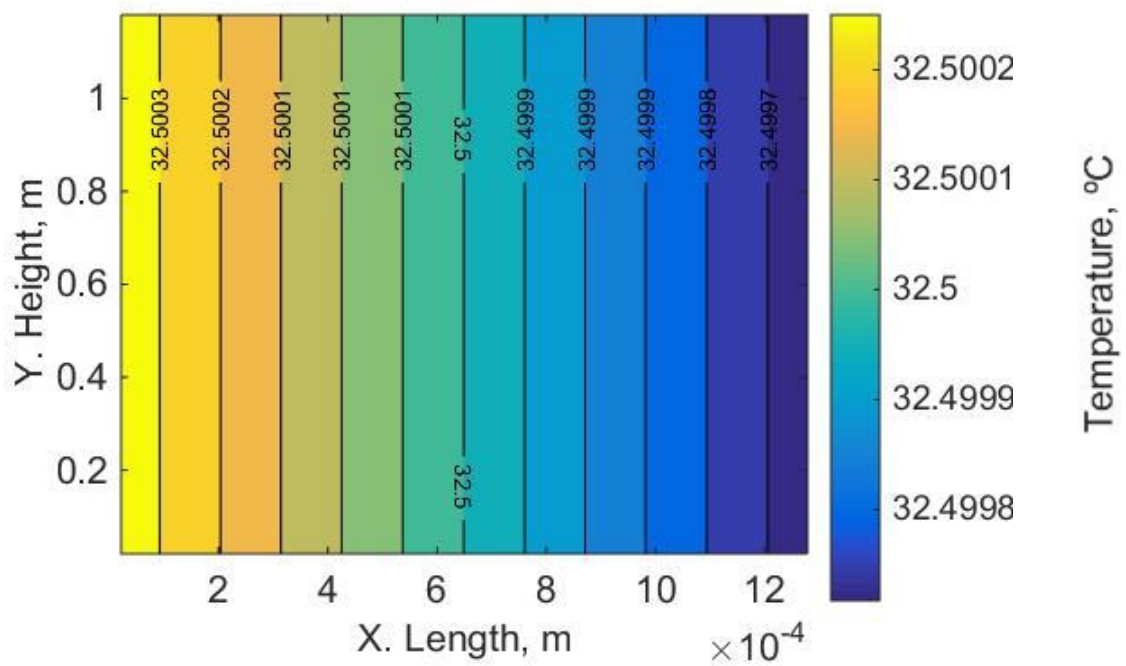


Figura 151. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio constantes. 60 minutos.

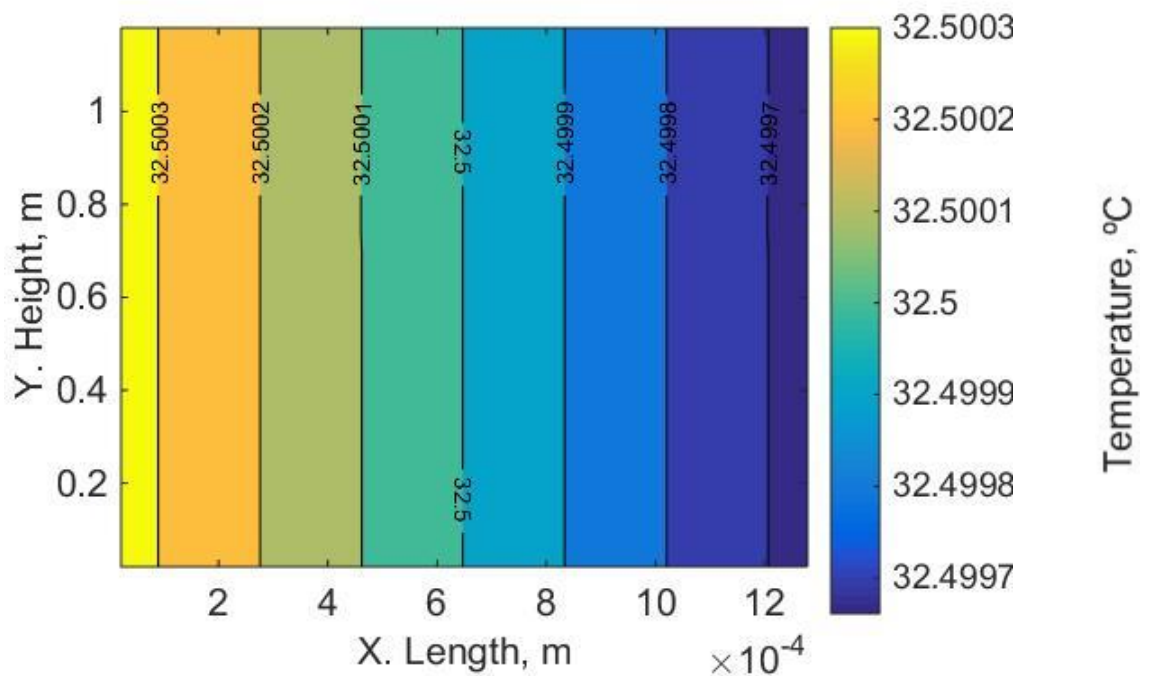


Figura 152. Simulación bajo condiciones de verano con las propiedades del aluminio variables. 60 minutos.

5.5.3.5. Simulación bajo condiciones de invierno durante 1 minuto

La quinta simulación (Figuras 153 y 154) realizada consideró una temperatura exterior de 0°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 1 minuto.

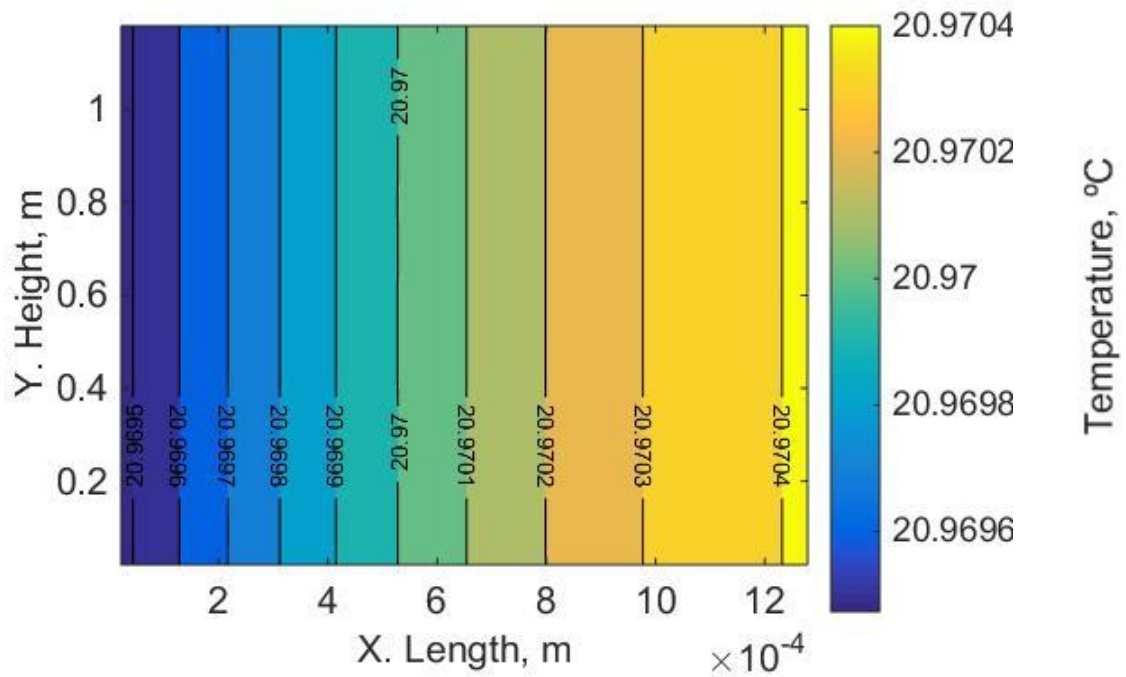


Figura 153. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 1 minuto.

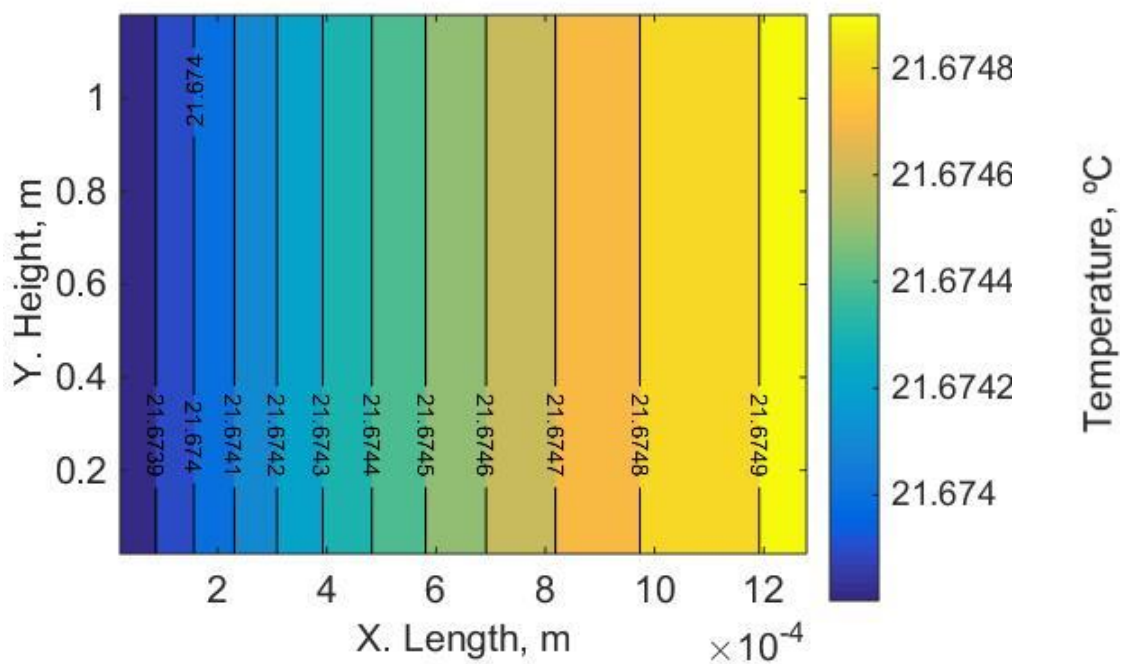


Figura 154. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 1 minuto.

5.5.3.6. Simulación bajo condiciones de invierno durante 10 minutos

Para la sexta simulación (Figuras 155 y 156) realizada se consideró una temperatura exterior de 0°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 10 minutos.

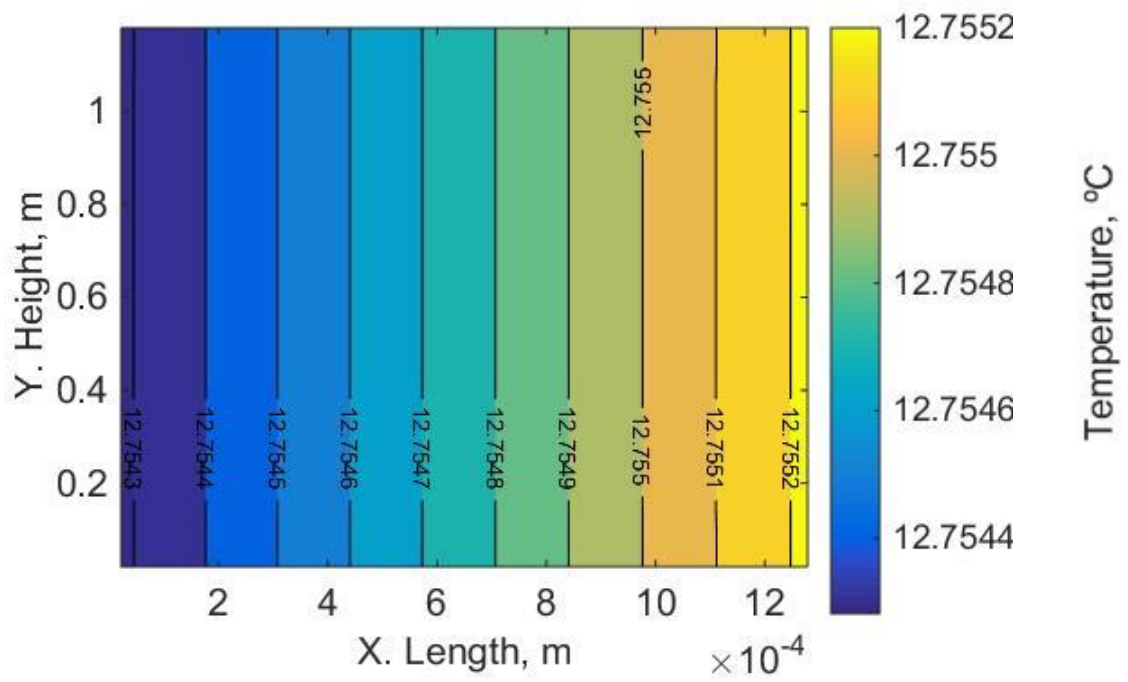


Figura 155. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 10 minutos.

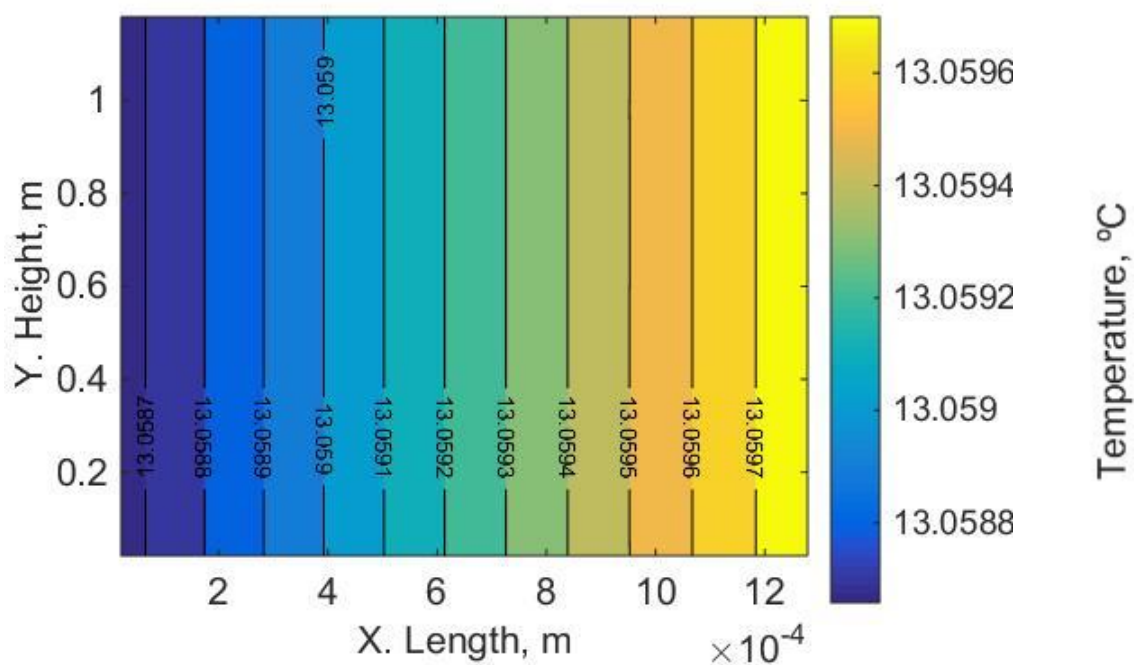


Figura 156. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 10 minutos.

5.5.3.7. Simulación bajo condiciones de invierno durante 30 minutos

La séptima simulación (Figuras 157 y 158) realizada consideró una temperatura exterior de 0°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 30 minutos.

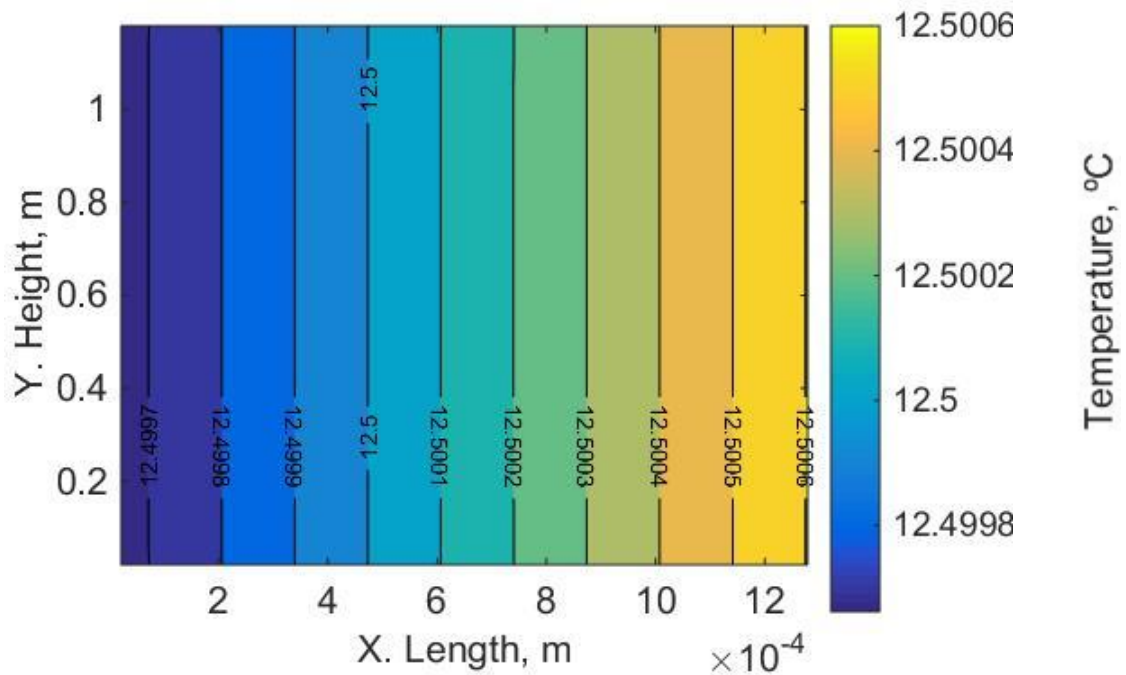


Figura 157. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 30 minutos.

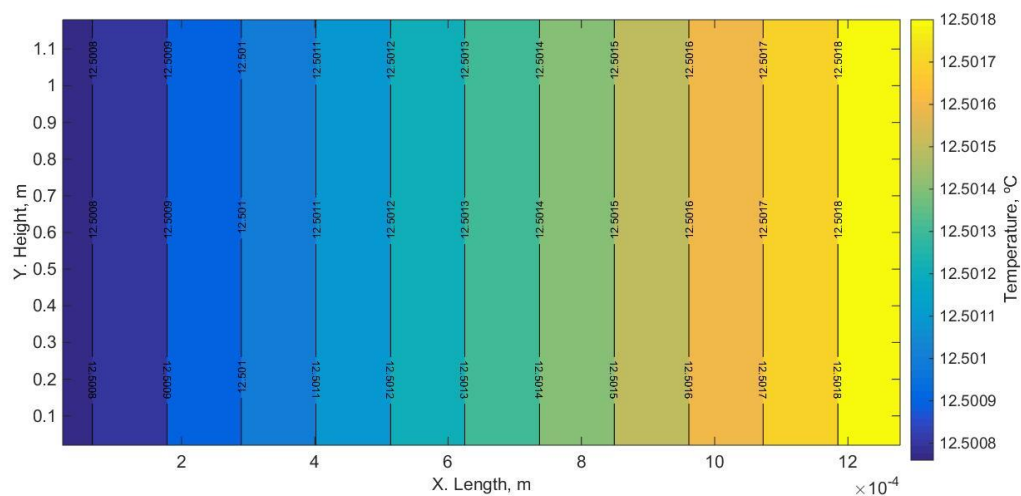


Figura 158. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 30 minutos.

5.5.3.8. Simulación bajo condiciones de invierno durante 60 minutos

Para la octava simulación (Figuras 159 y 160) realizada se consideró una temperatura exterior de 0°C y una temperatura interior e inicial de 25°C durante 60 minutos.

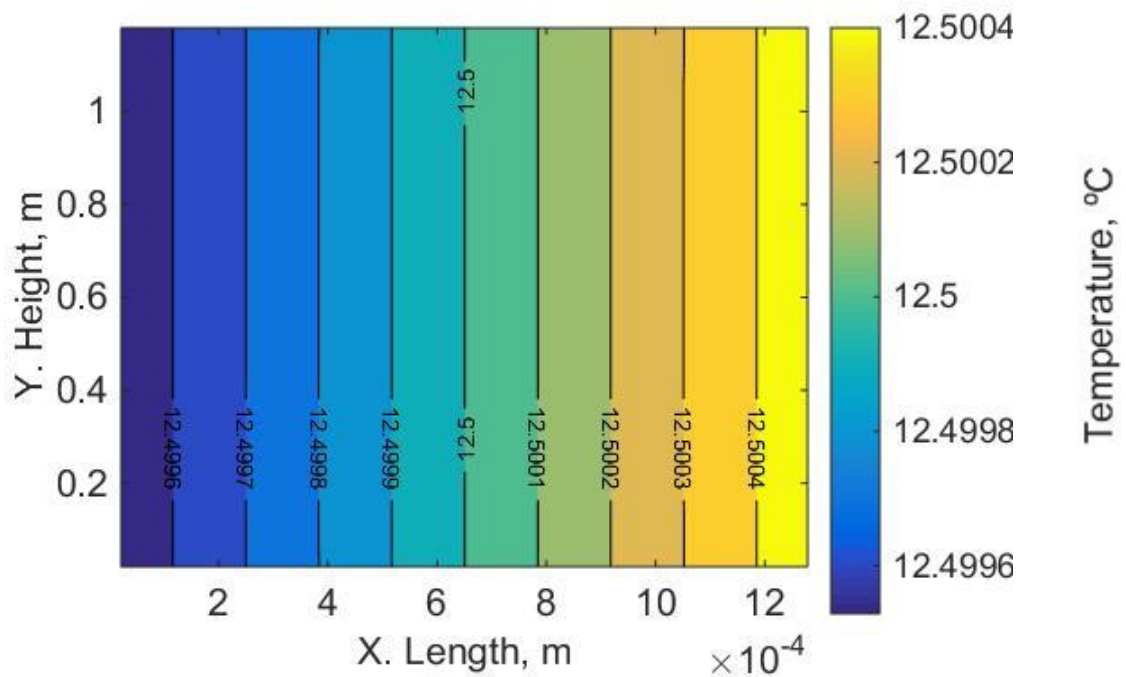


Figura 159. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio constantes. 60 minutos.

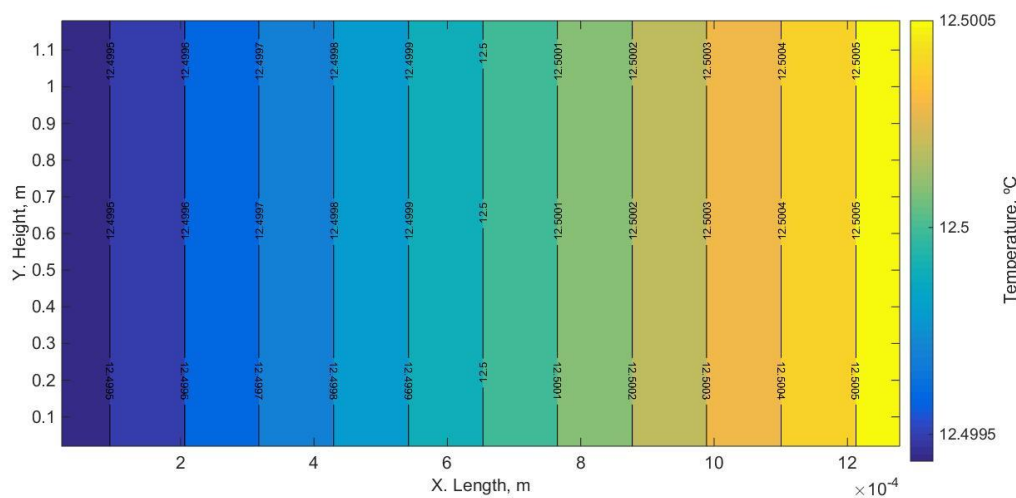


Figura 160. Simulación bajo condiciones de invierno con las propiedades del aluminio variables. 60 minutos.

5.5.4. Resumen de resultados

La Tabla 11 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de verano para 1 y 10 minutos:

Material	1 minuto		10 minutos	
Aluminio 6061	Izquierda	Derecha	Izquierda	Derecha
Constante	21.4183	27.4178	32.3474	32.3469
Variable	26.9926	26.9921	32.1557	32.1552

Tabla 11. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de verano en una pared plana para 1 y 10 minutos

La Tabla 12 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de verano para 30 y 60 minutos:

Material	1 minuto		10 minutos	
Aluminio 6061	Izquierda	Derecha	Izquierda	Derecha
Constante	32.5002	32.4997	32.5002	32.4998
Variable	32.4994	32.4988	32.5003	32.4997

Tabla 12. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de verano en una pared plana para 30 y 60 minutos

La Tabla 13 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de invierno para 1 y 10 minutos:

Material	1 minuto		10 minutos	
Aluminio 6061	Izquierda	Derecha	Izquierda	Derecha
Constante	20.9696	20.9704	12.7544	12.7552
Variable	21.674	21.6748	13.0588	13.0596

Tabla 13. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de invierno en una pared plana para 1 y 10 minutos

La Tabla 14 presenta un resumen de los resultados obtenidos para las condiciones de invierno para 30 y 60 minutos:

Material	1 minuto		10 minutos	
Aluminio 6061	Izquierda	Derecha	Izquierda	Derecha
Constante	12.4998	12.5006	12.4996	12.5004
Variable	12.5008	12.5018	12.4995	12.5005

Tabla 14. Resumen temperaturas obtenidas T ($^{\circ}\text{C}$) para condiciones de invierno en una pared plana para 30 y 60 minutos

5.5.5. Discusión

Debido al espesor ínfimo de la puerta de aluminio simulada, los gradientes de temperatura entre ambos lados de la pared plana son prácticamente nulos.

Además, se observa cómo para las condiciones de verano, Figuras 145 a 152, al aumentar el tiempo de simulación, la temperatura asciende hasta llegar a su estacionario en 32.5°C aproximadamente, no habiendo cambios significativos entre los tiempos de 30 y 60 minutos, Figuras 149 a 152.

Un comportamiento similar se produce para las condiciones de invierno, Figuras 153 a 160 donde la temperatura disminuye conforme aumenta el tiempo de simulación hasta su estacionario en 12.5°C aproximadamente, no encontrándose diferencias relevantes entre las dos últimas simulaciones temporales, Figuras 157 a 160.

Por otro lado, tomando de referencia las Figuras 145 y 146 donde se muestran las simulaciones bajo condiciones de verano durante 1 minuto, puede observarse cómo considerar las propiedades del aluminio variables, produce una disminución en las temperaturas de ambos lados de la pared plana.

Finalmente, las Figuras 153 y 154 muestran la simulación de las condiciones de invierno durante 1 minuto, donde se observa un aumento de la temperatura en ambos lados de la pared plana al considerar las propiedades del aluminio variables.

CAPÍTULO 6. SÍNTESIS Y CONCLUSIONES

6.1. Consecución de los objetivos

6.1.1. Desarrollo de los modelos matemáticos en distintas geometrías para la resolución de problemas de transmisión de calor donde las propiedades de los materiales se consideran variables

La condición para poder incluir la variabilidad de las propiedades respecto a la temperatura, se presenta mediante una ecuación de grado dos como máximo. De esta manera, las propiedades se expresan siguiendo las siguientes ecuaciones, pudiendo tomar valor nulo alguno de los coeficientes de las mismas:

Ecuación de la densidad:

$$\rho = a_1 + b_1T + c_1T^2 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \quad (6.1)$$

Ecuación de la conductividad:

$$k = a_2 + b_2T + c_2T^2 \left(\frac{W}{mK} \right) \quad (6.2)$$

Ecuación del calor específico:

$$C_e = a_3 + b_3T + c_3T^2 \left(\frac{J}{kgK} \right) \quad (6.3)$$

6.1.2. Diseño de los modelos en red equivalentes a los modelos matemáticos desarrollados para cada una de las geometrías

Tal como se expuso en el capítulo 4, se diseñan los modelos en red para las siguientes geometrías:

- Pared plana.
- Cilindro.
- Esfera.

6.1.3. Programación de los modelos en red en Matlab y Ngspice y sus distintas posibilidades de representación gráfica

Para llevar a cabo las simulaciones de los problemas, se programaron en Matlab y Ngspice los distintos modelos en red desarrollados para todas las geometrías comentadas anteriormente.

6.1.4. Validación experimental del modelo en red propuesto

Para la consecución de este objetivo se llevó a cabo un experimento en el laboratorio con distintos materiales:

- Aluminio 319 (Al319).
- Tereftalato de polietileno (PET).
- Polipropileno (PP).

La experiencia consistió en tres botellas de uso común en el consumo de agua de diferentes materiales, y cuyo objetivo era doble: en primer lugar, validar el modelo propuesto con datos experimentales, y, en segundo lugar, estudiar la variación de temperatura en el interior de la botella, ya que ésta podría conllevar a un aumento en la migración de sustancias al líquido en materiales plásticos. Además, se presentaron las propiedades variables con la temperatura de los materiales utilizados: densidad, calor específico y conductividad térmica.

Los resultados obtenidos en el experimento nos llevaron a concluir que el software implementado seguía fielmente la realidad de lo sucedido en el laboratorio, por tanto, se validó de forma favorable el mismo.

6.1.5. Estudio de casos reales para diferentes geometrías

Tal como se ha mostrado a lo largo del capítulo 5, se han simulado diferentes casos reales para estudiar la influencia de la consideración o no de las propiedades de los materiales variables.

Se realizaron 4 simulaciones distintas:

- Tanque cilíndrico con etanol líquido y acero inoxidable AISI 316.
- Tanque esférico con CO_2 líquido y acero inoxidable AISI 304.

- Botella cilíndrica con amoniaco y aluminio Al 7075.
- Puerta de aluminio Al 6061.

6.1.6. Comparar el efecto de la variabilidad de las propiedades de los materiales respecto a la temperatura frente a la estas constantes

Para todos los casos estudiados en el capítulo 5, se simularon distintos intervalos de tiempo con condiciones externas de verano e invierno para las propiedades de los materiales constantes y variables. Para los tres primeros problemas estudiados, se consideró que los recipientes estaban en el interior de naves para lograr mantener constante la temperatura exterior durante los intervalos de tiempo requeridos.

Así, pudo comprobarse cómo la consideración de las propiedades de los materiales variables influía notablemente en los resultados obtenidos con las simulaciones.

6.2. CONCLUSIONES

Las conclusiones de la tesis se han descrito, para cada geometría analizada, en correspondiente apartado de discusión. No obstante, como resumen podemos afirmar que:

- La variabilidad de las propiedades de los materiales: densidad, conductividad térmica y calor específico, debe tenerse en cuenta al simular problemas de transmisión de calor donde se requiera una mayor precisión en los resultados.
- El programa desarrollado en Matlab, permite simular problemas con las geometrías: pared plana, cilíndrica y esférica considerando las propiedades dependientes de la temperatura, siguiendo una ecuación de grado dos como máximo, minimizando con ello el error de cálculo respecto al que se cometería considerando las propiedades constantes.

Como trabajo futuro, dado que el Software Ngspice utilizado es libre, podría implementarse el programa PROCCA-09 del grupo de investigación en un entorno sencillo para el usuario realizando así un nuevo registro de la propiedad intelectual, igualmente, podrían programarse en Matlab los problemas de

transmisión de calor con propiedades variables con la temperatura para las distintas configuraciones de las aletas.

REFERENCIAS

- Alarcón, M., Alhama, F., & González-Fernández, C. F. (2002). Time-dependent heat transfer in a fin-wall assembly. New performance coefficient: Thermal reverse admittance. *International Journal of Thermal Sciences*, 41(4). [https://doi.org/10.1016/S1290-0729\(02\)01329-7](https://doi.org/10.1016/S1290-0729(02)01329-7)
- Alhama, F., & Campo, A. (2002). Electric network representation of the unsteady cooling of a lumped body by nonlinear heat transfer modes. *Journal of Heat Transfer*, 124(5). <https://doi.org/10.1115/1.1495520>
- Alhama, F., & González-Fernández, C. F. (2002). Network simulation method for solving phase-change heat transfer problems with variable thermal properties. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 38(4-5). <https://doi.org/10.1007/s002310100254>
- Alhama, F., López-Sánchez, J. F., & González-Fernández, C. F. (1997). Heat conduction through a multilayered wall with variable boundary conditions. *Energy*, 22(8). [https://doi.org/10.1016/S0360-5442\(97\)00003-0](https://doi.org/10.1016/S0360-5442(97)00003-0)
- Aziz, A. (1992). Optimum Dimensions of Extended Surfaces Operating in a Convective Environment. *Applied Mechanics Reviews*, 45(5). <https://doi.org/10.1115/1.3119754>
- Bangian-Tabrizi, A., & Jaluria, Y. (2018). An optimization strategy for the inverse solution of a convection heat transfer problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 124. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.053>
- Bejan, A. (2013). Convection Heat Transfer: Fourth Edition. En *Convection Heat Transfer: Fourth Edition*. <https://doi.org/10.1002/9781118671627>
- Bejan, A., & D.Kraus, A. (2003). Heat Transfer Handbook. En *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53, Número 9).
- Calise, F., Cappiello, F. L., Dentice d'Accadia, M., & Vicidomini, M. (2021). Thermo-economic optimization of a novel hybrid renewable trigeneration plant. *Renewable Energy*, 175. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.04.069>
- Cao, S. L., Sun, X., Zhang, J. Z., & Zhang, Y. X. (2021). Forced convection heat transfer around a circular cylinder in laminar flow: An insight from Lagrangian coherent structures. *Physics of Fluids*, 33(6). <https://doi.org/10.1063/5.0049219>

- Carslow, H. S., Jaeger, J. C., & Morral, J. E. (1986). Conduction of Heat in Solids, Second Edition. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 108(4). <https://doi.org/10.1115/1.3225900>
- Cengel, Y. A. (2015). Heat and mass transfer: fundamentals & applications / Yunus A. Çengel, Afshin J. Ghajar. En *Heat and mass transfer*:
- Chapman, A. J. (2009). Transmision Del Calor. *Termodinamica*.
- Crank, J., & Nicolson, P. (1947). A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 43(1). <https://doi.org/10.1017/S0305004100023197>
- Del Cerro Velázquez, F. (2009). Desarrollo de un programa de conducción de calor, usando analogía eléctrica mediante el lenguaje c# y el módulo de cálculo pspice. Aplicaciones lineales y no lineales en diferentes geometrías. Universidad de Murcia.
- Del Cerro Velázquez, F., Gómez-Lopera, S. A., & Alhama, F. (2008). A powerful and versatile educational software to simulate transient heat transfer processes in simple fins. *Computer Applications in Engineering Education*, 16(1). <https://doi.org/10.1002/cae.20159>
- Fernández, M., Sanchez-Pérez, J. F., & Del Cerro, F. (2019). *Study of the Cylindrical Symmetry Materials Dependence with the Temperature in a Nonlinear Heat Transfer by Network Method* (pp. 272-281). https://doi.org/10.1007/978-3-030-12346-8_27
- Fernández-Gracia, M., Sánchez-Pérez, J. F., del Cerro, F., & Conesa, M. (2023). Mathematical Model to Calculate Heat Transfer in Cylindrical Vessels with Temperature-Dependent Materials. *Axioms*, 12(4). <https://doi.org/10.3390/axioms12040335>
- García-Ros, G., Alhama, I., & Morales, J. L. (2019). Numerical simulation of nonlinear consolidation problems by models based on the network method. *Applied Mathematical Modelling*, 69. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.01.003>
- Geschke, D. (1997). Physical Properties of Polymers Handbook. *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 199(Part_1). https://doi.org/10.1524/zpch.1997.199.part_1.128
- Guart, A., Bono-Blay, F., Borrell, A., & Lacorte, S. (2014). Effect of bottling and storage on the migration of plastic constituents in Spanish bottled waters. *Food Chemistry*, 156. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2014.01.075>
- Heat conduction and mass diffusion. (1993). *Choice Reviews Online*, 31(01). <https://doi.org/10.5860/choice.31-0358>

- Horno, J., García-Hernández, M. T., & González-Fernández, C. F. (1993). Digital simulation of electrochemical processes by the network approach. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 352(1-2). [https://doi.org/10.1016/0022-0728\(93\)80256-H](https://doi.org/10.1016/0022-0728(93)80256-H)
- Howell, J. R., Mengüç, M. P., & Siegel, R. (2015). Thermal radiation heat transfer, sixth edition. En *Thermal Radiation Heat Transfer, Sixth Edition*.
- Jack P. Holman. (2010). Heat Transfer, Holman. En *McGraw-Hill, Inc, New York: Vol. 9 MB*.
- Jagga, S., & Vanapalli, S. (2020). Cool-down time of a polypropylene vial quenched in liquid nitrogen. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 118. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104821>
- Kalaprasad, G., Pradeep, P., Mathew, G., Pavithran, C., & Thomas, S. (2000). Thermal conductivity and thermal diffusivity analyses of low-density polyethylene composites reinforced with sisal, glass and intimately mixed sisal/glass fibres. *Composites Science and Technology*, 60(16). [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(00\)00162-7](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(00)00162-7)
- Kang, M., & Kwon, B. (2022). Deep Learning of Forced Convection Heat Transfer. *Journal of Heat Transfer*, 144(2). <https://doi.org/10.1115/1.4052893>
- Kavvadias, K. C., & Maroulis, Z. B. (2010). Multi-objective optimization of a trigeneration plant. *Energy Policy*, 38(2). <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2009.10.046>
- Leyli, A., Khawaja, H., Moatamedi, M., & Alzahabi, B. (2019). Multiphysics study of forced convection conjugate heat transfer (CHT) problem. *International Journal of Multiphysics*, 13(3). <https://doi.org/10.21152/1750-9548.13.3.215>
- Liebmann, G. (1954). Note on the resistance-network analogue solution of field problems of spherical symmetry [4]. En *British Journal of Applied Physics* (Vol. 5, Número 11). <https://doi.org/10.1088/0508-3443/5/11/111>
- Liebmann, G. (1956a). A New Electrical Analog Method for the Solution of Transient Heat-Conduction Problems. *Journal of Fluids Engineering*, 78(3). <https://doi.org/10.1115/1.4013761>
- Liebmann, G. (1956b). Solution of Transient Heat-Transfer Problems by the Resistance-Network Analog Method. *Journal of Fluids Engineering*, 78(6). <https://doi.org/10.1115/1.4014010>
- Lienhard, J. H. (1981). *A heat transfer textbook*.
- Lienhard, J. H. (2017). A HEAT TRANSFER TEXTBOOK, fourth edition. *Phlogiston Press*.

- Lin, S. H. (1979). Transient heat conduction in a composite slab with variable thermal conductivity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14(11). <https://doi.org/10.1002/nme.1620141114>
- López-García, J. J., Moya, A. A., Horno, J., Delgado, A., & González-Caballero, F. (1996). A network model of the electrical double layer around a colloid particle. *Journal of Colloid and Interface Science*, 183(1). <https://doi.org/10.1006/jcis.1996.0525>
- Loyo-Rosales, J. E., Rosales-Rivera, G. C., Lynch, A. M., Rice, C. P., & Torrents, A. (2004). Migration of Nonylphenol from Plastic Containers to Water and a Milk Surrogate. *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, 52(7). <https://doi.org/10.1021/jf0345696>
- Mark, J. E. (2006). *Physical properties of polymer handbook*. Springer.
- Moon, J. (2021). Cogeneration plant and environmental allergic diseases: Is it really an eco-friendly energy source? *Annals of Occupational and Environmental Medicine*, 32(1). <https://doi.org/10.35371/AOEM.2020.32.E38>
- Morales, N. G., Sánchez-Pérez, J. F., Nicolás, J. A. M., & Killinger, A. (2020). Modelling of alumina splat solidification on preheated steel substrate using the network simulation method. *Mathematics*, 8(9). <https://doi.org/10.3390/math8091568>
- Moreno Nicolás, J. A., Gómez de León Hijes, F. C., & Alhama, F. (2007). Solution of temperature fields in hydrodynamics bearings by the numerical network method. *Tribology International*, 40(1). <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2006.03.008>
- Mungyeko Bisulandu, B. J. R., Ilinca, A., Tsimba Mboko, M., & Mbozi Mbozi, L. (2023). Thermodynamic Performance of a Cogeneration Plant Driven by Waste Heat from Cement Kilns Exhaust Gases. *Energies*, 16(5). <https://doi.org/10.3390/en16052460>
- Muñoz, M., Rovira, A., & Montes, M. J. (2022). Thermodynamic cycles for solar thermal power plants: A review. En *Wiley Interdisciplinary Reviews: Energy and Environment* (Vol. 11, Número 2). <https://doi.org/10.1002/wene.420>
- Nagel, L. W. (1975). SPICE2: A Computer Program To Simulate Semiconductor Circuits. En *PhD dissertation, Univ. of California, Berkeley, CA, and available as Memorandum No ERL-M520, Electronics Research Laboratory, College of Engineering, University of California, Berkeley, CA.*
- Najafi, M., & Enjilela, V. (2014). Natural convection heat transfer at high Rayleigh numbers - Extended meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) primitive

- variable method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 44. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2014.01.022>
- Narender, K., Madhusudhan Rao, A. S., Gopal Kishan Rao, K., & Gopi Krishna, N. (2013). Thermo physical properties of wrought aluminum alloys 6061, 2219 and 2014 by gamma ray attenuation method. *Thermochimica Acta*, 569. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2013.07.003>
- Narender, K., Rao, A. S. M., Rao, K. G. K., & Krishna, N. G. (2013). Temperature Dependence of Density and Thermal Expansion of Wrought Aluminum Alloys 7041, 7075 and 7095 by Gamma Ray Attenuation Method. *Journal of Modern Physics*, 04(03). <https://doi.org/10.4236/jmp.2013.43045>
- Oppenheim, A. K. (1956). Radiation Analysis by the Network Method. *Journal of Fluids Engineering*, 78(4). <https://doi.org/10.1115/1.4013795>
- Orivuori, S. (1979). Efficient method for solution of nonlinear heat conduction problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14(10). <https://doi.org/10.1002/nme.1620141004>
- Perry, R.H., Green, D. W. (2004). Perrys' chemical engineers' handbook 7th. *McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. de C.V.*
- Peusner, L. (1986). Studies in network thermodynamics, Elsevier, Amsterdam
- Peusner, L. (1987). The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications, Entropy, Lincoln, Massachusetts
- Radchenko, A., Radchenko, M., Mikielwicz, D., Pavlenko, A., Radchenko, R., & Forduy, S. (2022). Energy Saving in Trigeneration Plant for Food Industries. *Energies*, 15(3). <https://doi.org/10.3390/en15031163>
- Razelos, P. (1979). A note on the heat transfer in convective fins. *Wärme- und Stoffübertragung*, 12(2). <https://doi.org/10.1007/BF01002326>
- Sánchez, J. F., Alhama, F., & Moreno, J. A. (2012). An efficient and reliable model based on network method to simulate CO₂ corrosion with protective iron carbonate films. *Computers & Chemical Engineering*, 39, 57-64. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2011.11.011>
- Sanchez Perez, J. F., Conesa, M., & Alhama, I. (2016). Solving ordinary differential equations by electrical analogy: A multidisciplinary teaching tool. *European Journal of Physics*, 37(6). <https://doi.org/10.1088/0143-0807/37/6/065703>
- Sánchez-Pérez, J. F., Alhama, F., Moreno, J. A., & Cánovas, M. (2019). Study of main parameters affecting pitting corrosion in a basic medium using the network method. *Results in Physics*, 12, 1015-1025. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.12.066>

- Sánchez-Pérez, J. F., & Alhama, I. (2020). Universal curves for the solution of chlorides penetration in reinforced concrete, water-saturated structures with bound chloride. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 84. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105201>
- Sánchez-Pérez, J. F., Marín, F., Morales, J. L., Cánovas, M., & Alhama, F. (2018). Modeling and simulation of different and representative engineering problems using network simulation method. *PLoS ONE*, 13(3). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0193828>
- Seeniraj, V., & Arunachalam, M. (1979). Heat conduction in a semi-infinite solid with variable thermophysical properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 22(10). [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(79\)90208-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90208-4)
- Soto Meca, A., Alhama, F., & González Fernández, C. F. (2007). An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method. *Journal of Hydrology*, 339(1-2). <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.03.003>
- Soto Meca, A., Alhama López, F., & González Fernández, C. (2007). Density-driven flow and solute transport problems. A 2-D numerical model based on the network simulation method. *Computer Physics Communications*, 177(9). <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2007.06.008>
- Toyo'oka, T., & Oshige, Y. (2000). Determination of alkylphenols in mineral water contained in PET bottles by liquid chromatography with coulometric detection. *Analytical Sciences*, 16(10). <https://doi.org/10.2116/analsci.16.1071>
- Valencia, J. J., & Quested, P. N. (2008). Thermophysical Properties Sources and Availability of Reliable Data. *ASM Handbook*, 15(Casting).
- Verdério Júnior, S. A., Scalón, V. L., Oliveira, S. R., & Martins Coelho, P. J. (2022). NATURAL CONVECTION ON CORRUGATED PLATES: A NUMERICAL CASE STUDY ABOUT MESHES, BOUNDARY CONDITIONS AND PHYSICAL DOMAIN DETERMINATION. *Revista de Engenharia Térmica*, 21(2). <https://doi.org/10.5380/reterm.v21i2.87916>
- Yaji, K., Yamasaki, S., & Fujita, K. (2022). Data-driven multifidelity topology design using a deep generative model: Application to forced convection heat transfer problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 388. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2021.114284>
- Zueco, J., & Alhama, F. (2007). Simultaneous inverse determination of temperature-dependent thermophysical properties in fluids using the network simulation method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(15-16). <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.01.004>

- Zueco, J., Alhama, F., & Gonzalez Fernandez, C. F. (2006). Inverse determination of heat generation sources in two-dimensional homogeneous solids: Application to orthotropic medium. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33(1).
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2005.08.013>
- Zueco, J., Alhama, F., & González-Fernández, C. F. (2006). Inverse determination of temperature dependent thermal conductivity using network simulation method. *Journal of Materials Processing Technology*, 174(1-3).
<https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.03.031>