CONOCIMIENTO MATEMATICO, COMPRENSION Y EVALUACION

ENCARNACION CASTRO MARTINEZ
LUIS RICO ROMERO

RESUMEN

El planteamiento actual sobre evaluación en matemáticas somete a revisión profunda el tratamiento tradicional. La comprensión de los escolares, la noción de representación y los procesos mediante los que dicha comprensión se alcanza, son factores determinantes para valorar el conocimiento matemático de los escolares. En este trabajo se presentan dos tareas propuestas a escolares de 12-14 años, se organizan y clasifican las respuestas proporcionadas, y se analizan los factores que inciden en los tipos de respuestas proporcionadas. De esta manera se avanzan criterios para interpretar la comprensión de los escolares sobre la noción de sucesión, término general de una sucesión y representación del término general.

ABSTRACT

Current ideas about mathematics assessment are triying to find a new and critical view in this subject. Pupils' understanding, concept of representation and the processes to carry on some kind of understanding are, all of them, critical facts to value scholars' mathematical knowledge. In this paper we introduce and explain two mathematical tasks for 12-14 years old children; we organize, classify and also analyze several factors found on the different answers obtained. In this way, we look for criteria to value pupils' understanding about sequences, its general law and its representation.

PALABRAS CLAVE

Educación matemática, Evaluación, Comprensión de los escolares, Representación de conceptos numéricos.

KEYWORDS

Mathematic education, Assessment, Pupils' understanding, Concept of representation.

1. MARCO CONCEPTUAL

Conocer la naturaleza de los procesos de pensamiento que intervienen en la actividad matemática ha sido objeto de interés preferente tanto por parte de los psicólogos como de los propios matemáticos (Kilpatrick, 1992; pg. 5). Poincaré y Hadamard figuran entre los pioneros de esta preocupación; no obstante, ha sido en el último medio siglo cuando psicólogos y educadores matemáticos han sistematizado la investigación del pensamiento matemático (Nesher y Kilpatrick, 1990).

Entre las distintas corrientes que estudian el pensamiento matemático, la denominada estructuralista considera el trabajo matemático como el resultado de la manipulación de estructuras y el estudio de las matemáticas llevándose a cabo a través del estudio de las estructuras. Desde este punto de vista coincide con el estructuralismo en matemáticas, pero la noción de estructura que aquí se considera es de orden cognitivo, diferente del planteamiento algebraico.

La noción de estructura ha recibido atención en estudios y trabajos dedicados a la comprensión de los estudiantes y a los procesos implicados en el aprendizaje de las matemáticas, por ser esta materia un ejemplo prototípico de conocimiento organizado. Así, Wittrock (1990; pg. 569) entiende por *comprensión* "una representación estructural o conceptualmente ordenada, de las relaciones entre las partes de la información que se debe de aprender, y entre dicha información e ideas y nuestra base de conocimientos y experiencia". Esta descripción no debe interpretarse de manera simplificada, como un todo que se produce o no se produce; antes bien hay que entender la comprensión como un proceso complejo, que evoluciona gradualmente; un proceso que, partiendo de la intuición, puede dar lugar a un conocimiento estructurado. También Hiebert y Carpenter (1992; pg. 67) señalan: "Definimos la comprensión en términos del modo en que la información se representa y estructura". La comprensión se puede *evaluar* contrastando el modelo conceptual estándar frente al modo en que un sujeto concreto estructura y organiza los elementos constituyentes de la noción matemática en cuestión. "Comprender algo significa asimilarlo dentro de un esquema adecuado" (Skemp, 1980; pg. 50). "El grado de comprensión viene determinado por el número y la fuerza de las conexiones (de una red de representaciones). Una idea matemática, hecho o procedimiento se entiende completamente si está conectado con redes previas" (Hiebert y Carpenter, 1992; pg. 67).

Desde la aproximación estructuralista la noción de *modelo conceptual* es de mayor complejidad y más adecuada que la consideración de concepto simple para las nociones matemáticas, puesto que hace referencia a una variedad de formas de representar un mismo concepto y, por tanto, de valorar su comprensión: empleo de símbolos escritos, lenguaje oral, modelos figurativos estáticos (dibujos, gráficos, diagramas), modelos manipulativos o mensajes del mundo real. Estos sistemas de representación difieren unos de otros: cada uno de ellos enfatiza aspectos diferentes de la estructura del concepto considerado; es distinta su potencia generadora y su capacidad para discernir las ideas relevantes de los datos simples.

Estas consideraciones conectan con los estudios actuales sobre evaluación, que contemplan la valoración como parte integral de la instrucción (Webb, 1992). Según este autor, son cuatro las características de esta aproximación:

"1. El Profesor comprende la estructura del contenido del conocimiento y utiliza esta estructura para definir expectativas (estándares) del aprendizaje.

2. El Profesor es sensible a los procesos que los estudiantes utilizan para aprender, las etapas del desarrollo y los procesos disponibles para facilitar este aprendizaje.

3. La valoración es un proceso en el que, en primer lugar, se recoge información acerca del conocimiento del estudiante, acerca de la estructura y organización de este conocimiento y acerca de los procesos cognitivos del estudiante; en segundo lugar, hay que dotar de significado a esta información.

4. La valoración se emplea para tomar decisiones documentadas durante la instrucción en base a la información actual disponible acerca de lo que un estudiante conoce y de lo que se está esforzando por conocer" (pg. 677).

2. DESCRIPCION GENERAL

En el marco de una investigación sobre la comprensión de nociones numéricas de los escolares de Primer Ciclo de Educación Secundaria, basada en el marco conceptual anteriormente descrito, que trató de obtener evidencias para implementar un desarrollo curricular con el que superar determinadas deficiencias detectadas, propusimos a los escolares con los que trabajamos una serie de tareas (Castro, 1994). Objetivo fundamental de nuestro trabajo era poner de manifiesto, analizar e interpretar (en suma valorar) la comprensión que muestran un grupo de escolares de 13 y 14 años sobre las nociones de *estructura de un número, relaciones numéricas, sucesión y término general de una sucesión,* cuando se les aborda desde un sistema ampliado de representación para número naturales. Para ello utilizamos los *números figurados* como fuente de patrones y modelos con los que se visualizan conceptos y relaciones numéricas.

Hemos trabajado con un grupo de 36 alumnos en el contexto de clase, durante dos tramos de tiempo en cursos consecutivos; en el primer tramo los sujetos cursan 7° de EGB y su edad es de 12-13 años; en el segundo tramo los mismos sujetos cursan 8° y su edad es de 13-14 años.

3. METODOLOGIA

Nuestro trabajo tiene una dimensión evaluadora, que se sitúa en la línea de Webb señalada anteriormente; recogemos información acerca del conocimiento del estudiante, acerca de la estructura y organización de este conocimiento y de los procesos cognitivos del estudiante, proponiéndonos dotar de significado esta información.

El procedimiento utilizado para la valoración de la comprensión de los alumnos comparte aspectos del método de realización y del método conceptual, señalados por Webb (1992).

Entendemos que la comprensión de los escolares ha de valorarse a través del desarrollo y de la observación de una serie de tareas, suficientemente elaboradas y diseñadas para tal fin. Para ello hemos abordado la programación y puesta en práctica de unidades didácticas organizadas en torno a unas tareas que realizan los alumnos, las cuales, una vez corregidas y analizadas, junto con el proceso de su realización, permiten conocer la comprensión de los estudiantes sobre los conceptos implicados.

Presentamos como ejemplo dos tareas, A y B, extraídas de nuestra programación; la tarea A se trabajó en 7° curso y la tarea B en 8°. En estas tareas no se trata de que los escolares reproduzcan un trabajo realizado previamente sino que pongan de manifiesto su interpretación sobre las relaciones entre unos conceptos matemáticos.

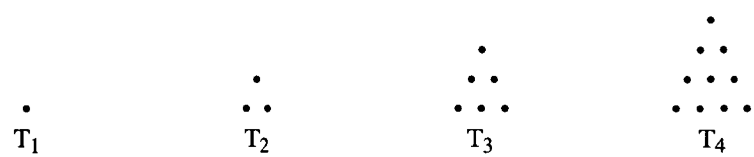
En la tarea A el trabajo que realizan los escolares está centrado en los números triangulares y queremos comprobar qué relaciones son capaces de observar los alumnos en las representaciones de la secuencia de los primeros números triangulares, que tienen ordenada. Antes de abordar dicha tarea, los alumnos han trabajado sobre representación de números llegando a utilizar un modelo puntual para la representación de los mismos; han hecho representaciones de números triangulares, al menos, de los seis primeros.

En la tarea B los alumnos han de llegar a obtener el término general de una sucesión a través de una serie de pasos previos. Entre la conclusión de la tarea A y la realización de la tarea B los alumnos han trabajado en procesos de traducción entre los tres sistemas simbólicos considerados para los números naturales: *notación numérica decimal, desarrollos aritméticos y configuraciones puntuales.* También han trabajado en la obtención y expresión de los primeros términos de secuencias numéricas, así como la forma usual de representar el término enésimo de una configuración puntual.

3.1. Primera Tarea

Hemos denominado a esta tarea Tarea A; su enunciado dice:

Encontrar relaciones entre los números triangulares.



El trabajo realizado por los alumnos ha resultado de gran variedad, proporcionando un total de 76 enunciados de relaciones diferentes; las respuestas las hemos organizado en tres grandes grupos y aparecen en la tabla 1.

Tabla 1: *Respuestas dadas a la tarea A. Frecuencias y porcentajes*

Grupos	Correctas	Incorrectas	Ininteligibles	Total
Frecuencia	57	9	9	76
Porcentajes	76%	12%	12%	100%

Las relaciones correctas hacen referencia a diferentes consideraciones, que nosotros hemos clasificado en los siguientes apartados:

- Relación entre el nombre del número triangular y los puntos de la base (R_1).

- Progresión que siguen los números que se van sumando (R_2).

- Relaciones de formación:
  - de tipo geométrico (R_3).
  - de tipo aritmético (R_4): sumando de 1 a n.
sumando de n a 1.
indicios de expresión algebraica (R_5).
relación del tipo $T_n = n + T_{n-1}$ (R_6).

• Relación de divisibilidad (R_7).

• Otras relaciones (R_8).

Los datos obtenidos en cada uno de estos apartados aparecen recogidos en la tabla 2.

Tabla 2: *Frecuencias y porcentajes de los distintos tipos de relaciones*

Tipo de Relación	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	Total
Frecuencia	5	3	20	10	3	8	8	1	58
Porcentaje	9%	5%	34%	17%	5%	14%	14%	2%	

Transcribimos a continuación los enunciados propuestos en cada uno de los apartados de la clasificación anterior:

• Relaciones entre el nombre del número triangular y los puntos de la base (R_1).

(1 rep.) *"Para saber el nombre de cada número triangular cuentas los puntos de la base".*

(1 rep.) *"T_1 tiene en la base un punto. T_2 tiene de base 2. y así sucesivamente".*

(1 rep.) *"El número que acompaña a T es el número de puntos que tiene la base".*

(1 rep.) *"El número que tiene T es el de la base del triángulo".*

(1 rep.) *"La base del anterior más un punto es la base del triángulo siguiente".*

• Progresión que siguen los números que se van sumando (R_2).

(2 rep.) *"Cada vez que al lado del triángulo se le aumenta uno, va saliendo 2 puntos más, luego tres puntos más, 4, 5, 6, y así sucesivamente".*

(1 rep.) *"Los puntos de dentro van aumentando desde el T_4, dos más, tres más, cuatro más y así".*

• Relaciones de formación.

Las relaciones que hemos llamado de formación son aquellos enunciados en los que se hace referencia al proceso de formación que se ha seguido para obtener los números. En unos casos se utiliza una expresión aritmética y en otros casos una expresión geométrica. El mayor número de relaciones encontradas han quedado recogidas en este apartado.

Entre las de tipo geométrico (R_3) tenemos:

(10 rep.) *"Ir sumando cada vez un punto a la base" (al decir suma se refieren a poner una fila de puntos como base que contiene un punto más que la base anterior). Algunos alumnos en lugar de llamarle base le llaman lado del triángulo".*

(6 rep.) *"Ir aumentando los puntos de los triángulos. 2 puntos, 3 puntos, 4 puntos, 5 puntos, etc.".*

(2 rep.) *"Al triangular anterior se le pone una fila de puntos con un punto más".*

(1 rep.) *"A cada uno de los lados se le añade uno más".*

(1 rep.) *"A los puntos de la base cada vez se suma uno más".*

De tipo aritmético (R_4) tenemos:

(1 rep.) *"A los puntos de un lado se le suma uno y se suman los puntos totales y te da los totales siguientes".*

(2 rep.) *"Pones un número igual al de puntos de la base, ej. 5, y sumas 5 + 4 + 3 + 2 + 1 te da el triángulo equilátero 15".* (Cada una de las respuestas presenta un ejemplo distinto).

(2 rep.) *"Sabemos el valor sumando la base más un número menos, así llegamos hasta uno".*

(3 rep.) *"A 1 se le suman 2, a 3 se le suman 3, a 6 se le suman 4, al 10 se le suman 5...".*

(2 rep.) *"A uno se le suman 2, y cada vez uno más".*

En estos casos en los que se intentan sumar los números empezando por el más grande y llegando hasta 1, o empezando en 1 para llegar al mayor que tengan, aparecen indicios de expresiones algebraicas (R_5).

(1 rep.) *"N°b de T_1 + N°b de T_2 + N°b de T_3 + y así hasta llegar al n° de T que desees".*

(2 rep.) *"(N°b) + (N°b-1) + (N°b-2) + ... hasta llegar a 1".*

También se enuncian relaciones de formación en función de la posición u orden que ocupa cada número triangular en la secuencia; la formación expresa el dato T_n mediante el valor de la variable n que establece el dominio de esta secuencia sumado con el término que le precede T_{n-1} (R_6).

(2 rep.) *"El número que tiene T debajo, se le va sumando al triangular anterior".*

(1 rep.) *"Se le va sumando al anterior el número del nombre del siguiente triángulo".*

(1 rep.) *"El valor más el nombre del siguiente te da el valor siguiente".*

(1 rep.) *"Si al valor le sumamos el nombre del siguiente, te da su valor, ejemplo: $T_7 = 28$, $28 + 8 = 36$ y $T_8 = 36$".*

(1 rep.) *"Si sumamos al número de T el valor te da el siguiente".*

(1 rep.) *"El número que tenga T se le suma al valor del triángulo y te da el siguiente triángulo".*

(1 rep.) *"Al T_7 le sumo 8 y consigo T_8 y así todos los demás".*

• Relaciones de divisibilidad (R_7).

(1 rep.) *"Todos los triangulares son divisibles por tres, de dos en dos".*

(1 rep.) *"T_2 y T_3 son divisibles por tres".*

(2 rep.) *T_4 y T_5 son divisibles por cinco".*

(1 rep.) *"T_7 y T_8 son divisibles por dos".*

(1 rep.) *"T_9 y T_{10} son divisibles por cinco".*

(1 rep.) *"T_3 es seis veces menor que T_5".*

(1 rep.) *"T_3 y T_4 son divisibles por dos".*

• Otras Relaciones (R_8).

(1 rep.) *"En los triangulares impares, el lado del triángulo por los puntos que tiene su altura, me da el total de puntos".*

No correctas

(1 rep.) *"Para calcular T_{10}, si sabes T_7 sumas a T_7 10 y te sale T_{10}".*

(1 rep.) *"Para calcular T_{20} sumas $T_7 + 20$".*

(1 rep.) *"Para calcular T_1 se resta $T_3 - T_2$".*

(1 rep.) *"Si restas al T_6 el T_2 te da el T_1".*

(2 rep.) *"Para calcular T_{15} se multiplica $T_5 \times T_3$".*

(1 rep.) *"Para calcular T_6 multiplico $T_2 \times T_3$".*

(1 rep.) *"Si divides T_6 entre T_5 te da T_1".*

(1 rep.) *"Hay tres números consecutivos divisibles por tres y dos no, comenzando por el 1".*

No inteligibles

(1 rep.) *"Se suma la base de los puntos. La suma de todos los puntos. Los números de T se suman".*

(1 rep.) *"Si al triangular 28 le cuentas los triángulos de tres que tiene dentro, te salen los triángulos, 3 que hay en total".*

(1 rep.) *"Según su orden, los lados son iguales. Casi todos son divisibles por tres".*

(1 rep.) *"Por ejemplo T_{20} pues 20 puntos de base y el mismo proceso para todos".*

(1 rep.) *"Multiplicando la base por un número".*

(1 rep.) *"El valor lo recibe según los puntos".*

(1 rep.) *"A T_4 le sumas lo que resta para llegar a T_{10} y a este le sumas los puntos totales del T_4 te da los totales del T_{10}".*

(1 rep.) *"A partir del T_1 se van sumando los puntos por dentro".*

(1 rep.) *"Sumando la base y restando la base así se sabe".*

Nuestra interpretación de la producción de los alumnos es la siguiente. En un primer caso, hay alumnos que *destacan la relación que existe entre los puntos que forman la representación de cada número triangular y el nombre del número*; así, hay 5 casos en los que se señala que el nombre del número coincide con el número de puntos que hay en la base de su representación; igualmente, hay tres alumnos que expresan que hay un aumento del número de puntos al ir creciendo el triángulo.

En un segundo caso se presentan una familia de argumentos que responden a la cuestión destacando *algún modo de relación para la formación de los números triangulares.* Se identifica en estos casos la relación de formación con la idea de "patrón triangular", dotando de significado a la expresión "relación para formar los números que se ajustan al patrón triangular".

Los argumentos empleados son los siguientes:

A_1: Argumento geométrico; el significado se fija sobre una relación que aparece en la figura geométrica correspondiente; lleva una ilustración junto a cada explicación.

A_2: Argumento aritmético; el significado se establece sobre una relación aritmética que sirve para obtener un nuevo número triangular, sin prescindir de la referencia geométrica.

A_3: Argumento geométrico-algebráico; el significado se establece identificando el dato "puntos de la base" como una variable -b- en función de la cual se establece el total de los puntos.

A_4: Argumento ordinal; cada número se identifica con la posición que ocupa en la secuencia, que viene dado por su subíndice. En este caso el valor de cada T_n se quiere dar en función de la variable n.

A_5: Argumento recurrente; cada término de la secuencia se expresa en función del término anterior mediante alguna expresión recurrente.

En el caso de los números triangulares A_4 y A_5 aparecen conjuntamente, con la ley $T_n = T_{n-1} + n$ que de, un modo u otro, se establece. La conjunción de A_4 y A_5 proporciona un argumento funcional para dotar de significado la noción de relación de formación de los números triangulares.

Un tercer caso lo proporcionan aquellos alumnos que establecen *relaciones de divisibilidad* entre distintos números triangulares. Son relaciones sencillas y todas ellas correctas.

Un cuarto caso lo forman aquellos alumnos que descubren una *fórmula para obtener el total de puntos de los números triangulares* impares, mediante reajuste al caso discreto de la fórmula que permite calcular la superficie de un triángulo.

El quinto caso lo proporcionan aquellos alumnos que tratan de establecer *relaciones aritméticas entre distintos números triangulares.* Todas las relaciones propuestas son incorrectas; de ellas 4 son aditivas y 5 multiplicativas.

Finalmente, hay un sexto caso en el que incluimos los enunciados tentativos, es decir, que tratan de expresar de algún modo una relación sin conseguir completar la idea. Entre estos enunciados tentativos encontramos:

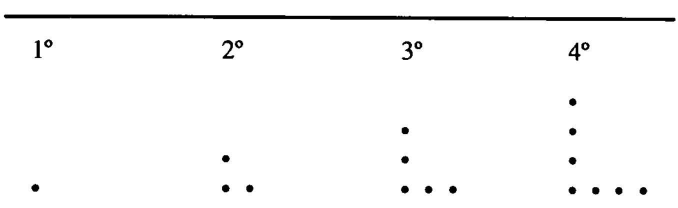
- Los que hacen referencia al proceso de formación mediante suma de números consecutivos (1°, 4°, 8° y 9°).
- Los que ponen el énfasis en la consideración de la figura y su análisis en términos geométricos (2°, 3° y 5°).
- Los que expresan una idea general, sin interpretación especial (6°).
- Enunciados absurdos (7°).

La producción recogida con esta tarea ponen de manifiesto intuiciones muy claras sobre cómo expresar el número de puntos -o el valor numérico- de los números triangulares. Destaca especialmente la siguiente idea: la virtualidad de *la correspondencia entre el patrón de representación puntual y la expresión aritmética,* que produce una integración de expresiones y de argumentos entre estos dos sistemas simbólicos diferentes para la representación de números.

3.2. Segunda Tarea

Hemos denominado a esta tarea Tarea B; su enunciado dice:

- A continuación tienes una secuencia puntual:



Dibuja el término 5°.

Dibuja la figura que ocuparía el lugar n.

Debajo de cada figura indica el número que representa.

Escribe debajo de cada número su desarrollo, de manera que esté de acuerdo con la representación.

Escribe a continuación como se llaman estos números.

El análisis de los resultados de esta tarea proporciona información de la comprensión mostrada por los alumnos sobre el contenido "*expresión del término general de una secuencia lineal*", respecto a los apartados: significado atribuido a la expresión "término general de una secuencia"; generalización del desarrollo numérico o estructura aritmética de los términos de una sucesión: el paso a n; generalización del patrón de los términos de una sucesión: el uso de puntos suspensivos o esquemas abiertos; notación algebraica del término general de una sucesión.

La expresión del término enésimo que han proporcionado los alumnos a partir de la secuencia numérica es como recoge la tabla 3.

Tabla 3. *Término enésimo a partir de la secuencia numérica*

término enésimo	no se escribe	n	n+1	2n	3n	n+(n-1)	(n+n)-1	2n-1	n^2	total
frecuencia	3	21	1	1	1	2	1	3	1	34
Porcentaje	9%	6%	3%	3%	3%	6%	3%	9%	3%	

La escritura del término enésimo a partir de los desarrollos aritméticos de los términos de la secuencia presenta las variantes que indica la tabla 4.

Tabla 4. *Término enésimo a partir del desarrollo*

término enésimo	no se escribe	n	n+1	n+(n-1)	n.n	n+n	n+(n+1)	n+1+n	n+2n	n°-n
frecuencia	1	1	1	10	2	15	1	1	1	1
Porcentaje	3%	3%	3%	29%	6%	44%	3%	3%	3%	3%

La Tarea B pone de manifiesto que:

La representación puntual del término enésimo de la secuencia puntual de números impares es sencilla; todos los alumnos excepto 2, utilizan el convenio de dejar unos espacios de distancia y señalar con *n* la dimensión de la fila de puntos correspondiente.

Cuando hay que escribir el término enésimo 3 alumnos no escriben nada y 21 escriben n; tenemos que el 70% de los alumnos *confunden el significado de término enésimo con posición que ocupa dicho término.*

Solamente 6 alumnos (18%) proporcionan la expresión correcta, directamente, desde la secuencia numérica.

La secuencia de los desarrollos aritméticos de cada uno de los términos la realizan correctamente todos los alumnos excepto uno; el término general del desarrollo lo expresan correctamente 10 alumnos (29%), lo que supone una mejora respecto del apartado anterior.

Inicialmente hay 21 alumnos que escriben n para el término general; después de hacer el desarrollo solamente 1 escribe n.

Hay 17 alumnos que se aproximan a la expresión correcta escribiendo n+n, n+(n+1) o n+1+n; un análisis de los desarrollos de los términos con estos alumnos les puede llevar a la expresión correcta.

4. CONCLUSIONES

Un objetivo cubierto en nuestro trabajo ha sido introducir a los escolares del Primer Ciclo de Secundaria (12-14 años) en el sistema simbólico de representación que hemos denominado Configuración Puntual y emplear estas representaciones como recurso visual para realizar un análisis estructural de números que comparten un mismo patrón de representación; de este modo obtenemos el desarrollo aritmético (aditivo/multiplicativo) que comparten los términos de una misma secuencia. A partir de las *conexiones establecidas* entre la *secuencia numérica, la secuencia de representaciones y la secuencia de desarrollos aritméticos,* evaluamos la comprensión que muestran los escolares en establecer relaciones entre números y reconocer y utilizar patrones y llegar a una generalización de la estructura común que tienen los términos de una secuencia.

Así, en la Tarea A se ha podido valorar la integración entre desarrollo aritmético de un número y representación geométrica del mismo número mediante una configuración puntual. También hemos visto distintos modos de interpretar la idea de que los términos de una secuencia son números que comparten una estructura; la comprensión resulta más elaborada conforme la idea de estructura compartida integra la organización geométrica y aritmética de los términos de la sucesión.

En la Tarea B hemos apreciado la confusión que se genera cuando se pregunta por el término general de una secuencia, cuyos primeros términos se presentan en la notación usual. La expresión del término general de una sucesión proporciona algún modo de análisis operatorio de todos los términos de la secuencia; la escritura del término general es un desarrollo aritmético generalizado. Por ello, resulta una actividad muy compleja pasar de los primeros términos al término general sin haber realizado previamente el desarrollo aritmético de dichos primeros términos. En cada caso, la evaluación debe profundizar las características 1 y 2 señaladas por Webb, anteriormente citadas.

Con carácter general, hemos de destacar que las configuraciones puntuales empleadas constituyen un modelo figurativo que permite ampliar los sistemas simbólicos usuales de representación de los números naturales estos, a su vez, respetan un patrón de formación lo que da lugar a una mejora en las representaciones internas de los alumnos.

Un cierto punto de vista considera la matemática como la ciencia que estudia las regularidades, que trabaja sobre patrones "La matemática descubre patrones en los números, en el espacio, en el procesamiento de la información y en la imaginación" (Steen, 1988; pg. 616). Crear y reconocer patrones es una estrategia importante en la resolución de problemas matemáticos sobre todo en aquellos casos en los que las cuestiones pueden ser resueltas examinando casos especiales; organizando los datos sistemáticamente; determinando un patrón; y utilizando el patrón construido para obtener la respuesta (Stacey, 1989; N.C.T.M.). En nuestro trabajo hemos utilizado esta estrategia con un determinado tipo de patrones para estudiar la comprensión de los alumnos sobre secuencias lineales y cuadráticas.

Se ha puesto de manifiesto que estas representaciones proporcionan un modelo intuitivo para el desarrollo del pensamiento numérico, que potencia la comprensión de la noción de sucesión así como la noción de término general de una sucesión y su expresión mediante fórmula o notación algebraica a través del análisis de la estructura numérica común a los términos de una sucesión, que se realiza a partir de la representación de sus términos mediante configuraciones puntuales.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

CASTRO, E. (1994): *Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales. Estudios con Escolares de Primer Ciclo de Secundaria (12-14 años).* Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada.

CASTRO, E. y RICO, L. (1994): "Visualización de Secuencias Numéricas". *UNO*, nº 1, pp. 75-84.

HIEBERT, J. y CARPENTER, T. (1992): "Learning and Teaching with Understanding". En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Grouws D. (ed.) Macmillan, New York.

KILPATRICK, J. (1992): "A History of Research in Mathematics Education". En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Grouws, D. (ed.) Macmillan, New York.

NESHER, P. y KILPATRICK, J. (eds.) (1990): *Mathematics and Cognition*. ICMI Study Series. Cambrige University Press, Cambrige.

RESNICK, L. y FORD, W. (1990): *La Enseñanza de las Matemáticas y sus Fundamentos Psicológicos*. Paidós MEC, Barcelona.

SKEMP, R. (1980): *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Morata, Madrid.

STACEY, K. (1989): "Finding and using Pattersn in Linear Generalising Problems". *Educational Studies in Mathematics*, V. 20, pp. 147-164.

STEEN, L. (1988): "The Science of Patterns". Science V. 240, pp. 611-616.

WEBB, N. (1992): "Assessment of Students' Knowledge of Mathematics: Steps Toward a Theory". En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Grouws, D. (ed.) Macmillan, New York.

WITTROCK, M. (1990): "Procesos de Pensamiento en los alumnos". En *La Investigación en la Enseñanza III*. Wittrock (ed.). Paidós Educador, Barcelona.