

Tareas en la formación inicial de maestros para la construcción de conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas

M.^ª Isabel PASCUAL MARTÍN
Nuria CLIMENT RODRÍGUEZ
Myriam CODES VALCARCE
Juan Pedro MARTÍN DÍAZ
Luis Carlos CONTRERAS GONZÁLEZ

Datos de contacto:

M.^ª Isabel Pascual Martín
Universidad de Huelva
isabel.pascual@ddcc.uhu.es

Nuria Climent Rodríguez
Universidad de Huelva
climent@ddcc.uhu.es

Myriam Codes Valcarce
Universidad de Huelva
myriam.codes@ddi.uhu.es

Juan Pedro Martín Díaz
Universidad de Huelva
juan.martin@ddcc.uhu.es

Luis Carlos Contreras González
Universidad de Huelva
lcarlos@uhu.es

Recibido: 30/03/2023
Aceptado: 10/06/2023

RESUMEN

La formación inicial de maestros, en relación con la enseñanza de las matemáticas, constituye un reto que debe afrontarse desde los resultados de investigación sobre conocimiento profesional propios del área. Estas investigaciones han permitido desarrollar un modelo sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas que puede usarse para estructurar programas y tareas de formación de profesores. Nuestro objetivo es reflexionar sobre la evolución de las tareas formativas propuestas en un curso de didáctica de la geometría en el Grado de Maestra/o de Primaria, como consecuencia de la transferencia de resultados de investigación. El foco de la tarea se sitúa en la construcción de la definición de polígono y en la ejemplificación como herramienta de enseñanza. Realizamos un análisis de contenido del diseño e implementación de la tarea en dos momentos (con datos de la videograbación y producciones de los estudiantes para maestro). Se constata que la movilización de conocimiento didáctico del contenido es más evidente en el segundo momento de implementación, en parte por el papel del análisis de un video de una clase real de Primaria. Los resultados ponen de manifiesto la importancia de una mirada teórica sobre el conocimiento que se pretende construir con las tareas formativas.

PALABRAS CLAVE: conocimiento especializado; matemáticas; formación del profesorado; tareas profesionales.

Tasks for the construction of specialised knowledge for mathematics teaching in preservice teacher education

ABSTRACT

Preservice teacher education, related to mathematics teaching, is a challenge that must be addressed taking into account research on professional knowledge in the area. This research has made it possible to develop a model of mathematics teacher specialised knowledge that can be used to structure teacher training programmes and tasks. Our aim is to reflect on the evolution of the training tasks proposed in a geometry didactics course in Primary Education Degree, as a consequence of transferring research results. This study focuses on the construction of the definition of polygon and exemplification as a teaching tool. We conducted a content analysis of the design and implementation of a task at two points in time (with data from the video recording and prospective teachers' productions). It was found that the mobilisation of pedagogical content knowledge is more evident in the second moment of implementation, partly due to the role of the analysis of a real primary school lesson video-recorded. The results highlight the role of a theoretical view about the professional knowledge that the training tasks are intended to build.

KEYWORDS: specialised knowledge; mathematics; teacher education; professional tasks.

Introducción

En la formación inicial del profesorado de matemáticas debe mobilizarse un conocimiento disciplinar que los estudiantes para maestro (en adelante EPM) a priori conocen, aunque se ha constatado que es débil (Lloyd, 2006). Por ello, debemos enfrentar a los EPM a situaciones que les concedan oportunidades para reconstruir y desarrollar ideas matemáticas útiles y potentes.

Pero la reconstrucción del conocimiento matemático, siendo necesaria, no es suficiente. Se requieren tareas basadas en escenarios de aula realistas que capturen cuestiones matemáticas clave e incluyan también aspectos esenciales como la gestión en el aula, situando a los EPM ante la complejidad de las situaciones del aula, donde abordar problemas del aprendizaje matemático (Biza et al., 2015).

Swan (2007) abunda en estos principios para el diseño de tareas, enfatizando la importancia de centrarse en obstáculos conceptuales significativos y características esenciales de las situaciones de enseñanza-aprendizaje matemático. Se generan así tareas destinadas a fomentar la discusión de conceptos, representaciones y conceptualizaciones erróneas, abriendo el camino para pensar en posibilidades de gestión alternativa.

La investigación ha proporcionado amplia evidencia de que trabajar con videos de lecciones de aula desarrolla habilidades reflexivas de los futuros maestros (Borko et al., 2011). Después de intervenciones basadas en videos, éstos se fijan más en los

alumnos (que en el profesor), en las matemáticas en juego (a expensas de cuestiones pedagógicas generales), son más descriptivos que evaluativos y usan más argumentos teóricos (Vondrová, 2019). Así, movilizan no solo conocimiento matemático, sino sobre todo, conocimiento didáctico del contenido.

Nuestra propuesta se sustenta en el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Carrillo et al., 2018), que se ha revelado útil para organizar y analizar tareas formativas en estudios anteriores (Climent et al., 2016; Montes et al., 2019).

El objetivo de este trabajo es reflexionar, en el sentido de Schoenfeld y Kilpatrick (2008), sobre la evolución de una tarea formativa centrada en la construcción de la definición de polígono que ha sido propuesta en un curso de didáctica de la geometría en el Grado de Maestra/o de Primaria, como consecuencia de la transferencia de resultados de investigación. Para ello, nos centraremos en mostrar cómo el modelo MTSK influye en la evolución del diseño y gestión de dicha tarea formativa. Presentaremos dos momentos del diseño de la tarea, analizando tanto el conocimiento didáctico del contenido pretendido como el movilizado en el aula de formación.

Marco conceptual

En adelante, profundizaremos en los elementos teóricos con los que se alinea nuestra propuesta formativa reflexionando sobre el modelo MTSK como estructurador de la formación, la práctica matemática de definir y la ejemplificación en el aula de matemáticas.

El Modelo de Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas en formación inicial

En este trabajo, nos centraremos en cómo se construye conocimiento didáctico del contenido matemático en el aula de formación inicial de maestros, usando la perspectiva del modelo MTSK.

El modelo MTSK mantiene la división entre conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido (PCK) (Shulman, 1986), y aporta la inclusión de las creencias y la consideración de la especialización del conocimiento profesional en su totalidad. Otra de las aportaciones del modelo MTSK es su detalle en la descripción de distintos subdominios y categorías de conocimiento. Profundizaremos en la descripción de los subdominios del PCK, por ser el foco de este trabajo.

El PCK surge de la reflexión sobre las matemáticas en relación con su enseñanza, su aprendizaje y su secuenciación y, en consecuencia, se divide en tres subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). La enseñanza sobre un tópico debe incluir consideraciones respecto de las distintas teorías sobre la enseñanza del contenido; sobre estrategias, técnicas, tareas y ejemplos de enseñanza; y sobre posibles recursos. Todo ello formaría parte del KMT del profesor. Asimismo, con el foco en el aprendizaje (KFLM), la enseñanza involucra consideraciones respecto de las principales fortalezas y dificultades; las formas de interacción con el contenido

matemático que manifiestan los estudiantes; posibles teorías sobre cómo se aprenden estos contenidos; e intereses y expectativas habituales de los estudiantes hacia el aprendizaje de contenidos matemáticos. Por último, el KMLS se refiere a consideraciones respecto de los distintos niveles de secuenciación y aprendizajes esperados en distintos grupos de edad.

La práctica de definir y la ejemplificación

En el proceso de construcción de un concepto matemático se ven involucradas dos prácticas matemáticas: definir y clasificar, que pueden considerarse complementarias (Muñoz-Catalán et al., 2013) dado que la definición de un concepto puede ser vista como el criterio para clasificar casos en ejemplos o no ejemplos del concepto (Haj-Yahya et al., 2021). De hecho, para Shir y Zaslavsky (2001), la construcción de una definición requiere previamente de la clasificación de ejemplos y no ejemplos.

El propio Freudenthal (1973) ya reclamaba que en las escuelas los estudiantes construyeran una definición, en lugar de darles directamente una. Como este autor, muchos otros han defendido la potencialidad de “definir” como práctica matemática escolar, tan importante como resolver problemas o demostrar (De Villiers, 1998). Recibir una definición dada, en general, no resulta en una comprensión del concepto. Así, la imagen del concepto en muchas ocasiones es inconsistente con su definición, siendo más fuerte en la comprensión del mismo la imagen que la definición (Hershkowitz, 1989). Estos resultados, constituyen la base del conocimiento de la enseñanza (KMT) que es objetivo de la tarea, en relación con la categoría de *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*, en el contexto del modelo MTSK.

En esta diferenciación entre imagen del concepto (que incluye todos los ejemplos, atributos y procesos que un aprendiz asocia al concepto) y definición del concepto (los atributos que son necesarios y suficientes para construir una definición) se destaca el carácter personal del proceso de construcción de un concepto. De este modo, la imagen y la definición de un concepto puede ser diferente de un aprendiz a otro y en un mismo aprendiz en diferentes momentos (Haj-Yahya et al., 2021). El conocimiento del papel de la imagen y la definición de un concepto en su aprendizaje constituye conocimiento sobre *teorías de aprendizaje* (KFLM). Es habitual que determinados ejemplos, denominados prototípicos, sean considerados por el aprendiz como representativos del concepto por exceso de exposición a los mismos, de modo que se convierten en la imagen de referencia en la comparación con otros ejemplos (Hershkowitz, 1989). Este efecto de los ejemplos prototípicos y la inconsistencia entre definición e imagen del concepto se ha documentado ampliamente tanto en estudiantes de niveles obligatorios como en profesores en ejercicio y futuros profesores (Hilf, 2021) (KFLM, *fortalezas y dificultades*).

En este artículo nos centraremos en definiciones descriptivas (Sinclair et al., 2016). Estas parten de un conjunto de propiedades de un concepto conocido que son analizadas hasta obtener un subconjunto de propiedades necesarias y suficientes para definir el concepto.

En el proceso de construcción de definiciones cobra especial relevancia las actividades de ejemplificación que, como práctica docente, involucra conocimiento interconectado de diferente naturaleza (Bills et al., 2006). El aprendizaje de esta

práctica vehicula la construcción de conocimiento didáctico del contenido matemático, cuando se incluyen consideraciones de secuenciación de los ejemplos (KMT – Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) e interacción de los alumnos con el contenido matemático (KFLM – Formas de interacción con el contenido matemático). En relación con la variación de los elementos matemáticos, tomamos como referente los aportes de Kullberg et al. (2017) sobre las dimensiones de variación de un concepto, entendiendo que la apreciación que hacen los EPM de lo que puede variar o no en el concepto, contribuye a que tomen conciencia de las ventajas y limitaciones de diferentes ejemplos en el aula de primaria. Asimismo, consideraremos el uso de ejemplos extremos y no ejemplos (aquellos que, satisfaciendo algunas de las características definitorias, no cumplen alguna otra, Bills et al., 2006).

Método

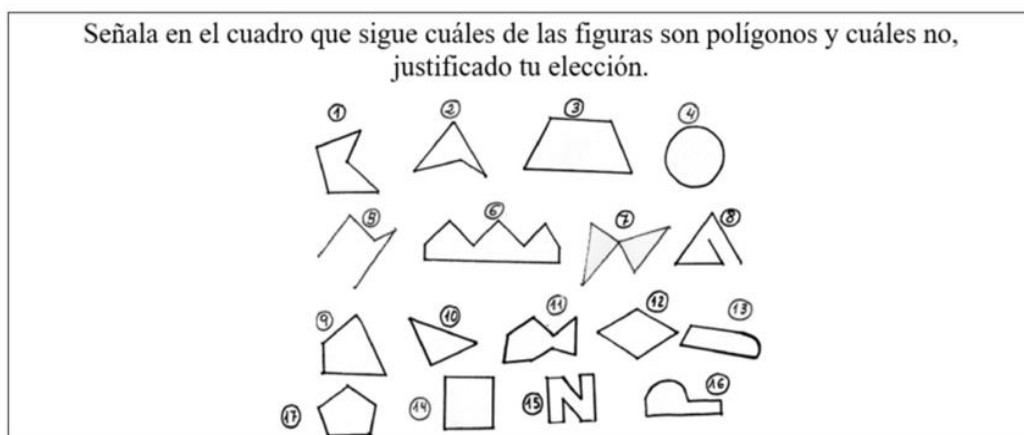
Bajo la perspectiva de una investigación de diseño (Cobb & Gravemeijer, 2008), nos ocupamos del diseño e implementación de tareas para la formación inicial del Maestro de Primaria (en concreto en el Grado en Educación Primaria en la Universidad de Huelva), divididas en actividades concretas.

La tarea inicial (momento 1) se diseñó a partir de un vídeo de una clase de quinto de Primaria que los EPM no visualizan. En el vídeo, la maestra presenta a sus alumnos una ficha con un conjunto de diecisiete figuras planas, indicándoles que algunas son polígonos y otras no, y les pide que identifiquen de forma argumentada cada tipo.

A los EPM, tras una breve descripción de lo que ocurre en la clase de Primaria, se les plantean tres actividades. La primera de ellas consiste en presentarles la misma ficha utilizada por la maestra con idénticas indicaciones a las dadas a sus estudiantes (Figura 1).

Figura 1

Actividad 1 – Momento 1



A la acción de señalar cuáles de las 17 figuras planas son polígono y cuáles no, con su argumentación correspondiente, se acompaña una indicación acerca de los aspectos sobre los que queremos que reflexionen: ¿Con qué argumentos acordamos incluir o no a determinadas figuras como polígonos? ¿Cuáles son las razones que hemos manejado? ¿Por qué puede interesar incluir o no determinadas características en el concepto de polígono? ¿Hay una definición única de polígono? ¿Qué podrían aprender los alumnos de primaria con una actividad como esta? ¿Qué interés tiene frente a haberles dado una definición? ¿Es la definición un descubrimiento o una construcción? Esta actividad ha de concluir con una definición de polígono dada por los EPM.

En la segunda actividad se pide a los EPM que, sobre la base de la definición dada en la actividad anterior, decidan si la siguiente figura (Figura 2) es o no un polígono:

Figura 2

Actividad 2 – Momento 1



Finalmente, en la tercera actividad, se les pide que busquen y comparen definiciones de polígono en libros de Primaria. La selección de los libros y las definiciones depende de su propio criterio.

La tarea del segundo momento forma parte de un proyecto de investigación educativa¹ en el que se pretendía diseñar tareas para la formación inicial de maestros de Primaria partiendo del análisis de vídeos de aula de Primaria, seleccionados y editados para tal fin.

En primer lugar, se plantea a los EPM el visionado de una clase real en la que se está construyendo la definición de polígono en quinto de Primaria. En este momento, el vídeo es de un maestro que saca una figura de cartulina, que resulta ser un rectángulo, de una bolsa opaca y la pega en la pizarra. No se da ninguna instrucción para la distinción entre figuras y sucesivamente diferentes niños van extrayendo figuras y deciden si la colocan en algún grupo ya hecho o en otro, sin explicitar el criterio de clasificación. A partir de la clasificación obtenida, en dos grupos (Figura 3), construyen una definición de polígono.

¹ *Un experimento de enseñanza sobre el uso de material didáctico multimedia en la formación de maestros de Primaria*. XX Convocatoria de Proyectos de Innovación Docente, Investigación Educativa y de Intercambio entre Empresas e Instituciones de la Universidad de Huelva (2018/2019).

En un primer visionado, los EPM anotan libremente qué aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje observan en la sesión y, posteriormente, realizan un segundo visionado atendiendo a indicadores dados en una tabla de análisis (Montes et al., 2022). Ambos análisis se realizan de modo individual y se ponen en común en el gran grupo.

En una sesión posterior, se les propone una segunda actividad que pretende reflexionar sobre la ejemplificación como estrategia para la enseñanza. En este caso se plantea el análisis del conjunto de ejemplos que se usa en el vídeo del aula de Primaria para construir la definición de polígono. Así, a partir de la lectura de Kullberg et al. (2017), se les plantea completar una tabla de valoración (Figura 3) y, a continuación, si añadirían más figuras.

Figura 3

Actividad 2 – Momento 2



INDICADOR	VALORACIÓN (de 1 a 5)
Variabilidad en las posiciones: cómo el conjunto de ejemplos contempla o no los distintos apoyos de las figuras, evitando las posiciones prototípicas	
Variabilidad de las características: capacidad del conjunto de ejemplos para poner de relieve los elementos que pueden distinguir unas figuras de otras.	
Potencialidad para generar grupos que describa propiedades comunes: grado en el que las figuras propuestas permiten clasificaciones en distintos subgrupos.	
Variabilidad en los elementos de los mismos grupos: capacidad del conjunto de ejemplos para evidenciar agrupaciones múltiples en las que se observen la confluencia de distintas propiedades.	
Capacidad para abarcar ejemplos extremos: grado en el que el conjunto de ejemplos permite la construcción de figuras cuyas características no son evidentes a primera vista	

Ambas tareas fueron desarrolladas por el mismo formador en dos momentos temporales distintos. Los EPM que participaron, cursaban el cuarto curso del grado y, aunque habían cursado tres materias de Didáctica de la Matemática organizadas por temas, esta asignatura es la primera que cursaban sobre Didáctica de la Geometría. Las sesiones fueron videograbadas y se recogieron las producciones de los estudiantes en el segundo momento de implementación. Las grabaciones en vídeo de las implementaciones en los dos momentos fueron transcritas y, para este artículo, hemos analizado el conocimiento movilizado en el aula usando como instrumentos de análisis los subdominios y categorías del conocimiento didáctico del contenido, PCK, del modelo MTSK. Estos, se han aplicado a los fragmentos de información seleccionados en procesos de identificación paralelos entre los investigadores, garantizando así la fiabilidad, siguiendo la metodología de análisis de contenido (Krippendorff, 1980). Los episodios seleccionados se compararon y consensuaron bajo indicadores de claridad y acuerdo entre los autores.

Centrarnos en el PCK tiene dos motivos. El primero, la dificultad de promover su

construcción en la formación inicial (Climent et al., 2016). El segundo, que uno de nuestros objetivos del diseño en el momento 2 era reforzar su promoción. De aquí que en este artículo reflexionemos especialmente sobre el uso del modelo MTSK para el diseño de tareas formativas para la construcción de conocimiento didáctico del contenido.

Diseño e implementación de una tarea profesional

Evolución en el diseño de una tarea

En las dos tareas propuestas pueden identificarse características comunes. Ambas se centran en el desarrollo de conocimiento especializado (desde la perspectiva del MTSK), abordando de modo integrado conocimiento matemático y didáctico del contenido. Las dos tareas se sitúan en escenarios de aula realistas y se enfocan en una cuestión matemática clave, la construcción de la definición de polígono, directamente relacionada con la formación del concepto (Biza et al., 2015).

Sin embargo, pueden identificarse diferencias, que muestran una evolución en su diseño.

En primer lugar, si bien en el momento 1 el punto de partida que inspira las actividades es el video de una clase real de Educación Primaria, la clase real no es objeto de estudio por parte de los EPM, sino que son los formadores los que extraen elementos de la clase (la tarea que propone la maestra en el aula) para diseñar las actividades formativas. Frente a esto, en las actividades del momento 2, el vídeo se convierte en fuente de reflexión directa para los EPM.

En segundo lugar, en el segundo diseño se espera que el análisis del vídeo lleve a un cuestionamiento de la situación que motive la siguiente actividad (ejemplificación). De este modo, al análisis de una situación de aula se añade la profundización en un aspecto didáctico-matemático significativo de la misma, con una mirada fundamentada en aportaciones de la investigación en Educación Matemática.

En tercer lugar, en las actividades del momento 1, el punto de partida es de carácter eminentemente disciplinar (Figura 1), bajo el supuesto de que es necesario una reflexión sobre el contenido para poder hacer una reflexión didáctica (Agathangelou & Charalambous, 2021). Por el contrario, en el momento 2, la actividad inicial es la observación de fragmentos de la videograbación de una clase real de Primaria para movilizar tanto MK como PCK.

De manera global, el cambio en el diseño se debe a la pretensión de sumergir a los EPM en la complejidad de una situación real de aula y en hacer un mayor énfasis, en relación con la profundización y sistematización, en el desarrollo de PCK, incluyendo aportaciones de la investigación.

En las tablas que siguen se presentan a modo comparativo el conocimiento especializado que se pretende construyan los EPM con las tareas de los diferentes momentos (Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3).

Tabla 1

KMT pretendido en las tareas de los momentos 1 y 2

	MOMENTO 1	MOMENTO 2
Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Tareas para aprender la práctica matemática de definir y el concepto de polígono Ejemplos prototípicos y consecuencias en el aprendizaje Gestión y validación en el aula de matemáticas	Tareas para aprender la práctica matemática de definir y el concepto de polígono Ejemplos para la enseñanza de la construcción de una definición de polígono
Recursos	Definiciones de polígono en los libros de texto	Recursos para la enseñanza de la práctica matemática de definir y el concepto de polígono
Teorías de enseñanza	Uso de la ejemplificación en la enseñanza, dimensiones de variación y transparencia de ejemplos	

Tabla 2

KFLM pretendido en las tareas de los momentos 1 y 2

	MOMENTO 1	MOMENTO 2
Fortalezas y dificultades	Ejemplos prototípicos y consecuencias en el aprendizaje	Estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos en relación con la construcción de una definición de polígono Dificultades de aprendizaje derivadas de la enseñanza del concepto de polígono (incluyendo ejemplos prototípicos)
Formas de interacción		Ideas intuitivas en relación con la construcción de una definición de polígono Características de la imagen mental sobre polígonos de los alumnos de Primaria
Teorías de aprendizaje	Imagen y definición de un concepto geométrico	Imagen y definición de un concepto geométrico

Tabla 3

KMLS pretendido en las tareas de los momentos 1 y 2

	MOMENTOS 1 y 2
Expectativas de aprendizaje	Resultados de aprendizaje esperado en 5º EP en relación con la definición de polígono

La atención sobre el aprendizaje de la práctica matemática de definir y del concepto de polígono está presente en ambos momentos. También se persigue la construcción de conocimiento sobre actividades escolares para el aprendizaje de definir, en relación con el concepto de polígono (Tabla 1), sirviendo la actividad analizada (momento 1) y

la observada (momento 2) como ejemplos de ello. Están presente igualmente en los dos momentos los ejemplos prototípicos y sus consecuencias en la restricción de la imagen del concepto de los estudiantes de Primaria (KFLM), ya que tanto en el momento 1 como en el momento 2 se presentan ejemplos en posiciones no prototípicas. A esto se añade en el momento 2, la construcción de conocimiento sobre teorías de enseñanza relativas a la ejemplificación en la enseñanza de la matemática, con la lectura de Kullberg et al. (2017) y su aplicación en la tabla de valoración.

El papel de los ejemplos prototípicos en el aprendizaje matemático va acompañado de la toma de conciencia de la construcción de una imagen mental y una definición ligadas al aprendizaje de un concepto geométrico (Tabla 2), discusión que se va integrando en los dos momentos de implementación.

En el momento 2 se pretende que los EPM extraigan estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos, así como ideas intuitivas, al realizar el análisis del vídeo con la plantilla propuesta. Esto vendría posibilitado por la observación de estudiantes de Primaria en un contexto real de aprendizaje, mientras que es más difícil en el tipo de tareas del momento 1, al no haberse incluido producciones (reales o simuladas) de estudiantes de Primaria. Puede apreciarse, en este sentido, que en las tareas del momento 1 el foco en la construcción de KMT y KFLM tiene carácter teórico o hipotético. Sin embargo, se espera que la inclusión del vídeo en el momento 2 permita el inicio de construcción de conocimiento a partir del KFLM (expectativa apoyada por experiencias previas, (Climent et al., 2016). No obstante, en los dos momentos, la construcción de KMLS emerge durante la discusión sobre otros subdominios de conocimiento y se limita a reflexionar sobre qué es esperable en el nivel observado.

En síntesis, en la tarea implementada en el momento 2 respecto a la del 1, se incorpora la construcción de conocimiento sobre cómo interaccionan los estudiantes con definir y la definición de polígono y se fortalece el análisis de los ejemplos en la enseñanza de los contenidos. El cambio de foco pretendía que los EPM pudieran profundizar en cuestiones de conocimiento didáctico del contenido estableciendo nexos entre conocimiento teórico (teoría de la variación) y conocimiento práctico diferido (a través del análisis del vídeo).

Evolución en el conocimiento didáctico del contenido movilizado en el aula

El análisis del conocimiento movilizado en los dos momentos de la tarea pone de manifiesto la evolución descrita anteriormente. En el primer momento de implementación de la tarea, la mayoría de intervenciones de los EPM evidencian conocimiento matemático y es el formador quien ofrece la oportunidad de movilizar conocimiento didáctico del contenido.

En primer lugar, comenzaremos exponiendo evidencias de PCK movilizado en la implementación de los dos momentos de la tarea formativa, referidos a *tareas para aprender la práctica matemática de definir y el concepto de polígono*.

A lo largo de la puesta en práctica del primer momento de la tarea formativa, vemos cómo el formador alude en varias ocasiones a elementos del PCK, pero el carácter eminentemente disciplinar de la tarea dificulta que los EPM cambien de foco. Así, en el primer extracto, vemos cómo el formador explicita la posible transferencia a la enseñanza en Educación Primaria, ofreciendo la posibilidad de movilizar conocimiento didáctico del contenido de forma interrelacionada:

Formador: Esto [...] lo puedo trasladar a Primaria [...] ¿Hay una única manera de definir polígono? ¿Hay una manera correcta? ¿O hay varias posibilidades? Si los niños de primaria hicieran esto, ¿qué aprenderían? Qué es más interesante: ¿definir polígono y ver lo que son ejemplos, poner ejemplos de polígonos? ¿O construir la definición entre todos sobre la base de los ejemplos?

Interpretamos que se puede movilizar KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) en tanto que la actividad que los EPM vivencian en el aula formativa puede ser trasladada a Educación Primaria, actuando el formador como modelo de profesor en el sentido de *modelling* (Rojas et al., 2021). La invitación del formador a evaluar la actividad en términos del aprendizaje de los alumnos sitúa el foco del conocimiento potencialmente movilizado en las ventajas o limitaciones de las aproximaciones inductivas para el aprendizaje de las matemáticas (KFLM, teorías de aprendizaje).

Por otra parte, en el segundo momento de la tarea, y gracias a la visualización del vídeo, se ha movilizado PCK sin intervención explícita del formador. La actividad analizada constituye un modelo de enseñanza imitable que vehicula la movilización de otras categorías de conocimiento didáctico del contenido. La puesta en común de las notas individuales de los EPM en relación con el ítem *Estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos e ideas intuitivas*, informa de PCK movilizado:

EPM1: El segundo alumno que se levanta, coge un triángulo y, digamos que, no sabe en qué lado lo va a poner.

Formador: ¿Tú por qué crees que duda?

EPM1: Yo creo que duda porque no sabe si lo va a clasificar en un polígono regular o un polígono no regular.

Formador: ¿Sí? ¿Qué otra razón puede tener el niño?

EPM2: Que ha contado los lados, ha contado tres y cuatro...

Formador: Es que el criterio para clasificar no ha sido dado, pero eso es importante. Ahora tenemos que reflexionar sobre si a la hora de clasificar hay que dar un criterio o si es bueno que no haya criterios para que los criterios emerjan.

En este momento, el formador y los EPM discuten sobre distintas aproximaciones en la enseñanza de la práctica de clasificar, lo que brinda la oportunidad de movilizar conocimiento relativo a las potencialidades y limitaciones de una tarea de enseñanza (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Además, las aportaciones sobre el tipo de clasificación esperable en alumnos de Educación Primaria, regularidad y número de lados, suponen un indicio de conocimiento movilizado sobre las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM, formas de interacción con un contenido matemático). Al hilo de este episodio, otro EPM pone el foco en el maestro y el formador amplía el foco de atención a la tarea:

EPM4: Me ha llamado la atención que el profesor trata de dirigir al alumno cuando va a poner la figura, porque la iba a poner separada y quiere que la ponga junto a la otra.

Formador: Vamos a entrar en esta cuestión un poquito más a fondo, fijaos que el triángulo sale como segunda figura. Yo no sé si esto es buena o mala suerte respecto al objetivo del profesor, porque, ¿el niño hubiera dudado si lo que hubiera salido es la ameba?

EPMs: No, no (generalizado)

Formador: Claro, es que tiene la mala suerte, entre comillas, que lo que le sale es algo que tiene cosas en común con la primera figura, pero lo que le puede estar resultando diferencial al niño es que son triángulo frente a cuadrilátero. [...] Imaginad que en lugar de ignorar cada niño lo que va a sacar, están repartidas por el suelo, mezcladas de manera que todas estuvieran a la vista. Discriminar lo que tienen en común solo dos figuras es más complejo que discriminar lo que tienen en común 18 figuras.

La reflexión comienza con la aportación de un EPM sobre la actuación del maestro en una situación de contingencia, en la que la respuesta del alumno, aunque correcta, no se alinea con el objetivo de la actividad (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Esta aportación da pie a que el formador enfoque la reflexión hacia el conocimiento de las características de la tarea, respecto a su carácter abierto, para dar explicación a la actuación del docente (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Además, le permite reflexionar sobre el papel de la secuenciación de ejemplos en la construcción de la definición de polígono cuando hace referencia al segundo ejemplo y compara la potencialidad de la figura con forma de ameba frente al triángulo (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Por otro lado, la respuesta generalizada sobre el papel de la figura con forma de ameba en la secuenciación de ejemplos supone un indicio de conocimiento movilizado en el aula sobre la diferenciación del carácter rectilíneo frente a curvilíneo en los alumnos de primaria (KFLM, formas de interacción).

En ambos momentos se desarrolla el conocimiento pretendido *tareas para aprender la práctica matemática de definir y el concepto de polígono*; no obstante, a la luz de las evidencias obtenidas, podemos afirmar que la visualización del vídeo ha permitido movilizar PCK de forma directa, mientras que en el primer momento el conocimiento se moviliza en forma de oportunidades.

Continuamos exponiendo evidencias de PCK extraídas de las reflexiones sobre ejemplificación. La parrilla de aspectos a observar tras el visionado del vídeo del segundo momento de implementación llevaba al EPM a valorar los ejemplos empleados por el maestro. No ocurre así en el primer momento, donde la discusión sobre la ejemplificación en aula de Primaria no se explicita, sino que se desarrolla de forma implícita a través del análisis que hacen los propios EPM de las figuras para construir la definición de polígono (Figuras 1 y 2).

Por ejemplo, durante el segundo momento de implementación, en el vídeo que analizan los EPM, se observa cómo el maestro saca una caja de tizas para añadir elementos que diferencien las figuras planas de los cuerpos tridimensionales en la definición de polígono, esto provoca una reflexión sobre el uso de no ejemplos:

EPM3: Lo de las aristas sale cuando el profesor coge las cajas de las tizas, ¿no?, de modo que sí se ha trabajado, vamos, no se ha trabajado, pero se ha hablado de figuras tridimensionales.

Formador: Estás entrando en el ámbito de los ejemplos, que forma parte de uno de los criterios de aquí [*parrilla de aspectos a observar*], es decir, que usa un no ejemplo para caracterizar lo que sí son ejemplos

EPM3: Claro, y ya él [el maestro] puede decir que lo que tiene en la pizarra representado son figuras planas y ya son los niños los que dicen que eso [*la caja de tizas*] no es una figura plana.

En esta intervención, hay indicios de que la EPM3 moviliza conocimiento didáctico del contenido relacionado con el uso de no ejemplos (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), cuando llama la atención sobre el uso de la caja de tizas para advertir la cualidad de los objetos relativa a su dimensión. Como respuesta, la intervención del formador facilita la movilización de conocimiento didáctico del contenido sobre el uso de ejemplos y no ejemplos para definir conceptos (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y sirve como detonante para la movilización de conocimiento didáctico relacionado con la práctica de ejemplificar como teoría de enseñanza (KMT, teorías de enseñanza).

Sin embargo, el conocimiento movilizado en el primer momento de implementación está relacionado, principalmente, con los elementos matemáticos que conforman la definición de polígono. Encontramos indicios de conocimiento movilizado sobre el uso de no ejemplos como herramienta para construir la definición de polígono cuando se discute por qué determinadas figuras son o no polígonos. Durante la tarea, se usan los no ejemplos para fijar los límites de la definición de polígono que se está construyendo, no obstante, recae en los EPM la responsabilidad de identificar e incorporar esa dinámica en su conocimiento de la enseñanza de las matemáticas.

Siguiendo con el conocimiento movilizado sobre ejemplificación en el segundo momento de la tarea formativa, cuando se pregunta a los EPM por el conjunto de ejemplos proporcionado, un EPM repasa en los ejemplos extremos y su uso en la enseñanza:

EPM2: Si se le diera un polígono que tenga más lados, que pueda llegar a formar un círculo. No un círculo, pero que tenga lados iguales y parezca un círculo, lo pueden clasificar en el otro lado [como no polígono].

EPM3: Pero los niños ya han trabajado eso, en cuarto ya se han trabajado los polígonos

En la intervención se observa que el EPM2 moviliza conocimiento especializado sobre el uso de ejemplos extremos (KMT, técnicas, estrategias, tareas y ejemplos) y sobre las características de aprendizaje (KFLM, fortalezas y dificultades) cuando especula que la proximidad de la imagen de un polígono regular de muchos lados a la de un círculo, puede ser motivo de confusión al momento de clasificar dicha figura en polígono o no polígono. Asimismo, en la intervención de la EPM3 se moviliza conocimiento sobre secuenciación con temas anteriores ya que sabe que en quinto de primaria el alumnado ya conoce algunas características de los polígonos, por lo que ya han estudiado en el curso anterior (KMLS, secuenciación con temas anteriores).

En la segunda parte de la tarea formativa del segundo momento, cuando se les pide a los EPM que valoren la *Capacidad para abarcar ejemplos extremos en el conjunto de ejemplos* que propone el profesor del vídeo, vuelve a movilizarse conocimiento didáctico del contenido:

Aunque las figuras empleadas no se restringen a las que aparecen normalmente en los libros de texto, es cierto que no aparecen ejemplos extremos que impliquen una comprensión profunda de cada uno de los conceptos [...]

Los ejemplos extremos podrían ser una herramienta potente para la construcción de la propia definición de polígono.

[Producción escrita de una EPM de la Actividad 2 – Momento 2]

Apreciamos que vuelve a movilizarse conocimiento sobre qué son los ejemplos prototípicos (KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), que en los libros de texto se abusa en ocasiones de ellos (KMT, recursos materiales y virtuales) y sobre el uso didáctico de los ejemplos extremos (KMT, Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), lo que reafirma el papel de la tarea en la movilización de conocimiento didáctico del contenido.

Sin embargo, el conocimiento movilizado en el primer momento de implementación respecto al uso de ejemplos extremos, queda diluido tras la presentación del formador de la figura a la que llama laberinto (Figura 2). Entendemos la intencionalidad del formador de movilizar conocimiento didáctico en este sentido. No obstante, no podemos afirmar que el conocimiento que parece movilizarse se

fundamente al mismo nivel que en el segundo momento de la implementación.

Volviendo al segundo momento de implementación, el formador sitúa a los EPM como resolutores de la actividad del aula de Primaria y promueve que se movilice PCK sobre la práctica de ejemplificar referente a la variabilidad de un espacio de ejemplos:

Formador: ¿A alguien le ha resultado extraño alguna figura colocada en el lado izquierdo?
¿Si hubiera estado en esa clase de cinco años habría colocado alguna figura que ahora está en el lado izquierdo, fuera del lado izquierdo? Para vosotros, ¿todo lo que hay en el lado izquierdo son polígonos?

EPM2: Yo, a lo mejor, la estrella la hubiese puesto en el lado derecho.

Formador: Esto es esperable [...] que ocurra en un aula de Primaria. ¿Por qué es esperable?

EPM3: Por los ejemplos de los libros de texto.

La EPM3 sabe que el uso de ejemplos prototípicos, es habitual en los libros de texto (KMT, recursos materiales y virtuales) y que esto supone un obstáculo didáctico en la formación de la imagen mental de polígono que conforman los alumnos (KFLM, teorías de aprendizaje y dificultades de aprendizaje). En esta línea, observamos PCK movilizado en las producciones de los alumnos, esta vez en referencia al ítem de análisis *Variabilidad en las posiciones* cuando se analiza el conjunto de ejemplos en su totalidad en la segunda parte de la tarea formativa:

El docente no restringe la colocación de las figuras a la posición habitual que suelen presentar los libros de texto. Sino que, al tratarse de figuras móviles, iban siendo colocadas de forma aleatoria, sin seguir un patrón, tal y como el alumnado lo iba considerando.

Todo ello contribuye de forma beneficiosa al proceso de construcción del conocimiento, en relación a las figuras geométricas planas, por parte del alumnado al ser capaz de reconocer las figuras con independencia de su posición.

[Producción escrita de una EPM de la Actividad 2 – Momento 2]

Esta aportación complementa a la anterior ya que añade la consideración de las posiciones prototípicas a las características de los ejemplos en los libros de texto (KMT, recursos materiales y virtuales), reconociendo esta limitación como obstáculo didáctico, en el mismo sentido que la ausencia de variabilidad en las dimensiones de variación posibles en el concepto de polígono (KFLM, teorías de aprendizaje y dificultades de aprendizaje).

En el primer momento de implementación, el formador ofrece la oportunidad de movilizar PCK a partir de las dificultades que experimentan los EPM respecto a las alturas exteriores de los triángulos obtusángulos:

Formador: En los libros de texto, la mayor parte de los triángulos son acutángulos, y además uno de los lados paralelo al libro, modelos estandarizados [...] Todos los triángulos tienen sus alturas dentro, y se van generando propiedades a lo largo de la escolarización que son falsas, o si no falsas, limitadas. Acabamos de aprender que las alturas pueden estar fuera.

El formador facilita que se movilice conocimiento didáctico sobre el abuso de triángulos acutángulos en los libros de texto (KMT, recursos materiales y virtuales) y las consecuencias que esto conlleva en la construcción de la imagen mental de triángulos (KFLM, formas de interacción con el contenido matemático). Además, de forma implícita ofrece la oportunidad de movilizar conocimiento sobre las potencialidades de la reflexión sobre la ejemplificación (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos)

De forma similar, en el primer momento de implementación surge la oportunidad

de reflexionar también sobre los libros de texto, esta vez con foco en los ejemplos de definición de polígono que se pueden encontrar:

Formador: Lo bonito ahora sería ir a libros de texto, que es la tercera parte de la actividad, y ver si la definición de polígono que se hace en los libros de texto se corresponde con ésta y si nuestro proceso ha sido más rico o menos rico de lo que el libro nos ofrece, que seguramente sea en la otra dirección. Y eso os invito a que lo hagáis.

En este caso, el formador invita a valorar las potencialidades y limitaciones de las definiciones que ofrecen los libros de texto (KMT, recursos materiales y virtuales), sirviendo esta consulta, por otro lado, un referente de las expectativas de aprendizaje que se podrían tener (KMLS, expectativas de aprendizaje).

En lo referido al conocimiento didáctico movilizado sobre la práctica docente de ejemplificar, en cualquiera de los subdominios del MTSK, hemos evidenciado evolución en el segundo momento de implementación con respecto al primer momento, tanto en alcance como en profundidad. Además, una lectura transversal de las evidencias nos informa de cómo el rediseño de la tarea ha permitido la movilización de conocimiento didáctico del contenido de forma autónoma con respecto a la gestión por la naturalidad con la que emerge el conocimiento especializado en el análisis de una situación real de aula.

Conclusiones

Si bien la construcción de conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la formación inicial no es una labor sencilla, resulta de especial complejidad construir conocimiento didáctico del contenido (Climent et al., 2016). En esta investigación se han presentado dos momentos separados en el tiempo y su potencialidad para movilizarlo.

Se ha mostrado cómo el segundo momento de implementación ha logrado movilizar más elementos del conocimiento relacionados con el PCK que el primer momento. Esto puede deberse a que la visualización del vídeo facilita que el EPM se acerque a una situación real de aula, promoviendo que amplíe su campo de reflexión incluyendo aspectos del PCK. Asimismo, el instrumento de análisis de vídeo que se facilita predispone a esa mirada profesional, reforzando la importancia de que su reflexión esté orientada desde un marco analítico concreto (Karsenty & Arcavy, 2017).

Otro aspecto relevante extraído del análisis es que las tareas del momento 2 parecen tener mayor independencia del formador que las del momento 1. Durante el primer momento, la intervención del formador en el aula resultó necesaria para que se movilizara conocimiento especializado mientras que las tareas del momento 2 resultaron ser más independientes, no necesitando intervenir este con tanta frecuencia para posibilitar la movilización de PCK, lo que puede interpretarse como una potencialidad de la tarea del momento 2 sobre la del momento 1, al ser su estructura más dirigida (Vondrová, 2019).

La evolución sufrida por el momento 1 y que desemboca en el momento 2 parece resultar exitosa. Esta evolución ha estado marcada por la presencia del modelo MTSK en el diseño del momento 2. En ese sentido, el modelo MTSK ha mostrado ser de utilidad para diseñar tareas formativas de estudiantes para maestro, por su exhaustividad en la delimitación de subdominios y categorías de conocimiento que permiten orientar las actividades formativas. Asimismo, se constata que el uso de

videos extraídos de clases reales puede reforzar la movilización de PCK en los EPM al posibilitar la contextualización de una secuencia de enseñanza real.

La importancia de la ejemplificación para definir (Bills et al., 2006; Haj-Yahya et al., 2021) ha sido patente en los dos momentos, pero puede afirmarse que es más relevante en el segundo, cuando los futuros maestros se centran más en comprender el razonamiento de los estudiantes del vídeo que en su propia valoración de los ejemplos (Vondrová, 2019). En el mismo sentido y, como consecuencia de lo anterior, la reflexión sobre la práctica escolar de definir (Sinclair et al., 2016) es más patente en el segundo momento, ya que se sitúa a los EPM en un contexto de práctica profesional. La propia tarea escolar es objeto de análisis en el momento 2, incluyendo la gestión de la misma. Se trata de una tarea que permite discutir una práctica matemática ligada a la construcción de un concepto, pensando en posibilidades de gestión alternativa (Swan, 2007).

Finalmente, entendemos que los resultados obtenidos están condicionados por las limitaciones propias de los estudios de diseño (Molina et al., 2011), en este caso, en relación con las distintas variables que influyen en el análisis de una práctica de formación inicial. Como futuras líneas de investigación, consideramos que los resultados pueden servir como base al análisis de conocimiento movilizado en distintos ciclos de aplicación y en programas de formación de formadores.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado en el marco de los proyectos PID2021-1221800B-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España y ProyExcel_00297 de la Junta de Andalucía, del centro de investigación COIDESO y del grupo de Investigación DESYM (HUM-168) de la Universidad de Huelva, y de la Red MTSK, auspiciada por la AUIP.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses. Los financiadores no tuvieron ningún papel en el diseño del estudio; en la recopilación, análisis o interpretación de datos; en la redacción del manuscrito, o en la decisión de publicar los resultados.

Contribuciones de los autores

Conceptualización, metodología, validación, análisis de datos, redacción del borrador original y redacción, revisión y edición, todos los autores.

Referencias

- Agathangelou, S. A. y Charalambous, C. Y. (2021). Is content knowledge pre-requisite of pedagogical content knowledge? An empirical investigation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 431–458. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09466-0>
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. y Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. En J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka y N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th PME Conference* (vol. 1, pp. 126–154). Charles University.
- Biza, I., Nardi, E. y Joel, G. (2015). Balancing classroom management with mathematical learning: Using practice-based task design in mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(2), 182–198.

- Borko, H., Koellner, K. y Jacobs, J. (2011). Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM Mathematics Education* 43, 175-187. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0302-5>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalan, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Carrillo, J., Liñán, M., Muñoz-Catalán, M. C., Barrera, V. y León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las Matemáticas a través del análisis de vídeos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9, 85-103. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i9.108>
- Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R. A., Lesh y J. Y. Baek, (Eds.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching* (pp. 68-95). Lawrence Erlbaum Associates.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248-255). University of Stellenbosch.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing Company.
- Haj-Yahya, A., Hershkowitz, R. y Dreyfus, T. (2022). Investigating students' geometrical proofs through the lens of students' definitions. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00406-6>
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry - two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61-76.
- Hilf, N. (2021). Use of the Theory of Fischbein and the Theory of Shulman for the study of teachers' algorithmic knowledge concerning the concept of the altitude of a triangle. *Journal for the Mathematics Education and Teaching Practices*, 2(2), 71-80.
- Karsenty, R. y Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: a framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 433-455. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9379-x>
- Krippendorff, K. (1990). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage
- Kullberg, A., Runesson Kempe, U. y Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics? *ZDM*, 49, 559-569. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0858-4>
- Lloyd, G. M. (2006). Using K-12 mathematics curriculum materials in teacher education: Rationale, strategies, and preservice teachers' experiences. En K. Lynch-Davis y R. L. Rider (Eds.), *The work of mathematics teacher educators: Continuing the conversation* (pp. 11-27). Association of Mathematics Teacher Educators.

- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 29, 75-88.
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M. y Barrera-Castarnado, V. J. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M.T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 157-176). Ediciones Universidad Salamanca.
- Montes, M., Climent, N. y Contreras, L.C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría: un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. *Aula Abierta*, 1, 27-36. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36>
- Muñoz-Catalán, M. C., Montes, M. A., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Aguilar, A. (2013). *La Clasificación de las Figuras Planas en Primaria: Una Visión de Progresión entre Etapas y Ciclos*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Rojas, F., Montenegro, H., Goizueta, M. y Martínez, S. (2021) Researching modelling by mathematics teacher educators: shifting the focus onto teaching practices. En M. Goos y K. Beswick (Eds.), *The learning and development of mathematics teacher educators* (pp. 367-382). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_19
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Vol. 2, Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Sense Publishers.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand. Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shir, K. y Zaslavsky, O. (2001). What constitutes a (good) definition? The case of square. M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME Conference* (pp. 161-168). Utrecht University.
- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A. y Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. *ZDM*, 48(5), 691-719. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6>
- Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 217-237. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9038-8>
- Vondrová, N. (2019). Prospective mathematics teachers' reflective skills. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2, Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 55-84). Brill-Sense. https://doi.org/10.1163/9789004418967_003