

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

ANDRES NORTES CHECA

RESUMEN

El M.E.C. publicó en 1991 y 1992 los contenidos mínimos para que fueran desarrollados en los Proyectos Curriculares de Centros, y tanto Estadística como Probabilidad aparecen como bloques temáticos tratados en la asignatura de Matemáticas en Enseñanza Secundaria Obligatoria y en Bachillerato. Nuestro objetivo en este trabajo es efectuar una propuesta didáctica con el desarrollo de los contenidos mínimos de conceptos, procedimientos y actitudes de los cuatro cursos de la ESO y los dos de Bachillerato de Ciencias Sociales, debido a que en este último aparece Estadística y Probabilidad como bloque de contenidos en los dos años.

Se parte de unos antecedentes a la situación actual y se incluyen los objetivos, contenidos y criterios de evaluación referentes a Estadística y Probabilidad dictados por el MEC y que han servido de base para la realización de la propuesta didáctica.

ABSTRACT

The M.E.C. published in 1991 and 1992 the minimum contents so that they were developed in the Curricular Projects of Centers, and Statistical as Probability appear as thematic blocks treaties in the subject of Mathematics in Obligatory secondary education and in High school. Our objective in this work is to make a didactic proposal with the development of the minimum contents of concepts, procedures and attitudes of the four courses of the ESO and the two of High school of Social Sciences, because in this last one it appears Statistical and Probability as block of contents in the two years.

It starts with some antecedents to the current situation and the objectives, contents and relating evaluation approaches to Statistic and Probability dictated by the MEC and that they have served as base for the realization of the didactic proposal are included.

PALABRAS CLAVE

Estadística y Probabilidad en la Enseñanza Secundaria, Enseñanza de Estadística y Probabilidad, Currículum de Estadística y Probabilidad.

KEYWORDS

Statistic and Probability in the secondary education, Teaching of Statistic and Probability, Curriculum of Statistic and Probability.

1. INTRODUCCION

La enseñanza de la estadística y de la probabilidad en la Enseñanza Secundaria es una necesidad, por ello su estudio se incluye en casi todos los currículos de enseñanza de países desarrollados y en vías de desarrollo.

En el documento *Las matemáticas en primaria y en secundaria en la década de los 90* redactado en 1986 como conclusiones del I.C.M.I. (I.C.M.I., 1988), en lo referente a estadística y probabilidad se resaltan las necesidades de introducir en el periodo escolar las

matemáticas de los fenómenos y además, para participar de lleno en el proceso político, todo ciudadano necesita algunas nociones básicas en Estadística.

El documento elaborado por 20 países en el S.I.M.S. (Second International Mathematic Study) para chicos de 13 años incluye como temas importantes "recogida, organización, representación e interpretación de datos" y como importante para algunos países el estudio de "suceso y espacio muestral".

En el *Informe Cockcroft* (MEC, 1985) se menciona que la estadística es en esencia una materia práctica, por lo que su estudio debería basarse en la recogida de datos por los propios alumnos, siempre que sea posible, siendo uno de los objetivos en la enseñanza secundaria el fomentar una actitud crítica ante las matemáticas presentadas por los medios de comunicación, haciendo, además, hincapié en la importancia de la probabilidad en los hechos de la vida diaria y en los juegos de azar sencillos.

Dentro del Informe Cockcroft se destaca una encuesta realizada en 1976 en Inglaterra por el *Proyecto sobre enseñanza de la estadística a alumnos de 11 a 16 años* finalizando con las siguientes palabras:

"La competencia estadística requiere sentido de los números, reconocimiento de los niveles de precisión apropiados, elaboración de estimaciones sensatas, sentido común en el uso de datos para apoyar un argumento, conciencia de la variedad de interpretaciones posibles de los resultados y exacta comprensión de conceptos de amplio uso tales como promedios y porcentajes. Todo esto forma parte de la vida diaria y una buena enseñanza de la estadística puede estimular a los alumnos a pensar correctamente sobre estos aspectos (Cockcroft 1985, p. 287)".

En los *Estándares Curriculares y de Evaluación para la educación matemática* del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991) en los niveles de 13 a 16 años se menciona que el currículo de matemáticas debe incluir un estudio continuado de análisis de datos y de estadística para que todos los alumnos sean capaces de: asimilar y extraer informaciones a partir de diagramas, tablas y gráficas que recojan datos de situaciones del mundo real; utilizar curvas de ajuste para efectuar predicciones a partir de datos; entender y aplicar medidas de centralización, dispersión y correlación; comprender el proceso de muestreo y reconocer el papel que cumple en las afirmaciones estadísticas; diseñar un experimento estadístico para estudiar un problema, ejecutar el experimento y comunicar los resultados; analizar el efecto que producen las transformaciones en la variable estadística sobre medidas de centralización y de dispersión.

Pero además de estas importantes referencias, la enseñanza de la estadística y probabilidad es algo necesario porque en la vida cotidiana aparecen con frecuencia interpretaciones estadísticas tanto a nivel de encuestas como de aspectos probabilísticos (baste recordar el sorteo de los excedentes de cupo para el servicio militar de 1997) y el ciudadano medio debe de estar preparado para saber lo que ahí se dice. Y, aún más, para aquellos alumnos que sigan estudios superiores, la Estadística aparece como materia importante en gran cantidad de carreras universitarias, motivo inequívoco de que los profesionales de distintas titulaciones utilizan la estadística en su aspecto teórico y práctico tanto en su estudio como en sus informes.

2. ANTECEDENTES

La *Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa* de 4 de agosto de 1.970, modificó todo el sistema educativo, estableciendo en nuestro país la Educación General Básica (E.G.B.) desde los 6 a los 14 años, subdividida en tres ciclos: Inicial, Medio y Superior.

Dentro del Ciclo Superior, los Planes Renovados (MEC, 1981), incluían la Estadística como un bloque de conocimientos cuyos objetivos se centraban en: Ordenar, agrupar y clasificar datos estadísticos para confeccionar tablas de fenómenos estadísticos de una variable; Distinguir la frecuencia absoluta de la relativa; Distinguir los conceptos de población o colectivo y muestra representativa; Interpretar gráficos; Calcular las medidas de dispersión y variabilidad de la serie: recorrido, varianza y desviación típica; Resolver sencillos problemas relacionados con datos estadísticos de acuerdo con los objetivos propuestos.

En el Bachillerato Unificado y Polivalente (B.U.P.) y Curso de Orientación Universitaria (C.O.U.) (B.O.E. 18.4.75 y B.O.E. 29.1.88), Estadística y Probabilidad se trata de forma diversa en 1º, 3º y COU. En 1º de BUP es asignatura común para todos los alumnos y los contenidos son: Tablas estadísticas. Tablas de frecuencias. Representaciones gráficas (diagramas de barras, histograma, diagrama de sectores, pictograma); Media aritmética. Desviación típica. Interpretación conjunta de media y desviación típica; Distribuciones bidimensionales: Relación entre las variables; Correlación y Regresión: Interpretación de valores; El azar y la probabilidad. Probabilidad de un suceso. Experiencias compuestas: independientes y dependientes.

En 3º de B.U.P. los contenidos de Estadística son específicos para aquellos alumnos que han elegido Ciencias, siendo los siguientes: Distribuciones de frecuencias; Parámetros estadísticos (media y desviación típica); Distribuciones de probabilidad de variable discreta y continua; Distribución normal y binomial; Distribuciones bidimensionales; Correlación. Coeficiente de correlación; Regresión. Recta de regresión.

En COU especialidades A y B (alumnos que han cursado la asignatura de 3º), se incluyen: Experiencias aleatorias. Sucesos. Frecuencia y probabilidad. Probabilidad condicionada. Pruebas compuestas.

En COU especialidades C y D se incluyen: Introducción a la estadística. Tablas estadísticas. Tablas de frecuencias. Gráficos estadísticos. Series cronológicas; Parámetros estadísticos: Media y desviación típica; Distribuciones bidimensionales. Correlación. Regresión; Experiencias aleatorias. Sucesos. Probabilidad de sucesos. Probabilidad condicionada. Pruebas compuestas; Distribución de probabilidad. Distribución binomial y normal.

Cólera (1990) en la introducción del artículo titulado *Situación de la enseñanza de la estadística en el bachillerato* señalaba que la estadística y la probabilidad en el mundo escolar están muy relegadas, especificaba diciendo que se ven, en general, poco y mal y como consecuencia, los alumnos acaban la enseñanza media sin saber nada o casi nada de estos temas.

En términos parecidos en el Panel de Estadística y Enseñanza del *Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* celebrado en Sevilla en septiembre de 1990 (Nortes, 1991) comentábamos la situación de la enseñanza de la estadística diciendo que en

EGB aparecen contenidos de Estadística por primera vez en 7º, no siendo aplicados con posterioridad por lo que puede parecer un añadido al programa y el profesor cuando no puede completar su programación deja fuera la estadística, de ahí que puede haber alumnos que terminen EGB sin haber visto contenido alguno de estadística. Como en 1º de BUP el profesor recibe alumnos de distintos centros, suele partir de cero dando los conocimientos elementales; en 2º de BUP no se imparte Estadística por lo que al llegar a 3º a los alumnos se les "ha olvidado" lo que aprendieron en 1º y vuelta a empezar y así podríamos alargar esta situación hasta COU.

En la actualidad nos encontramos con que este curso 97/98 es el último oficialmente en que se imparte el BUP completo, por lo que existen numerosos centros con el sistema antiguo y otros en donde se ha empezado a implantar la nueva legislación.

3. SITUACION ACTUAL (I): LA ENSEÑANZA OBLIGATORIA

Llegó la Reforma, precedida de los *Diseños Curriculares Básicos* (MEC, 1989). En Enseñanza Primaria se incluyen conceptos estadísticos sencillos de uso frecuente utilizando calculadoras y ordenadores. En el bloque destinado a Estadística se señalan como contenidos: la representación gráfica, las tablas de frecuencias y la media aritmética, añadiendo el MEC en los objetivos generales el utilizar técnicas elementales de recogida de datos y situaciones de su entorno, representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

Más tarde el MEC (1991b, 1992) establece el currículo de la Enseñanza Primaria y en él establece en el bloque de contenidos *Organización de la Información* lo siguiente:

1. La representación gráfica: Características y funciones
2. Las tablas de datos
3. Tipos de gráficas (bloques de barras, pictogramas, diagramas lineales, etc.)
4. La media aritmética y la moda
5. Carácter aleatorio de una experiencia.

De esta forma en el periodo 6-12 años se introducen por primera vez contenidos de estadística y nociones de azar.

En la Enseñanza Secundaria Obligatoria (12 a 16 años), el D.C.B. y el Real Decreto 1007/1991 (MEC, 1991a) sobre *Enseñanza mínimas* no difieren sustancialmente -en Estadística y Probabilidad-, estableciendo dos bloques de contenidos, uno correspondiente a *Interpretación, representación y tratamiento de la información* y otro a *Tratamiento del azar*. En ellos el MEC establece los contenidos clasificados en tres grandes bloques: Conceptos, Procedimientos y Actitudes.

Como OBJETIVO GENERAL específico referido a Estadística y Probabilidad destaca "Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas, y para representar esa información de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma". Además de incorporar el lenguaje probabilístico y de identificar, analizar y criticar los datos estadísticos presentes en noticias, opiniones, publicidad, etc.

En *Interpretación, representación y tratamiento de la información* los CONCEPTOS van referidos exclusivamente al tratamiento de datos estadísticos (parámetros centrales y de

dispersión), mientras que los PROCEDIMIENTOS se diversifican en los siguientes aspectos: Elección y cálculo de los parámetros más adecuados para describir una distribución; Detección de errores en la utilización del lenguaje estadístico; Obtención de datos de forma individual y colectiva utilizando diversas fuentes y recursos; e Interpretación de los datos relativos a una muestra estadística teniendo en cuenta su representatividad. En ACTITUDES se centran en dos grandes aspectos: Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones y en Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso de los lenguajes de naturaleza matemática (gráfico, estadístico, etc.) en informaciones y argumentaciones.

En *Tratamiento del azar* los CONCEPTOS son: Fenómenos aleatorios; Frecuencia relativa y probabilidad; y Probabilidad condicionada. Los PROCEDIMIENTOS: Utilización de distintas informaciones y técnicas para la asignación de probabilidades; Cálculo de probabilidades en casos sencillos con la Ley de Laplace; Detección de los errores habituales en la interpretación del azar; Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en distintas situaciones. Y como ACTITUDES: Disposición favorable para investigar fenómenos de azar y a tener en cuenta la probabilidad en la toma de decisiones y Cautela y sentido crítico ante las creencias e informaciones sobre los fenómenos aleatorios y la probabilidad.

Por último en CRITERIOS DE EVALUACION destaca: Asignar e interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios de forma empírica, como resultado de recuentos, por medio del cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios y Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas

Posteriormente el Real Decreto 1345/1991 de 6 de septiembre (MEC, 1991b), por el que se establece el *Currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria*, matiza los objetivos generales de la asignatura de Matemáticas y en cuanto a Conceptos amplía lo dicho en el anterior Real Decreto, ya que sitúa los CONCEPTOS en el bloque 4 de *Interpretación, representación y tratamiento de la información* así:

1. Obtención de información sobre fenómenos aleatorios
2. Parámetros estadísticos
3. Dependencia aleatoria entre dos variables y en el bloque 5 de *Tratamiento del azar*:

1. Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos
2. Asignación de probabilidades a sucesos
3. Asignación de probabilidades en experimentos compuestos.

Los PROCEDIMIENTOS en los dos bloques van referidos a:

1. Utilización en distintos lenguajes.
2. Algoritmos y destrezas.
3. Estrategias generales.

Las ACTITUDES, también en los dos bloques, son:

1. Referentes a la apreciación de las matemáticas.
2. Referentes a la organización y hábitos de trabajo.

De los 14 CRITERIOS DE EVALUACION, los referidos a Estadística y Probabilidad son:

- Asignar e interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios de forma empírica como resultado de recuentos, por medio del cálculo (regla de Laplace) o por otros medios y

- Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas

Posteriormente el MEC mediante una Resolución del 5 de marzo de 1992 de la Secretaría de Estado de Educación, *regula la elaboración de proyectos curriculares para la Enseñanza Secundaria Obligatoria*, estableciendo orientaciones para la distribución de objetivos, contenidos y criterios de evaluación para cada uno de los dos ciclos en que se divide la E.S.O.. Las secuencias de objetivos, contenidos y criterios de evaluación por Ciclos correspondientes a Estadística y Probabilidad son:

SECUENCIAS DE OBJETIVOS Y CONTENIDOS (E.S.O.)

PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO
<p>4. Organización, representación y tratamiento de la información</p> <ul style="list-style-type: none"> - Manejo de las convenciones habituales de las representaciones funcionales y datos estadísticos - Utilización de las gráficas para obtener valores concretos e información global sobre diversos fenómenos - Procedimientos de obtención y manejo de datos relativos a variables discretas - Tratamiento de datos con técnicas de recuento, tablas, gráficas y medidas de centralización - Actitud positiva hacia la información expresada mediante gráficas - Obtención por medios empíricos de información sobre regularidades en situaciones aleatorias <p>5. Tratamiento del azar</p> <ul style="list-style-type: none"> - Técnicas simples de asignación de probabilidad - Actitud positiva para cuantificar lo probable 	<p>4. Organización, representación y tratamiento de la información</p> <ul style="list-style-type: none"> - Procedimientos de obtención y manejo de datos estadísticos referidos a variables continuas o discretas - Interpretación de los datos estadísticos con ayuda de las medidas de centralización y dispersión - Significado de la dispersión - Iniciación a las variables bidimensionales - Actitud positiva y crítica ante las informaciones críticas - Utilización de métodos empíricos y de recuento para asignar probabilidades en casos complejos <p>5. Tratamiento del azar</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de probabilidades teóricas por la regla de Laplace - Experiencias compuestas. Probabilidad condicionada - Aumento de precisión al cuantificar lo probable - Actitud positiva hacia las informaciones dadas en términos de probabilidad

CRITERIOS DE EVALUACION (E.S.O.)

PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO
<p>5. <i>Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un suceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades</i></p> <p>6. <i>Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes</i></p>	<p>6. <i>Interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios y asignar probabilidades utilizando el cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios</i></p> <p>7. <i>Presentar e interpretar informaciones estadísticas, teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas</i></p>

4. SITUACION ACTUAL (II): EL BACHILLERATO DE CIENCIAS SOCIALES

El Real Decreto 1178/1992, de 2 de octubre (MEC, 1992b), establece las *Enseñanzas mínimas del Bachillerato* y en los distintos bachilleratos aparece la asignatura de Matemáticas. En el Tecnológico aparece en Matemáticas I un bloque dedicado a Estadística y Probabilidad, no así en Matemáticas II. En el Bachillerato aplicado a las Ciencias Sociales aparece tanto en Matemáticas I como en Matemáticas II un bloque dedicado a Estadística y Probabilidad, de ahí que con la finalidad de completar nuestra propuesta didáctica correspondiente a Estadística y Probabilidad durante la Enseñanza Secundaria, consideremos el Bachillerato de Ciencias Sociales.

De entre los 8 OBJETIVOS GENERALES, hay uno específico referido a Estadística y Probabilidad, que dice "Utilizar los conocimientos matemáticos adquiridos para interpretar críticamente los mensajes, datos e informaciones que aparecen en los medios de comunicación y otros ámbitos sobre cuestiones económicas y sociales de la actualidad" y en los CONTENIDOS de MATEMATICAS I se establece:

- Distribuciones bidimensionales. Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervienen dos variables a partir de la representación gráfica de una nube de puntos. Estudio del grado de relación entre dos variables.
- Distribuciones de probabilidad binomial y normal como herramienta para asignar probabilidades a sucesos.

En MATEMATICAS II:

- Profundizar en los conceptos de probabilidades compuestas, condicionadas, totales y a posteriori. Utilización de técnicas elementales (conteo directo, diagramas de árbol,...).
- Problemas relacionados con la elección de las muestras, las condiciones de representatividad y análisis de las conclusiones que cabe extraer de ellas.

Como CRITERIOS DE EVALUACION DE MATEMATICAS I el MEC establece en el citado Real Decreto correspondientes a Estadística y Probabilidad, los siguientes:

- Distinguir si la relación entre los elementos de un conjunto de datos de una *distribución bidimensional es de carácter funcional o aleatorio* y extraer conclusiones de tipo cualitativo a partir de su representación gráfica.

- Interpretar, utilizando el coeficiente de correlación y las rectas de regresión, situaciones reales definidas mediante una distribución bidimensional y la posible relación entre sus variables.

- Utilizar técnicas estadísticas elementales para tomar decisiones ante situaciones que se ajusten a una distribución de probabilidad binomial o normal, calculando las probabilidades de uno o varios sucesos.

En MATEMATICAS II:

- Asignar e interpretar probabilidades a sucesos aleatorios simples y compuestos (dependientes e independientes) utilizando técnicas de conteo, diagramas de árbol o cálculos simples.

- Planificar y realizar estudios concretos partiendo de la elaboración de encuestas, selección de la muestra y estudio estadístico de los datos obtenidos, para inferir conclusiones, asignándoles una confianza medible, acerca de determinadas características de la población estudiada

- Analizar de forma crítica informes estadísticos presentes en los medios de comunicación y otros ámbitos, detectando posibles errores o manipulaciones en la presentación de determinados datos.

Una vez expuestos los aspectos generales de las enseñanzas mínimas, cabe hacer una reflexión. Reflexión encaminada a desarrollar aquellos aspectos que consideramos deben de secuenciar los contenidos dados por el profesor y encardinarlos con los correspondientes a la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Como dice Rico (1997) el currículo se presenta mediante documentos y propuestas curriculares, correspondiendo a un nivel de reflexión unido con la práctica y referido a las directrices sobre el plan de formación que va a tener en el aula, de ahí que trabajemos sobre conceptos, procedimientos y actitudes.

5. PROPUESTA DIDACTICA

- Nuestra propuesta didáctica referida al Bloque de Estadística y Probabilidad en la Enseñanza Secundaria queda resumida en las siguientes tablas:

PROPUESTA DIDÁCTICA: 4. Interpretación, representación y tratamiento de la información (E.S.O.)

CURSO	CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
1º	<ul style="list-style-type: none"> - Población y Muestra - Tablas, recuentos y frecuencias - Gráficos estadísticos - Media, mediana y moda 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, ordenación y clasificación de datos en tablas - Interpretación de gráficos y su construcción a partir de tablas estadísticas - Cálculo de media, mediana y moda en casos sencillos - Interpretación de resultados obtenidos mediante encuestas - Interpretación de distintas fuentes documentales (periódicos, revistas, etc.) para obtener información de tipo estadístico 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento y valoración de la utilidad del lenguaje estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana - Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como la manera más eficaz para obtener datos estadísticos ...
2º	<ul style="list-style-type: none"> - Ordenación de un conjunto de datos - Representación gráfica de datos - Media, mediana y moda - Cálculo gráfico de cuartiles y percentiles - Idea de dispersión 	<ul style="list-style-type: none"> - Planificación y realización individual y colectiva de toma de datos y su clasificación en tablas - Construcción de distintas gráficas para representar un conjunto de datos - Cálculo de medidas de tendencia central utilizando tablas y gráficos - Cálculo de recorrido y la desviación típica de un conjunto de datos - Utilización de conjeturas sobre el comportamiento de un problema 	<ul style="list-style-type: none"> ... Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas
3º	<ul style="list-style-type: none"> - Tablas estadísticas de variables cuantitativas discretas y continuas - Tablas estadísticas de variables cualitativas - Representaciones gráficas de variables discretas y continuas - Medidas de centralización - Medidas de dispersión 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación y elaboración de tablas numéricas de variables discretas y continuas a partir de datos - Utilización de distintas fuentes documentales (periódicos, revistas, anuarios, etc.) para obtener información de tipo estadístico - Elección de los parámetros estadísticos más adecuados para describir una distribución en función de la naturaleza de los datos, del contexto y obtención de mismos utilizando los algoritmos tradicionales o la calculadora científica 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de información de índole muy diversa - Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje estadístico en informaciones sociales, políticas y económicas ...
4º	<ul style="list-style-type: none"> - Medidas de centralización, dispersión y asimetría de un conjunto de datos - Gráficos de tronco y de caja - Números índices. El IPC - Distribuciones bidimensionales - Dependencia funcional y estadística - Nube de puntos. Ajuste mediante una recta. Idea de correlación 	<ul style="list-style-type: none"> - Planificación y realización individual y colectiva de toma de datos utilizando técnicas de encuesta - Elección de los parámetros más adecuados en el estudio de la dispersión de un conjunto de datos - Utilización de distintos gráficos para conocer la asimetría de un conjunto de datos - Interpretación del IPC y aplicación a situaciones de la vida cotidiana - Interpretación de una nube de puntos para conocer la mayor o menor relación estadística entre dos variables - Interpretación del coeficiente de correlación como medida del ajuste de una recta a la nube de puntos 	<ul style="list-style-type: none"> ... Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo en la planificación, desarrollo y presentación de resultados de encuestas - Interpretar gráficas de datos en los medios de comunicación

PROPUESTA DIDACTICA: 5. Tratamiento del Azar (E.S.O.)

CURSO	CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
1º	<ul style="list-style-type: none"> - El lenguaje del azar - Experimentos aleatorios - Introducción a la probabilidad 	<ul style="list-style-type: none"> - Elección y utilización de un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar - Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana - Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos - Cálculo de probabilidades en casos sencillos 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas - Curiosidad e interés por investigar fenómenos de la vida cotidiana relacionados con el azar
2º	<ul style="list-style-type: none"> - Experimentos aleatorios - Suceso elemental, seguro, imposible y compuesto - Asignación de probabilidad: Regla de Laplace 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana - Planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de masas - Obtención de todos los resultados posibles de un experimento utilizando el diagrama de árbol - Cálculo de la probabilidad de un suceso aplicando la regla de Laplace 	<ul style="list-style-type: none"> - Sensibilidad, gusto y precisión en la observación de experiencias relativas a fenómenos de azar
3º	<ul style="list-style-type: none"> - Sucesos compatibles e incompatibles - Operaciones con sucesos - Frecuencias relativas de sucesos - Idea intuitiva de las Leyes de los grandes números - Probabilidad de sucesos 	<ul style="list-style-type: none"> - Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos - Obtención de frecuencias relativas de sucesos en la repetición de experimentos aleatorios - Formulación de experiencias para comprobar las leyes de los grandes números - Cálculo de la probabilidad de sucesos compatibles e incompatibles 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar - Sensibilidad, gusto y precisión en el diseño de experiencias relativas a fenómenos de azar
4º	<ul style="list-style-type: none"> - Experimentos aleatorios simples. - Probabilidad - Probabilidad condicionada - Experimentos aleatorios compuestos - Probabilidad de sucesos dependientes e independientes 	<ul style="list-style-type: none"> - Planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de azar - Obtención de números aleatorios con técnicas diversas (tablas, dados, calculadora, etc.) - Cálculo de probabilidades condicionadas utilizando tablas de doble entrada - Utilización del recuento y diagrama de árbol para el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos dependientes e independientes 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración crítica de las informaciones sobre probabilidad aparecidas en los medios de comunicación

PROPUESTA DIDÁCTICA: Estadística y Probabilidad.
Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
<p>1. Tablas, gráficos y parámetros</p> <ul style="list-style-type: none"> - Frecuencias, tablas y gráficos - Medidas de tendencia central y de dispersión - Simetría y asimetría - Gráficos de tronco y de caja 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilización de distintas fuentes documentales sobre información estadística - Interpretación de una serie de datos numéricos mediante una tabla numérica - Establecimiento de relaciones entre las distintas gráficas a emplear en variables unidimensionales - Aplicación de las fórmulas de obtención de parámetros - Interpretación de parámetros obtenidos en un conjunto de datos 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración de la estadística como instrumento útil para estudiar la realidad - Actitud crítica ante las informaciones presentadas en forma de datos estadísticos - Tendencia a consultar varias fuentes de información ante una situación dada
<p>2. Distribuciones bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tabla de doble entrada - Frecuencias y gráficos - Nube de puntos. Ajuste mediante una recta - Recta de regresión - Idea aproximada de correlación 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación de una nube de puntos - Utilización de métodos gráficos para determinar la relación entre dos variables y su ajuste a una recta - Utilización de distintos procedimientos de ajuste de una recta a una nube de puntos y su aplicación a casos reales - Aplicación del coeficiente de correlación para estudiar el grado de relación entre dos variables 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración de los métodos gráficos y estadísticos para estudiar la realidad - Reconocimiento y valoración de la estadística para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas - Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo en actividades estadísticas
<p>3. Encuestas, tasas, índices y precios</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué es una encuesta? - Razón, proporción, porcentaje y tasas - Encuesta de Población Activa - Números índices. El IPC 	<ul style="list-style-type: none"> - Planificación y realización individual y colectiva de tomas de datos utilizando técnicas de encuesta, muestreo, recuento y construcción de tablas estadísticas - Aplicación de resultados de encuestas nacionales como la EPA - Utilización de los números índices y aplicación al cálculo del IPC 	<ul style="list-style-type: none"> - Sensibilidad y gusto por la precisión y el orden en el tratamiento de encuestas - Valoración de las encuestas como instrumento de obtención de datos - Valoración del lenguaje estadístico para representar problemas de la vida cotidiana
<p>4. Distribuciones de probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sucesos. Operaciones con sucesos - Probabilidad - Probabilidad condicionada - Distribución de probabilidad - Función de distribución - Esperanza matemática y Varianza 	<ul style="list-style-type: none"> - Aplicaciones de la regla de Laplace a casos sencillos - Utilización de diversos procedimientos (recuento, diagramas de árbol, ...) para el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos - Aplicación de diversos procedimientos (recuento, diagramas de árbol, ...) para el cálculo de probabilidades de sucesos condicionados a otros - Aplicación de las fórmulas de esperanza matemática y varianza a variables aleatorias de tipo discreto 	<ul style="list-style-type: none"> - Disposición favorable a considerar la probabilidad en la toma de decisiones - Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso de lenguaje probabilístico en informaciones sociales y económicas - Desarrollo de hábitos de investigación sistemática
<p>5. Distribución binomial y normal</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sucesos dependientes e independientes - Distribución binomial. Ajuste - Distribución normal. Tipificación. Aproximación de la binomial 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación de los parámetros de una distribución binomial - Cálculo de probabilidades mediante la distribución binomial - Interpretación de los parámetros de una distribución normal. Tipificación - Utilización de las tablas de una distribución normal $N(0,1)$ en el cálculo de probabilidades - Utilización de la distribución normal como una aproximación de la binomial 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por investigar fenómenos aleatorios - Sensibilidad y precisión en la observación y diseño de experimentos aleatorios - Actitud crítica al investigar un fenómeno o situación

**PROPUESTA DIDACTICA: Estadística y Probabilidad.
Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II**

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
<p>1. Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sucesos. Operaciones. Propiedades - Probabilidad axiomática. Propiedades - Probabilidad condicionada y compuesta. <p>Sucesos independientes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Probabilidad total y a posteriori 	<ul style="list-style-type: none"> - Realización de operaciones entre sucesos (unión, intersección,...) - Obtención de probabilidades aplicando la definición axiomática y propiedades - Utilización de diversos procedimientos (recuento, diagrama de árbol, ...) para el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos y condicionados a otros - Aplicación y utilización de probabilidades en la toma de decisiones 	<ul style="list-style-type: none"> - Interés por invest. fenómenos aleatorios - Valoración de la conveniencia del cálculo mental, del escrito o del uso de la calculadora en situaciones de probabilidad - Valoración crítica de las informaciones probabilísticas en medios de comunicación
<p>2. Combinatoria. Distribuciones</p> <ul style="list-style-type: none"> - Variaciones, Permutaciones y Combinaciones - Funciones de probabilidad y de distribución - Distribución binomial - Distribución normal 	<ul style="list-style-type: none"> - Aplicación de las fórmulas de obtención del número de Variaciones, Permutaciones y Combinaciones - Aplicación de la función de probabilidad y de distribución - Cálculo de probabilidades mediante la distribución binomial - Utilización de la tabla $N(0,1)$ en el cálculo de probabilidades - Utilización de la distribución normal como aproximación de la binomial - Aplicación de la distribución de probabilidad en casos de la vida cotidiana 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración del uso de la combinatoria como instrumento para describir situaciones reales - Reconocimiento y valoración de la utilidad de la investigación sistemática en fenómenos sociales y económicos - Interés por la búsqueda de soluciones en problemas de probabilidad
<p>3. Muestreo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Muestreo aleatorio simple, sistemático, estratificado y por conglomerados - Distribución muestral de las medidas y de las proporciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Elección de una muestra al azar por muestreo simple, sistemático, estratificado y por conglomerados - Obtención de la media de una población, de una muestra y de la distribución muestral de las medidas - Interpretación de una distribución muestral con y sin reemplazamiento - Cálculo de probabilidades utilizando distribuciones muestrales 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración de la necesidad del muestreo en las estimaciones de una población - Curiosidad por abordar fenómenos sociales o económicos mediante muestreo - Reconocimiento de la necesidad de consultar varias fuentes de información
<p>4. Inferencia estadística</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estimación puntual y por intervalo - Intervalo de confianza de la media y de la proporción - Tamaño de la muestra - Contrastes de hipótesis 	<ul style="list-style-type: none"> - Cálculo del intervalo de confianza para un nivel de confianza dado - Obtención del error máximo admisible en función de un nivel de confianza - Cálculo del tamaño de la muestra conocido el error y el nivel de confianza - Utilización de las tablas para la obtención del tamaño de una muestra - Determinación de las regiones de aceptación y de rechazo en un contraste de hipótesis 	<ul style="list-style-type: none"> - Aprecio por la ventaja de trabajar en equipo en investigaciones estadísticas - Considerar positiva la información probabilística en la toma de decisiones - Valorar la inferencia estadística como instrumento para contrastar una afirmación
<p>5. Encuestas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pasos a seguir en la elaboración de una encuesta. Tipos de encuestas - Tabulación de las respuestas - Ficha Técnica de una encuesta - Errores estadísticos en los medios de comunicación 	<ul style="list-style-type: none"> - Seguimiento de los pasos en la elaboración de una encuesta - Distinción entre encuestas telefónicas, cara a cara y por correo - Obtención de tablas con las respuestas a preguntas de una encuesta - Aplicación de los conocimientos de tamaño de la muestra, nivel de confianza y error, en la interpretación de la Ficha Técnica de una encuesta - Utilización de diversas encuestas apareadas en los medios de comunicación para detectar errores o manipulaciones en la presentación de resultados 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por las encuestas - Valoración de las encuestas como instrumento para conocer la situación social, política y económica de un país - Reconocimiento y valoración de la estadística y probabilidad para interpretar, describir y predecir situaciones cotidianas

6. CONCLUSIONES

Esta propuesta didáctica es fruto de la reflexión, con la finalidad de aportar respuestas al desarrollo de los contenidos mínimos. Esta reflexión no es un proyecto curricular completo, tan solo corresponde a unas indicaciones sobre el modo de desarrollar los contenidos por el profesor quien a fin de cuentas como dice Rico (1997) es el agente encargado de llevar a cabo el plan de formación. Se trata de que partiendo de los objetivos que el MEC estableció en sus Reales Decretos de Enseñanzas mínimas para ESO y Bachillerato desarrollar y dar una continuidad a los contenidos de Estadística y Probabilidad a lo largo de la Enseñanza Secundaria, al tiempo que poder satisfacer a los criterios de evaluación anteriormente expuestos.

La evaluación en matemáticas que según Giménez (1997) tiene cuatro funciones: social, ética-política, pedagógica y profesional, de las que la pedagógica con la regulación y el control del proceso de aprendizaje, es la que con mayor interés es considerada por los docentes, si bien la función social de satisfacer las demandas sociales y la función ético-política de mantener una postura crítica y abierta quedan también consideradas por el MEC, quedando para su carácter reflexivo la función profesional del docente.

Es incuestionable la importancia de la educación estadística en todos los niveles, pero qué enseñar y cómo hacerlo es otro tema, porque en muchos casos los profesores de estadística se preocupan más de la enseñanza de algoritmos y procedimientos mecánicos que de favorecer la comprensión de conceptos y del pensamiento estadístico (Garfiel, 1995b).

El desarrollo de estos contenidos se debe concentrar en la construcción de situaciones didácticas teniendo en cuenta los intereses del alumno, dando oportunidad de trabajar tanto individualmente como en grupo, siendo importante la realización de proyectos de investigación (Perry y otros, 1996). La reflexión en clase sobre determinados temas, su tratamiento estadístico, la búsqueda de la solución de problemas y la discusión de posibles resultados será la metodología mas propicia para desarrollar los contenidos anteriormente expuestos.

Garfiel (1995b) propone un marco para la evaluación del aprendizaje de la estadística en donde indica: cómo evaluar, el fin de la evaluación, quién hará la evaluación, el método que se usará y la acción que se toma, teniendo siempre presente el profesor que el principal propósito de la evaluación es mejorar el aprendizaje.

Nuestra Propuesta Didáctica con el desarrollo de los contenidos de las enseñanzas mínimas correspondientes a Estadística y Probabilidad a lo largo de la Enseñanza Secundaria, va encaminada a servir de documento de discusión y debate por los profesores de los departamentos de matemáticas de los Institutos de Enseñanza Secundaria (IES), a fin de confeccionar el Diseño Curricular de Centro que será el que definitivamente regulará la enseñanza-aprendizaje de Estadística y Probabilidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- COCKCROFT, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- COLERA, J. (1990). "Situación de la enseñanza de la estadística en el bachillerato". *Revista Estadística Española*, vol. 32, n° 123, 201-364.
- GARFIELD, J.B. (1995a). "La evaluación del aprendizaje de la estadística". *Revista UNO*, 5, 5-14.
- GARFIELD, J.B. (1995b). "How Student Learn Statistics". *International Statistical Review*, 63, 1, 25-34.

- GIMENEZ, J. (1997). *Evaluación en matemáticas*. Madrid: Síntesis
- ICMI (1988). *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90*. Valencia: Mestral.
- MEC (1981). "Planes renovados del Ciclo Superior". *Revista Vida Escolar*, n° 210.
- MEC (1989). *Diseño Curricular Base*. Madrid: MEC.
- MEC (1991a). Real Decreto 1007/1991 de 14 de junio de 1991 sobre *Enseñanzas mínimas de Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Edelvives
- MEC (1991b). Real Decreto 1344/1991 de 6 de septiembre de 1991 sobre *Currículum de Enseñanza Primaria*. Madrid: BOE.
- MEC (1992a). *Primaria. Área de Matemáticas*. Madrid: MEC.
- MEC (1992b). *Enseñanzas mínimas del bachillerato*. Madrid: Edelvives.
- NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: "Thales".
- NORTES CHECA, A. (1991). "Situación de la enseñanza de la estadística en España". *Memorias del I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. París: UNESCO.
- PERRY, P.I. y otros (1996). *Matemáticas, azar y sociedad*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano.
- RICO ROMERO, L. (Ed.) (1997). *Bases teóricas del currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Madrid: Síntesis.