Sobre la formalización de la relación de consecuencia lógica (*)

POR

JUAN CARLOS LEON SANCHEZ

En este artículo me gustaría hacer algunos comentarios --espero que clarificadores— sobre un problema que ha suscitado A. d'Ors (1), al llamar la atención recientemente sobre un texto de las *Summulae* de Domingo de Soto, que constituye una crítica —a juicio de d'Ors incontestable (2)— de uno de los usos de la regla *tollendo ponens*.

En su artículo, d'Ors concluye que "si la crítica de Soto es correcta, nuestra lógica proposicional debe ser revisada" (3). Y, en concreto, señala como puntos necesitados de revisión "el principio de transitividad del condicional" (4) y "el principio de sustituvidad de equivalentes" (5). Me propongo, en primer lugar, mostrar que, aun aceptando la corrección de la crítica de Soto, hay *un* sentido en el que puede decirse que la lógica proposicional clásica no requiere revisión alguna; intentaré hacer ver que, recurriendo a desarrollos recientes de la lógica formal, la crítica de Soto es asumible sin modificar ni un solo ***teorema*** de la lógica proposicional clásica. Por otra parte, sin embargo, la aceptación de la crítica puede llevarnos a una revisión de los *metateoremas* de la lógica propo-

* Agradezco sus comentarios v observaciones críticas a los orofesores P. Martínez Freire y A. d'Ors.

(1) Cfr. A. d'ORS: "Las *Summulae* de Domingo de Soto. Los límites de la regla *tollendo ponens*", *Anuario Filorófico*, 16 (1983), n., 1, pp. 209-17.

(2) Cfr. *op. cit.*, p. 209.

(3) *Op. cit.*, p. 217.

(4) *Ibidem.*

(5) *Op. cit.*, p. 217, n. 11.

sicional clásica mucho más extensa de lo que sugiere d'Ors. Llegados a este punto, propondré una serie de distinciones que —a mi juicio— pueden ayudarnos bastante a clarificar el asunto, al darnos la posibilidad de formalizar adecuadamente la relación de consecuencia lógica.

Para quienes no tengan a mano el texto de d'Ors —o el de Soto (6), que d'Ors reproduce (7)— me veo obligado a resumir esquemáticamente la crítica a que vengo aludiendo, y que afecta —en lo esencial— a una argumentación ajustada al siguiente patrón:

[1]	p & —p	Premisa
[2]	p	de [1]
[3]	p v q	de [2]
[4]	—p	de [1]
[5]	q	de [3] y [4]

en el que "p" y "q" son dos proposiciones cualesquiera. Según este esquema de argumento, partiendo de una contradicción como premisa podemos deducir cualquier conclusión arbitraria "q". (Prefiero, por el momento, limitarme a considerar el esquema como una derivación de "q" a partir de "p & —p", y no como una *prueba* de la proposición.

[6] $(p$ & $—p) \rightarrow q$,

la cual podría obtenerse aplicando la regla de condicionalización, que nos permitiría prescindir de la premisa [1] y afirmar la validez lógica de [6]. La distinción estoica entre reglas esquemáticas y reglas temáticas que introduciré al final explicará el porqué de esta preferencia meramente táctica. En cualquier caso, hablando estrictamente, el argumento que Soto critica incluye sólo los pasos [1]—[5], sin apelar explícitamente —como hace en cambio d'Ors (8)— a la regla de condicionalización.

Los pasos [1]—[5] suponen, pues, meramente la apelación a las siguientes reglas de inferencia:

[a] de "p & q" se sigue "p",
[b] de "p & q" se sigue "q",
[c] de "p" se sigue "p v q", y
[d] de "p v q" y "—p" se sigue "q",

(6) Cfr. DOMINGO DE SOTO: *Summulae*, 1.ª ed., Burgos, 1529, Comentario al Tratado I de Pedro Hispano, cap. XVI. lec. 2.ª, n. 2.
(7) Cfr. d'ORS: *op.* cit., pp. 213-5.
(8) Cfr. *op. cit.*, p. 216

para cualquier interpretación de "p" y "q" como proposiciones. La crítica se dirige contra el paso [5], que supone el uso de la regla [d] (la regla *tollendo ponens*), y se objeta que si la contradicción [1] no se considera absolutamente, sino tan sólo verdadera por hipótesis, no cabe apelar a ella en el transcurso de la derivación, puesto que se supone que es verdad a la vez que p y que —p. Por lo tanto, no estamos obligados a afirmar que "q" es verdadera por el hecho de que tengamos que "p v q" es verdadera y que "—p" también lo es, pues —en virtud de la hipótesis— "p" y "—p" pueden ser verdaderas a la vez: la verdad de "—p" no traería consigo necesariamente la falsedad de "p"; y así "p v q" podría ser verdadera en virtud de la verdad de "p" y no necesariamente en virtud de la verdad de "q".

La aceptación de esta crítica parece forzarnos a negar que *siempre* sea cierto que de una contradicción se siga lógicamente la proposición que se quiera. Y aquí es donde creo que la Iógica moderna puede echarnos una mano. En efecto, esta misma idea dio el impulso inicial al desarrollo de lo que ha terminado llamándose "lógica de la relevancia", protagonizado fundamentalmente por A. R. Anderson y N. D. Belnap (9). Ambos reaccionaban contra las 'paradojas' de la 'implicación estricta' de Lewis, que aspiraba a formalizar la relación de consecuencia lógica en términos de funciones veritativas y operadores modales. Las 'paradojas' consisten en que una proposición necesaria es implicada estrictamente por cualquier proposición y en que una proposición imposible implica estrictamente cualquier proposición arbitraria. Nos interesa centrarnos en esta última (aunque ambas no son sino las dos caras de una misma moneda). Propiamente hablando, no se trata de una paradoja, sino que parece indicar meramente que la 'implicación estricta' no formaliza adecuadamente la relación de consecuencia lógica. Lewis se defiende —curiosamente— presentando un argumento idéntico al criticado por Soto (10), con el que creía mostrar que "de una proposición cuya verdad es imposible, puede deducirse cualquier cosa que se quiera" (11) y que, por tanto, la paradoja no puede "fundamentar una objeción a la suposición de que la implicación estricta, p $\prec$ q, coincide en sus propiedades con la relación 'q es deducible de p' " (12).

La crítica de Anderson y Belnap a la argumentación de Lewis tiene motivaciones distintas a las de Soto, que no necesitamos considerar aquí (13). Lo

(9) La exposición más acabada, compacta y completa de la 'lógica de la relevancia' se encuentra en el valioso libro de A. R. ANDERSON, N. D. BELNAP *et al*: *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton University Press, Princeton, 1975.

(10) Cfr. C. I. LEWIS y C. H. LANGFORD: *Symbolic Logic*, 2.ª ed., Dover, Nueva York. 1959 (1.ª ed. 1932), p. 250.

(11) *Ibidem*.

(12) *Op. cit.*, p. 251.

(13) Se centra, en concreto. en el sentido intensional de la disyunción; argumentan

interesante es que ello les condujo a la construcción de un sistema formal en el que la regla *tollendo ponens* no resulta válida y en el que —por supuesto— no rige el principio *ex impossibili sequitur quodlibet.* Su solución es, sin duda, más drástica que la insinuada por Soto, que sólo atacaba *ciertos* usos de la regla *tollendo ponens,* mientras que Anderson y Belnap prohiben *todo* uso de la regla. Pero si la lógica proposicional clásica necesitase revisión como consecuencia de la aceptación de la crítica de Soto, más aún la necesitaría como consecuencia de la propuesta de Anderson y Belnap.

Veamos, sin embargo lo que sucede en su sistema, para lo cual nos bastará acudir a su formulación inicial para el tratamiento de funciones veritativas (14), sin atender a sus sofistificaciones posteriores, que han dado lugar a la 'lógica de la relevancia'. Siguiendo a Hunter (15) podemos llamar "sistema *AB*" al de Anderson y Belnap, y presentarlo breve y fácilmente como sigue (16), con ayuda de las letras metalingüísticas *A, B, C,...* :

Notación y definiciones:

1. a) Los símbolos lógicos primitivos son "—" (para la negación) y "v" (para la disyunción).

b) Los símbolos proposicionales son: "*p*", "*q*", "*r*",...

c) Fórmulas bien formadas (fbfs) serán las que se ajusten a las reglas sintácticas usuales.

d) Las otras conectivas veritativo-funcionales ("$\rightarrow$", "&" y "$\leftrightarrow$") se introducen por definición.

2. Una fbf *A* es una *disyunción primitiva* si y sólo si tiene la forma B_1 v B_2 v ... v B_n ($n \geq 1$), en donde cada B_i es un símbolo proposicional o un símbolo proposicional con negación.

3. a) Toda fbf es *parte disyuntiva* de sí misma.

b) Si *B* v *C* es parte disyuntiva de *A*, entonces *B* y *C* son también partes disyuntivas de *A*.

4. $\Phi(A)$ es una fbf de la que *A* es parte disyuntiva, y $\Phi(B)$ es el resultado de reemplazar *A* en $\Phi(A)$ por *B*.

---

que el paso de [2] a [3] sólo es válido si la disyunción se entiende veritativo-funcionalmente, mientras que el paso de [3] y [4] a [5] sólo lo es si la disyunción se entiende intensionalmente. Cfr. ANDERSON, BELNAP *et al.*: *op. cit.*, pp. 165-6.

(14) Cfr. ANDERSON y BELNAP: "A Simple Treatment of Truth Functions", *Journal of Symbolic Logic*, 24 (1959), pp. 301-2.

(15) Cfr. G. HUNTER: *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic,* Macmillan, Londres, 1971, p. 126; (hay trad. castellana —plagada de errores tipográficos que imposibilitan muchas veces una lectura inteligible— de R. Fernández, Paraninfo, Madrid, 1981, p. 149).

(16) Cfr. ANDERSON Y BELNAP: *op. cit.*, p. 301.

Axiomas:

Una fbf A es un axioma si y sólo si es una disyunción primitiva y, para algún símbolo proposicional B, tanto B como $—B$ son partes disyuntivas suyas.

Reglas:

1. De $\phi\,(A)$ se sigue $\phi\,(—\,—A)$.
2. De $\phi\,(—A)$ y $\phi\,(—B)$ se sigue $\phi\,(—(A \vee B))$.

Se puede mostrar fácilmente que el sistema *AB* es consistente (todos los teoremas de *AB* son tautológicos (17)), semánticamente completo (todas las tautologías veritativo-funcionales son teoremas de *AB* (18)) y decidible (existe un procedimiento mecánico de demostración para *AB* (19)) y que sus axiomas son independientes (20).

Pues bien, para lo que aquí nos interesa, lo importante del sistema *AB* es su completud semántica. Porque ello significa que, a pesar de que en el sistema *AB* no es cierto que de una contradicción se pueda derivar cualquier cosa y de que no resulta válida la regla *tollendo ponens,* se demuestran en *AB* exactamente los mismos teoremas que en un sistema de lógica proposicional clásica, a saber: todas las tautologías veritativo-funcionales. Por ejemplo, sin ir más lejos,

$$[6]\ (p\ \&\ —p) \rightarrow q$$

es un teorema de *AB*; y si sustituimos "$(p\ \&\ —p)$" por una fbf equivalente, por ejemplo "$(r\ \&\ —r)$", el resultado —"$(r\ \&\ —r) \rightarrow q$"— también es un teorema de *AB*. De hecho, sería posible demostrar, mediante una rigurosa inducción matemática, que el 'principio de sustitutividad de equivalentes' rige en *AB*, lo cual parece contradecir literalmente las predicciones de d'Ors al respecto.

Otro tanto sucede con el 'principio de transitividad del condicional', que se ponía en duda como corolario a la crítica de la regla *tollendo ponens.* Por el contrario, toda instancia de sustitución de

$$[7]\ ((p \rightarrow q)\ \&\ (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

es un teorema de *AB*. Resulta así que, aun asumiendo —como en efecto se

(17) Puede encontrarse una explicación más detallada que la de Anderson y Belnap en HUNTER: *op. cit.*, pp. 130-1 (pp. 153-4 de la traducción española).
(18) Cfr. *op. cit.*, pp. 131-2 (pp. 154-5 de la traducción española).
(19) Cfr. *op. cit.*, pp. 128-9 y 132 (pp. 150-3 y 155-6 de la versión castellana).
(20) Cfr. ANDERSON y BELNAP: *op. cit.*, p. 301.

hace en *AB*— la crítica de la regla *tollendo ponens,* es posible probar todos los *teoremas* de la lógica proposicional clásica y por tanto, *en erte sentido,* cabe decir que la restricción propuesta no comporta la necesidad de una revisión de la misma.

Se me dirá —y con razón— que más importante que esto es el hecho de que teniendo el teorema [6], no es posible sin embargo derivar "q" de "p & —p". Pero, por un lado, lo que esto significa es que el condicional veritativo-funcional no expresa adecuadamente la relación de consecuencia lógica, en lo que no puedo sino estar de acuerdo: igualmente sucede que teniendo como teorema de *AB*

$$[8] \quad ((p \vee q) \; \& \; -p) \rightarrow q,$$

sin embargo no se deriva "q" de "p v q" y "—p". Por otra parte —y esto puede ser algo más sorprendente— estos mismos resultados *metateóricos* muestran que en *AB* tampoco resulta válida la regla *ponendo ponenr,* pues a pesar de que

$$[9] \quad ((p \rightarrow q) \; \& \; p) \rightarrow q$$

es un teorema de *AB*, de "$p \rightarrow q$" y "p" no podemos derivar "q". La sorpresa —si es que la hay— desaparecerá en cuanto recordemos que "$p \rightarrow q$" es equivalente a "—p v q": era de esperar que una recusación de la regla *tollendo ponens* trajera consigo la de la regla *ponendo ponens.* Pero es que otro tanto sucede, por razones obvias, con las reglas *tollendo tollens* y *ponendo tollens*: no podemos derivar "—p" de "$p \rightarrow q$" y "—q" aunque

$$[10] \quad ((p \rightarrow q) \; \& \; -q) \rightarrow -p$$

es un teorema de *AB;* ni podemos derivar "—q" de "—(p &q)" y "p" aunque

$$[11] \quad (-(p \; \& \; q) \; \& \; p) \rightarrow -q$$

es un teorema de *AB*. Y así podríamos seguir con un buen número de principios metateóricos clásicos.

Así pues, lo que la crítica de la regla *tollendo ponens* trae consigo es —como ha señalado S. Haack (21)— no una revisión de la lógica proposicional

(21) Cfr. S. HAACK: *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1978, p. 201; (hay traducción castellana de A. Antón, Cátedra, Madrid, 1982; el texto a que remito se encuentra en p. 227). La observación de Haack es relativa a los sistemas *R* y E

clásica, sino de la metateoría de la Iógica proposicional clásica (y una revisión de bastante alcance, por cierto) que afecta fundamentalmente a la noción de consecuencia Iógica.

¿Es esta relación de consecuencia Iógica susceptible de un tratamiento formal que no coincida con el del condicional veritativo-funcional? Anderson y Belnap lo han intentado mediante su noción de 'implicación relevante' y con la ayuda, además, de operadores modales al estilo de Lewis (22). En concreto, una proposición "q" sería una consecuencia Iógica de una proposición "*p*" sólo si "*p*" implica relevantemente "*q*", lo cual significa que "q" ha de ser deducible de "*p*" de modo tal que "*p*" se *use* efectivamente en la derivación de "*q*"; pero, además, para tener una relación de consecuencia Iógica Anderson y Belnap piensan que se requiere la necesidad al igual que la relevancia, por lo que la conectiva que represente la consecuencia lógica "sería restringida imponiendo, además de las restricciones a la deducibilidad que aseguran la relevancia, otras restricciones características de la implicación estricta" (23) de Lewis.

Sea lo que fuere de la 'Iógica de la relevancia' de Anderson y Belnap, a mi juicio el precio a pagar por ella resulta demasiado alto: la negación de buena parte de los principios metateóricos de la Iógica proposicional veritativo-funcional clásica. Además, las ventajas que pudiera reportar se ven excesivamente contrapesadas por los inconvenientes propios de toda Iógica intensional. Por otra parte, me parece que Anderson y Belnap confunden la noción de consecuencia Iógica con la de validez argumentativa, que —como luego veremos— deben ser diferenciadas.

Sin embargo, existe una línea de pensamiento —iniciada por G. H. von Wright (24), y continuada por P. T. Geach (25) y T. J. Smiley (26)— que evita los inconvenientes que se presentan a Anderson y Belnap. Todos ellos consideran que la relación de consecuencia Iógica —o de ***implicación (simpliciter)***, como la llaman— no puede formalizarse con el mero condicional material. Pero von Wright entiende que se pueden establecer las condiciones veritativas de "*p* implica q" en base a las de "$p \rightarrow q$" (donde "$\rightarrow$" sigue

---

de la lógica de la relevancia de Anderson y Belnap. pero es claro que puede también aplicarse al más modesto AB con el que venimos trabajando.

(22) Cfr. *op. cit.*, pp. 199-200 (pp. 225-6 de la versión castellana).

(23) *Op. cit.*, p. 200 (p. 225 de la traducción castellana).

(24) Cfr. G. H. VON WRIGHT: *Logical Studies*, Routledge & Kegan Paul, Londres, 1957, pp. 166-91.

(25) Cfr. P. T. GEACH: "Entailment", *Proceedings of the Aristotelian Society*, vol. sup. 32 (1958); reimpreso en P. T. GEACH: *Logic Matters*, Blackwell, Oxford, 1972, pp. 174-86.

(26) Cfr. T. J. SMILEY: "Entailment and Deducibility", *Proceedings of the Aristotelian Society*, 59 (1958-9), pp. 233-54. Desgraciadamente no he podido consultar este texto. cuya existencia conozco a través de Anderson y Belnap.

representando el condicional material): "*p* implica *q*, si y sólo si es posible, por medios lógicos, llegar a conocer la verdad de "$p \rightarrow q$" sin llegar a conocer la falsedad de "p" o la verdad de "*q*" " (27). Creo que éste es el camino para lograr una formalización adecuada de la relación de consecuencia lógica.

Pero antes de recorrerlo es preciso despejar algunos obstáculos. En primer lugar, el "es posible" de von Wright puede inducirnos a pensar que nos vemos de nuevo inmersos en una lógica intensional. De ahí que prefiera una formulación más cercana a (aunque no plenamente coincidente con) la de Geach, que mantiene que *p* implica *q* si y sólo si *hay* un método lógico para llegar a saber que $p \rightarrow q$ que no sea un método para llegar a saber que $-p$ o que q (28). (De esta forma, tenemos un cuantificador en lugar de un operador modal). En segundo lugar, los propios Anderson y Belnap han criticado este modo de establecer las condiciones para que se dé una implicación dado que la expresión "llegar a saber" resulta imprecisa (29). Esta objeción no es decisiva, pues la imprecisión puede eliminarse fácilmente dando lugar a una definición de la implicación efectivamente decidible. La definición de Smiley —como Anderson y Belnap reconocen un poco más adelante (30)— carece de esa imprecisión: *p* implicará q en el caso en que "$p \rightarrow q$" sea una instancia de sustitución de una tautología "$p' \rightarrow q'$", tal que no pueda probarse ni "*q*'" ni la negación de "*p*'".

En general, Geach ha mostrado en escritos posteriores (31) cómo construir un sistema formal de lógica proposicional con implicación que de hecho sea un sistema decidible y, por tanto, exento de imprecisiones. El sistema puede entenderse simplemente como una extensión del sistema formal de la lógica proposicional clásica, al añadir a éste una nueva conectiva que se interpretará semánticamente como la relación de consecuencia lógica o de implicación. Si llamamos ***LP*** al sistema de lógica proposicional clásica e ***ILP*** a la extensión implicacional del primero. entonces el sistema ***ILP*** puede presentarse del siguiente modo (32):

Alfabeto:

El mismo que el de ***LP*** con un nuevo símbolo primitivo "$\Rightarrow$".

(27) VON WRIGHT: *op. cit.*. p. 181.
(28) Cfr. GEACH: *op. cit.*, pp. 179-80. En realidad, Geach establece la condición de verdad de "*p* implica *q*" así: "hay un modo *a priori* de llegar a saber que *Cpq* que no es un modo de llegar a saber que *Np* o que *q*" (p. 180), queriendo así salvaguardar la posibilidad de que ese método no sea puramente lógico. Pero, como él mismo señala en una nota añadida en 1969 (cfr. p. 181 n. 2) no resulta muy claro qué pueda ser un método a *priori* no-lógico.
(29) Cfr. ANDERSON, BELNAP *et al: Entailment*, ed. cit., p. 152.
(30) Cfr. *op. cit.*, p. 153.
(31) Cfr. GEACH: "Entailment Again", *Philosophical Review*. 79 (1970); reimpreso en *Logic Matters*, ed. cit., pp. 186-8.
(32) Cfr. *op. cit.*, p. 187.

Fbfs:

(I) Toda fbf de ***LP*** es una fbf de ***ILP.***
(II) Si ***A*** y B son fbfs de ***LP,*** entonces ***A*** $\Rightarrow$ B es una fbf de ***ILP***
(III) Ninguna otra cosa es un fbf de ***ILP.***

Teoremas:

(IV) Todo teorema de ***LP*** es un teorema de ***ILP.***
(V) Si ***A*** $\rightarrow$ B es un teorema de ***LP*** y ni —***A*** ni B son teoremas de ***LP,*** entonces ***A*** $\Rightarrow$ B es un teorema de ***ILP.***
(VI) Toda instancia de sustitución de un teorema de ***ILP*** es un teorema de ***ILP.***
(VII) Ninguna otra fbf de ***ILP*** es un teorema de ***ILP.***

Es bastante fácil ver que el sistema ***ILP*** es efectivamente decidible, dada la decidibilidad de ***LP*** **(33).**

Veamos lo que sucede al aplicar esta extensión de la lógica proposicional clásica al argumento de Lewis y Soto. El argumento apelaba a las cuatro relaciones de consecuencia lógica [a]—[d] especificadas al comienzo. Esas relaciones quedarían formalizadas en ***ILP*** del siguiente modo:

[a] $(p \ \& \ q) \Rightarrow p,$
[b] $(p \ \& \ q) \Rightarrow q,$
[c] $p \Rightarrow (p \vee q)$, y
[d] $((p \vee q) \ \& \ —p) \Rightarrow q.$

Todas esas fbfs de ***ILP*** son teoremas de acuerdo con la cláusula **(V).** Y en concreto los pasos [1]—[5] del argumento quedarían formalizados así:

[e]	$(p \ \& \ —p) \Rightarrow p$	de [1] a [2]
[f]	$p \Rightarrow (p \vee q)$	de [2] a [3]
[g]	$(p \ \& \ —p) \Rightarrow —p$	de [1.] a [4]
[h]	$((p \vee q) \ \& \ —p) \Rightarrow q$	de [3] y [4] a [5]

[f] y [h] son los teoremas [c] y [d] de ***ILP*** que ya teníamos. [e] y [g] son instancias de sustitución de [a] y [b] respectivamente y por tanto, por la cláusula **(VI)** son teoremas de ***ILP.***

(33) **Cfr.** *op. cit.,* **pp. 187-8**

Sin embargo, mientras que

[6] $(p \,\&\, -p) \rightarrow q$

es un teorema de *LP*,

[j] $(p \,\&\, -p) \Rightarrow q$

no es un teorema de *ILP*, pues no es una instancia de sustitución de ningún teorema de *ILP* por lo que no podemos aplicarle la cláusula (VI); y se da la circunstancia de que "$-(p \,\&\, -p)$" es un teorema de *LP*, por lo que **[j]** no resulta ser un teorema de acuerdo con la cláusula (V); por tanto, de acuerdo con la cláusula (VII), **[j]** no es un teorema de *ILP*.

El sistema *ILP*, por tanto, formaliza la relación de consecuencia lógica de modo que impide que ésta se dé entre una contradicción y una fórmula arbitraria. Sin embargo, los metateoremas clásicos que el sistema *AB* ponía en peligro quedan a salvo en *ILP*, comenzando por la regla *tollendo ponens* —cuya validez prueba el teorema [d] de *ILP*— e incluyendo la transitividad del condicional veritativo-funcional:

[k] $((p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow r)) \Rightarrow (p \rightarrow r)$

es un teorema de *ILP* por la cláusula (V), puesto que **[7]** es un teorema de *LP* y ni "$-((p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow r))$" ni "$p \rightarrow r$" son teoremas de *LP*. Y, de acuerdo con la cláusula (VI), serán también teoremas todas las instancias de sustitución de **[k]**.

No obstante, obviamente, la propia relación de implicación o consecuencia lógica sí que resulta ser no transitiva; y el principio de sustitutividad de equivalentes no será válido entre fbfs de *ILP* que contengan la conectiva "$\Rightarrow$" (como puede verse comparando [e], que es un teorema, con "$(r \,\&\, -r) \Rightarrow p$", que no lo es), con lo que a la postre las predicciones de Soto y d'Ors resultaron ser proféticas. Lo que creo es que ahora podemos verlo con total claridad y sin riesgo de confusión: el condicional veritativo-funcional es transitivo; la relación de consecuencia lógica no lo es. Sin embargo, esta última relación entre proposiciones puede definirse en términos de la primera mediante una extensión de la lógica proposicional clásica que no supone revisión alguna de la misma.

Debo indicar que Anderson y Belnap critican la implicación de von Wright-Geach-Smiley precisamente por su no transitividad; pero no pueden argumentar más que de la siguiente manera: "cualquier criterio de acuerdo con el cual la implicación no sea transitiva, es *ipso facto* erróneo. Parece de hecho increíble que alguien admitiese que *B* se sigue de *A*, y que *C* se sigue de *B*, pero que creyese que se requiere un argumento adicional para establecer que A implica C. ¿Qué mejor evidencia para A $\Rightarrow C$ se podría desear?" *(34)*.

Creo que —por el contrario— podemos responder con Geach que no hay inconveniente alguno en que la relación de implicación no sea transitiva: "mientras que cada eslabón de una cadena de prueba responda a una implicación la cadena completa es correcta; no necesitamos una comprobación adicional para saber si el gran salto 'del primero al último' queda también justificado, en sí mismo, por una implicación directa" *(35)*.

En este punto creo que nos puede ayudar bastante resucitar la antigua distinción estoica entre reglas esquemáticas y reglas temáticas (36), sobre la que Geach ha llamado la atención recientemente (37). Las reglas esquemáticas nos dicen cómo inferir proposiciones de proposiciones, en tanto que una regla temática nos dice cómo construir nuevos argumentos correctos a partir de otros argumentos cuya corrección se conoce. La regla de condicionalización es un ejemplo de regla temática (38), pues nos dice que si

$A, B, C, \ldots$; ergo P

es un argumento correcto, entonces, con la misma interpretación de las letras metalingüísticas,

$A, C, \ldots$; ergo $B \rightarrow P$

es también un argumento correcto. Aplicada al argumento de Lewis y Soto, esta regla temática nos dice que

[6] $(p \;\&\; \text{—}p) \rightarrow q$

puede probarse a partir de 0 premisas (y es efecto, como sabemos, *[6]* es un teorema de *LP* y de *ILP*). Pero no nos dice que exista una relación de implicación directa entre las dos proposiciones "p & —p" y "q"; y pensar lo contrario sería confundirla con una regla esquemática.

Con respecto a la cuestión de la transitividad tendríamos que andarnos con más cuidado, pues existe otra regla temática que el propio Geach enuncia así:

(34) ANDERSON, BELNAP *et al.: op. cit.*, p. 154.
(35) GEACH: *op. cit.*, p. 188.
(36) Puede ser útil aquí la lectura del cap. V de B. MATES: *Stoic Logic*, 2.ª ed., University of California Press, Berkeley, 1961, pp. 58-85. Mates considera las reglas *temáticas* como metaprincipios para el análisis de *esquemas* de argumentos (cfr.. p. 133).
(37) Cfr. GEACH: *Reason and Argument*, Blackwell, Oxford, 1976, pp. 65-70.
(38) Cfr. *op. cit.*, p. 68.

"lo que se sigue de una conclusión se sigue de sus premisas" (39). Esta enunciación puede confundirnos y llevarnos a pensar que si B se sigue de (es implicada por) *A*, y *C* se sigue de B, entonces *C* se sigue de *A*; con lo que la relación de consecuencia resultaría transitiva. El error se origina aquí, nuevamente, al confundir una regla temática con una regla esquemática. Lo que nos dice esta regla temática es que si tenemos una cadena argumentativa correcta de *A* a B y otra de B a *C*, entonces tenemos una cadena argumentativa correcta de *A* a C. Una cadena argumrntativa, por supuesto, es transitiva; pero la relación de consecuencia no: la confusión entre una y otra cosa es justamente la base del prejuicio contra la no transitividad de la implicación (40). Distinguiremos claramente entre ambas si volvemos a considerar que tenemos un argumento perfectamente correcto que comienza con "p & —p" y termina con "q" (correcto, precisamente porque cada uno de sus pasos responde a una implicación), mientras que —por el contrario— no tenemos una relación de consecuencia lógica entre "p & —p" y "q".

Por otra parte, es interesante observar que. aunque en general de "p implica q y q implica r" no podemos inferir "p implica r", sí que podemos hacerlo cuando "p" y "r" son proposiciones lógicamente contingentes (41). Porque tendremos entonces un argumento correcto que comenzará con "p" como premisa y concluirá con "r" y, por la regla de condicionalización, sabremos que "$p \rightarrow r$" es lógicamente verdadera, pero no sabremos si "—p" es verdadera ni si "r" lo es. Así pues, "cuando las premisas originales y la conclusión final son lógicamente contingentes, la implicación es transitiva" (42).

La distinción entre reglas esquemáticas y reglas temáticas merecería ser más explorada. Pero ello cae fuera de los límites de este artículo. Aquí sólo quería hacer eco a Geach al llamar la atención sobre esta importante distinción.

(39) *Op. cit.*, p .65.
(40) Cfr. GEACH: "Entailment", ed. cit., pp. 184-5.
(41) Cfr. op. cit.. p. 183.
(42) GEACH: "Entailment Again", ed. cit., p. 188.